

١٠



حکومتی هه‌ریکی کوردستان - عێراق
وهزارتی پەرۆدره - به‌ڕێوه‌بهرایه‌تی گشتی پرۆگرام و چاپه‌مه‌نییه‌کان

بیرکاری بو هه‌مووان

کتیبه‌ی خویندکار
پۆلی ده‌یه‌می زانستی

چاپی هه‌شته‌م
٢٠١٥ ز / ٢٧١٥ کوردی / ١٤٣٦ ک

سەرپەرشتی هونه‌ری چاپ

عوسمان پیرداود کواز

ناری محسن احمد

بہشی 1 ژمارہ کان و کردارہ کان

NUMBERS AND OPERATIONS

بہشی 2 نہخشہ کان

FUNCTIONS

بہشی 3 برہ کان و نہخشہ دوو جاکان

QUADRATIC EXPRESSIONS AND FUNCTIONS

بہشی 4 برہ کان و نہخشہ رادہ دارہ کان

POLYNOMIAL EXPRESSIONS AND FUNCTIONS

بہشی 5 برہ کان و نہخشہ ریژہ ییہ کان

RATIONAL EXPRESSIONS AND FUNCTIONS

بہشی 6 ئہ گہر و ئامار

PROBABILITY AND STATISTICS

بہشی 7 ئہ ندازہ

GEOMETRY

بہشی 8 سیگوشہ زانی

TRIGONOMETRY

2 NUMBERS AND OPERATIONS ژماره‌کان و کرداره‌کان

1

- 4 Operations with Numbers کرداره‌کان له‌سهر ژماره‌کان 1
- 9 Equations هاوکیښه‌کان 2
- 15 Inequalities لاسه‌نگه‌کان 3
- 21 Powers and Radicals هیزه‌کان و په‌گه‌کان 4
- شیکارکردنی سیستمی هاوکیښه هیلییه‌کان به‌له‌جیاتیدانان 5
- 28 Solving Linear Systems by Substitution
- شیکارکردنی سیستمی هاوکیښه هیلییه‌کان به‌لا‌بردن 6
- 33 Sloving Linear Systems by Cancellation
- 38 Radical Expressions بره‌په‌گییه‌کان 7
- 44 پروژهی به‌ش: شیوازه‌کان له‌پیډراوده‌کاندا
- 46 پیډاچوونه‌وهی به‌ش
- 47 تاقیکردنه‌وهی به‌ش
- 48 تاقیکردنه‌وهی که‌له‌که‌بوو



50

FUNCTIONS نه‌خشه‌کان

2

- 52 Functions نه‌خشه‌کان 1
- 60 Linear Functions نه‌خشه‌ی هیلی 2
- شیوه‌جیاوازه‌کانی هاوکیښه‌ی راسته‌هیډ 3
- 66 Various Forms of the Equation of a Line
- تیرییبوون و ئه‌ستوونبوونی راسته‌هیډه‌کان 4
- 72 Parallel and Perpendicular Lines
- شیکارکردنی سیستمی هاوکیښه هیلییه‌کان به‌پوونکردنه‌وهی 5
- 77 Solving Linear Systems Graphically
- 83 Absolute Value Functions نه‌خشه‌ی به‌های پروت 6
- هاوکیښه‌کان و لاسه‌نگه‌کان که به‌های پروتیا تیدایه 7
- 89 Absolute Value Equations and Inequalities
- 96 پروژهی به‌ش: پاشماوه‌کانی بو‌شایی
- 98 پیډاچوونه‌وهی به‌ش
- 99 تاقیکردنه‌وهی به‌ش
- 100 تاقیکردنه‌وهی که‌له‌که‌بوو



104	Quadratic Functions	1
112	Factoring Quadratic Expressions	2
	شیکاکردنی پرهجه برییه دووجاكان	
	شیکاکردنی نهخشه ی دووجا به تهواوکردنی دووجای	3
119	Solving Quadratic Function by Completing The Square	
	شیکاکردنی نهخشه ی دووجا به یاسا (دهستور)	4
126	Solving Quadratic Function by Formula	
132	Quadratic Inequalities	5
	لاسهنگه دووجایهكان	
138	پروژه ی بهش: جیاوازی چییه	
140	پیداچوونهووی بهش	
141	تاقیکردنهووی بهش	
142	تاقیکردنهووی کهلهکه بوو	



146	Polynomials	1
152	Polynomial Functions	2
	لیکدان و دابه شکردنی راده دارهكان	3
159	Multiplying and Dividing Polynomials	
	هاوکیشه و لاسهنگه راده دارهكان	4
168	Polynomial Equations and Inequalities	
174	پروژه ی بهش: سامپل «نمونه» چییه	
176	پیداچوونهووی بهش	
177	تاقیکردنهووی بهش	
178	تاقیکردنهووی کهلهکه بوو	



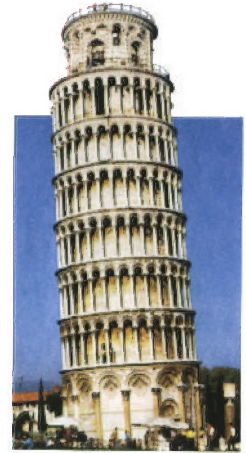
برهكان و نهخشه ريژهييهكان

RATIONAL EXPRESSIONS AND FUNCTIONS

180

5

- 1 گوراني پيچهوانه ونهخشه هه لگهراوه
182 Inverse variation and Inverse Function
- 2 نهخشه ريژهييهكان Rational Functions
188
- 3 ليكدان و دابهشكردي بره ريژهييهكان
195 Multiplying and Dividing Rational Expressions
- 4 كوكردنهوه و ليدهركردني بره ريژهييهكان
201 Adding and Subtracting Rational Expressions
- 5 هاوكيشهكان و لاسهنگه ريژهييهكان Rational Equations and Inequalities
207
- 6 نهخشهكاني رهگي دووجا Radical Functions
213
- پروژهي بهش: كام ناوهند هه لدهبژيريت؟
218
- پيداچوونهوهي بهش
220
- تافيكردنهوهي بهش
221
- تافيكردنهوهي كه لهكهبوو
222



ئهگهر و ئامار

PROBABILITY AND STATISTICS

224

6

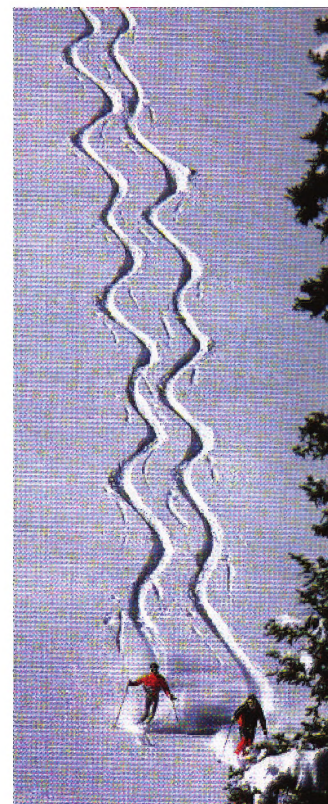
- 1 دهروازهيهك بو ئهگهر Introduction to Probability
226
- 2 گوپينهكان و پيزكردنهكان
235 Permutations and Arrangements
- 3 گونجينهكان Combinations
241
- 4 كوكردنهوهي ئهگهرهكان Adding Probabilities
246
- 5 رووداوه سهربهخويهكان Independent Events
251
- 6 پيوهرهكاني پهرتبوون Measures of Dispersion
256
- پروژهي بهش: ئهگه شتيار لهگه ل خوتم بهره
262
- پيداچوونهوهي بهش
264
- تافيكردنهوهي بهش
265
- تافيكردنهوهي كه لهكهبوو
266



- 1 ھەندىك لە دەسپىكەكانى ئەندازەى ئىقليدس
270 Building of Euclidean Geometry
- 2 راستەھىلەكان و پروتەختەكان لە بۆشايدا
278 Lines and Planes in Space
- 3 وىنە بىنراوەكان Perspective Drawing
286 Perspective Drawing
- 4 چەندلا رېكەكان Regular Polygons
294 Regular Polygons
- 5 ھاوپىژەى ئەندازەىى Geometric Proporiton
301 Geometric Proporiton
- 6 بازە Circle
308 Circle
- پرۆژەى بەش: بىركارى سەرسامكەر
316 پرۆژەى بەش: بىركارى سەرسامكەر
- پىداچوونەوەى بەش
318 پىداچوونەوەى بەش
- تاقىکردنەوەى بەش
319 تاقىکردنەوەى بەش
- تاقىکردنەوەى كەلەكەبوو
320 تاقىکردنەوەى كەلەكەبوو



- 1 شىكارکردنى سىگۆشەى وەستاو Solving Right Triangle
324 Solving Right Triangle
- 2 گۆشەكانى خولانەوہ Angles of Rotation
331 Angles of Rotation
- 3 پىوانەى بازەىى Radian Measure
337 Radian Measure
- 4 ھاوئەنجامە سىگۆشەىىە بنەرەتییەكان
343 Fundamental Trigonometric Identities
- پرۆژەى بەش: چەرخى شارى يارى
348 پرۆژەى بەش: چەرخى شارى يارى
- پىداچوونەوەى بەش
350 پىداچوونەوەى بەش
- تاقىکردنەوەى بەش
351 تاقىکردنەوەى بەش
- تاقىکردنەوەى كەلەكەبوو
352 تاقىکردنەوەى كەلەكەبوو



بهشی یه کهم

ژماره کان و کرداره کان

Numbers and Operations

1. کرداره کان له سهه ژماره کان.

2. هاوکی شه کان.

3. لاسه نکه کان.

4. هیژه کان و ره گه کان.

5. شیکارکردنی سیستمی هاوکی شه هیلییه کان به له جیاتیدانان.

6. شیکارکردنی سیستمی هاوکی شه هیلییه کان به لابریدن.

7. بره ره گییه کان.

پرۆژه ی بهش

پیداچوونه وه

تاقیکردنه وه ی بهش

تاقیکردنه وه ی که له که بوو

ژماره‌کان و کرداره‌کان

Numbers and Operations

به‌شی

1

شیوازه جیاوازه‌کان به دریاژی چاخه‌کان سهرنجی مروقیایه‌تیا و له وولاته جیا جیاکاندا راکیشاوه که هندیکیان گیشتونته‌ئه و برپایه‌ی که جوانیه‌کی بی وینه‌یان هیه. له‌مانه شارستانییه‌تی کۆنه‌کان وه‌ک شارستانییه‌تی وولاتی نیوان دوو پووبار و پۆژه‌ه‌لاتی ناوه‌راست و باشووری ئه‌فریقا و پۆژئاوی ئه‌مریکا، شیوازی وایان ناسیوه که جیگای به‌سهر ژیانیه‌وه جی هیشتووه و زور و له جیماوه هونه‌ریانه کاریانکردۆته سهر که جیگای ستایشی شیوازه جوانه‌کان.

له جیهانی ته‌کنه‌لوژیای هاوچه‌رخدا شیوازه‌کان پيساکانی زور له دۆزینه‌وه‌کانی زانستی و بیرکاری ئاماده ده‌کات. زاناکان شیوازه‌کان بۆ لیکۆلینه‌وه سروشت و تیگه‌یشتن و خه‌ملاندنی نه‌زانراوه‌کانی تیايدا به‌کارده‌هینن. هه‌روه‌ها زانا بیرکارییه‌کان به‌دوای شیوازه پنگه‌کان ده‌گه‌رین له‌کاتی لیکۆلینه‌وه‌یان بۆ ژماره‌کان. ده‌کرێ شیوازه‌کان وه‌ک ئامرازیکی کارا بۆ شیکاری پرسیاره‌کان به‌کاربه‌یت.

وانه‌کان

1. کرداره‌کان له‌سهر ژماره راستییه‌کان.
 2. هاوکیشه‌کان.
 3. لاسه‌نگه‌کان.
 4. هیزه‌کان و په‌گه‌کان.
 5. شیکارکردنی سیستمی هاوکیشه هیلاییه‌کان به‌له‌جیاتیدانان.
 6. شیکارکردنی سیستمی هاوکیشه هیلاییه‌کان به‌لابردن.
 7. بره په‌گییه‌کان.
- پروژه‌ی به‌ش



جيولوجىيەكان ئامرازى چاودىرىكىردىنى بوومەلەرزە
بەكار دەھىنن بۆتۆمارى شىۋازى ھىزەكانيان.

سەبارەت بە پرۆژەى بەشەكە

شىۋازەكان يارىدەدەرت دەبىت بۇ دۆزىنەۋەى شىكار لە پىدراۋەكانى پرسىيارەكە. جەبر ئامرازى ئاسانكارىت بۇ دەكات بۇ گىشتاندىن و خەملاندن بەپىشت بەستىن بە شىۋازەكان. لە پرۆژەى ئەم بەشەدا بە شىۋازە بىركارىيەكان ئاشنا دەبىت لە لاکىشە زىرپىنەكان و كۆمەلەك لە شىۋە بازىيەكان. پاش تەۋابوۋى ئەم پرۆژەى لەتواناتدا دەبىت. شىكىردنەۋەى شىۋازەكان لە پىدراۋەكاندا بەبەكارھىننى خىشتەكان و خالە پوونكراۋەيەكان.



کرداره‌کان له‌سەر ژماره‌کان

Operations With Numbers

وانه‌ی

1



بۆچی

له ژبانی پۆژانه‌ماندا ژماره
جۆراوجۆره‌کان به‌کارده‌هێنین و ده
32 پله بۆ ده‌ربڕینی گه‌رمی که‌ش
وهه‌وا، هه‌روه‌ها ژماره‌ی ده‌یی و ده
41.25 هه‌زار دینار به‌های که‌لویه‌لیک
بی‌ت.

له پۆله‌کانی پابردوودا جۆری جیاوازی له ژماره‌کان ناسیوه.

ئامانجه‌کان

- کۆمه‌له جیاوازه‌کانی
ژماره‌کان و په‌یوه‌ندی
نیوانیان جیاوه‌کاته‌وه.
- سیفه‌ته‌کانی کرداره‌کان
له‌سەر ژماره پاستیه‌کان و
به‌کاره‌یانیان ده‌ناسیت.
- به‌های بڕیک‌ی ژماره‌یی
به‌به‌کاره‌یانانی پڕیه‌ندی
کرداره‌کان هه‌ژمێر ده‌کات.

Sets of Number

ژماره سروشتیه‌کان Natural Numbers 0; 1; 2; 3; 4; ...

ژماره ته‌واوه‌کان Integers ...; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; ...

ژماره پڕژه‌یه‌کان Rational Numbers $\frac{a}{b}$ کاتی که a, b ژماره‌ی ته‌واو بن، $b \neq 0$.

ژماره ناپڕژه‌یه‌کان Irrational Numbers ئه‌و ژمارانه‌ن که به‌شی لای پاستی فاریزه‌که
ناکووتا و نادوو‌باره‌ بوو ده‌بی‌ت.

ژماره پاستیه‌کان Real Numbers هه‌موو ژماره پڕژه‌یی و ناپڕژه‌یه‌کان

ژماره پاستیه‌کان



هێلکاری فن (Venn) که له به‌پامبه‌ردا هاتووه په‌یوه‌ندی نیوان کۆمه‌له جۆراوجۆره‌کانی
ژماره‌کان دیاریده‌کات. بۆ جیاکردنه‌وه‌ی ژماره پڕژه‌یه‌کان و ناپڕژه‌یه‌کان، له بیرت بێ که ژماره
پڕژه‌یه‌کان به‌شی ده‌یه‌یه‌که‌ی که که‌وتۆته لای پاستی فارزه‌که دوا هاتووه یان دووباره‌بووه. ئه‌گه‌ر
ژماره‌ی پڕژه‌یی دووباره‌بوو بی‌ت ده‌توانیت ئه‌م نموونه‌یه‌ی خواره‌وه بنوسیت: $3.2\overline{16} = 3.2161616...$

ئهم ژمارانه‌ی خواره‌وه پۆلێن بکه له‌گه‌ڵ باسکردن.

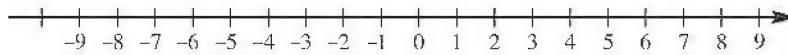
-2.77 15.121221222... 178.131313...

شیکار

ژماره‌ی یه‌که‌م پڕژه‌یه‌یه‌ چونکه به‌شی لای پاستی فارزه‌که دوا هاتووه، ژماره‌ی دووهمیش پڕژه‌یه‌یه‌
چونکه به‌شی لای پاستی فارزه‌که دووباره‌بووه، به‌لام ژماره‌ی سێیه‌م ناپڕژه‌یه‌یه‌ چونکه به‌شی لای
پاستی فارزه‌که دوانه هاتووه و دووباره‌بوو نیه.

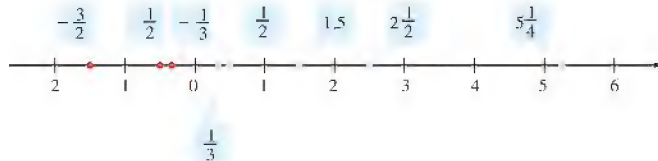
نموونه

كومه له ژماره راستييهكان سيفه تيكي گرنگي ههيه. ده توانيت هر ژماره يه كي راستي بنويښت به خاليك له سهر هېليكي راستي ئاراسته كراو كه پي دوتريت تهوهری ژمارهكان و ههروهه هه خاليكي سهر هم تهوهرهيه تهنها يهك ژماره راستي دهنويښت.



له سهر تهوهری ژمارهكان هم ژمارانه بنويښه $-\frac{3}{2}, \frac{1}{3}, 1.5, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 2\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, 5\frac{1}{4}$

شيكار



غورونه

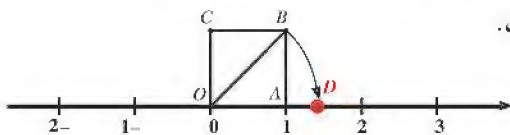
چون $\sqrt{2}$ له سهر تهوهری ژمارهكان دهنويښت؟

شيكار

ژماره $\sqrt{2}$ چوارگوشه يهك دهنويښت كه دريژي لاهي 1 يهكه ي دريژي بيت.

له تيبينهوه ده توانيت بهم كاره ي ديت هه لسي.

1. چوارگوشه $A B C O$ بكيشه



2. وينه ي خالي B بكيشه به خولانه وهيهك (چه كه ي خالي بنه پرت O) بيت كه خالي B

ده گوازيتهوه بو خالي D له سهر تهوهری ژمارهكان. خالي D ژماره $\sqrt{2}$ دهنويښت.

ههولبد

ئايا ده توانيت ژماره $\sqrt{5}$ له سهر تهوهری ژمارهكان بنويښت؟ باسيكه.

Operations With Real Numbers

کردارهكان له سهر ژماره راستييهكان

سيفه تهكانى كوكردنهوه و ليكدان يارمهتيت دهوات له سهر جيبه جيكردي كرداره ژميرييهكان به خيرايبى و به ئاسانى. هم سيفه تانهش لهم خشته ي خوارهوه پرون كراوتهوه.

سيفه تهكانى ههردوو كردارى كوكردنهوه و ليكدانى ژماره راستييهكان

ليكدان	كوكردنهوه	سيفهت
$a \times b = b \times a$	$a + b = b + a$	ئالوگور
$a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$	$a + (b + c) = (a + b) + c$	يهكتر يهستن
$a \times 1 = a$	$a + 0 = a$	دانه ي بي لايهنى سفر ويهك له كردارى
$b \times \frac{1}{b} = 1; b \neq 0$	$a + (-a) = 0$	كوكردنهوه ي وليكدان يهك له دواى يهك
	$a(b + c) = ab + ac$	پيچه وانه و هه لگه پاره
		«دژه كوكردنهوه و دژه ليكدان»
		به شينهوه ي ليكدان به سهر كوكردندا

نمونہ

نہم برہ جہیریہ $(a+2)(b+3)$ بکەرہوہ.

شیکار

$$\begin{aligned}(a+2)(b+3) &= a(b+3) + 2(b+3) \\ &= ab + 3a + 2b + 6\end{aligned}$$

سیفہتی بهشینہوہ بهکار بهینہ
سیفہتی بهشینہوہ بهکار بهینہ

ههولبده بری جہیری $(a+b)(c-d)$ بکەرہوہ و هوئی هەر ههنگاوێک دهربخه.

نمونہ

کاتیئک بازرگانێک داشکاندن به بری 25% له نرخى کالایهک دهخاتهروو و نرخه تازهکەى دهبیته $t = c - 0.25c$.

که t نرخه تازهکەیه و c نرخى بنهرتیه، پرونیبکهوه که $t = 0.75c$
شیکار $t = c - 0.25c = 1 \times c - 0.25 \times c = (1 - 0.25)c = 0.75c$

جیهه جیکردن

بازرگانی

ههولبده پرونیبکهوه که نرخى تازهى کالایهک، نرخه بنهرتیهکەى c بیته پاش بهرزکردنهوہى نرخهکەى به پێژەى $r\%$ دهبیته $t = \left(1 + \frac{r}{100}\right)c$.

Order of Operation

پیزبهندی کردارهکان

بوئهژمێرکردنی بههای بریکی ژمارهیی پێویسته کرداره ژمێرییهکان جیهه جیکهیت بهپێی نهه پیزبهندییهی لای خوارهوه.

1. برهکان ئهژمێرکه بکه لهناو هیماکانی کوپوهکاندا (رموز التجميع)، وهک کهوانه و کهرتهکان بهپێی ههنگاوهکانی 2 تا 4.
2. هیزهکان ئهژمێر بکه.
3. لیکبهوه دابهشکه یهک لهداوی یهک له چهپهوه دهستپیکه.
4. کو بکهوه و لیکدهربکه یهک لهداوی یهک له چهپهوه دهستپیکه.

نمونہ

بههای بری $\frac{2^2(12+8)}{5}$ نهژمێرکه بکه بهبهکارهینانی پیزبهندی کردارهکان.

شیکار

$$\begin{aligned}\frac{2^2(12+8)}{5} &= \frac{2^2 \times 20}{5} \\ &= \frac{4 \times 20}{5} \\ &= \frac{80}{5} \\ &= 16\end{aligned}$$

بری ناو کهوانهکه ههژمێرکه.
تواناکان ئهژمێر بکه
لیکدانیکه
دابهشکه.

ههولبده بههای $\frac{18-2 \times 5}{15+3(-3)}$ ههژمێر بکه بهبهکارهینانی پیزبهندی کردارهکان.

ماموستا داوای له قالا و لانا و سهروین کرد نهه برهیه $\frac{8-3}{5-2}$ ههژماربکهن بهبهکارهینانی بژمیر. ههریهکیان به پێگایهکی جیاواز بژمیریان بهکارهینا.

بیرکردنهوہی پهخنهگرانه

قالا: $(8 - 3) \div (5 - 2)$
لانا: $(8 - 3) \div (5 - 2)$
سهروین: $(8 - 3) \div (5 - 2)$

تۆش بژمیر بهکار بهینہ و وهلامهکتهت بهراورد بکه لهگهڵ وهلامهکانیان.
کامیان پهچاوی پیزبهندی کردارهکانی کردوه.

بەردەوامبوون لە بیرکاریدا

1 ئەم وشانەى خوارەو چى دەگەيەنیت بۆتۆ پرونیبکەرەو: ئالوگۆڤ، یەکتربەستن، بەشینەو، بەپیی هەردوو کرداری کوکردنەو و لیكدان بە هیئانەوێ نموونە باسیان بکە.

راھبەنانی ئاراستە کراو

2 پۆلینی ئەم دوو ژمارەیه $\frac{2}{3}$ و $-2.131331333 \dots$ بکە بە هەموو ئەو پێگایانەى لە توانادایە.

هەر یەك لەم برانە بە سادەترین شیۆه بنووسە بە دەریپینی هوێ هەر هەنگاوێك.

$$\frac{3(8+2)}{2} \quad 5 \quad -3a+3a \quad 4 \quad 2(a+b) \quad 3$$

$$-5(4y^2) \quad 8 \quad \frac{1}{4}(4 \times 5) \quad 7 \quad \frac{7-1}{5-2} \quad 6$$

9 بازراگانی ئەگەر هیماى گۆراوى a بۆقیستی سالانەى دلنیاىی لەسەر ئۆتۆمبیل بێت و

هیماى گۆراوى m بۆقیستی مانگانە بێت، ئەوا رپسای $m = \frac{a}{12} + \frac{0.06a}{12}$ چۆنیەتى

هەژمیرکردنى قیستی مانگانە دیاردەكات کە پۆیستە بدریئت. پرونیبکەرەو کە دەتوانیئت ئەم

یاسایە بەم شیۆهیه $m = \frac{1.06a}{12}$ دیاریبکەیت. هوێ هەر هەنگاوێك بلی.

هەژمارى ئەم برانە بکە بەیەکارههینانی ریزبەندى کردارەکان.

$$(7-3^2)^2 \quad 11 \quad 5^2+8+4-2 \quad 10$$

$$2[14-3(6-1)^2] \quad 13 \quad \frac{5 \times 6 + 3 \times 7}{12} \quad 12$$

جیبهجیکردن



شارەزاكە زیانەكانى ئۆتۆمبیلەكە
هەڵدەسەنگیئى كە خوێ كێشماو بە
ئۆتۆمبیلیكى تر

راھبەنانی جیبهجیکردن

ئەم ژمارانە پۆلینبکە.

$$\pi \quad 17 \quad 1.0\overline{63} \quad 16 \quad \frac{2}{5} \quad 15 \quad \sqrt{3} \quad 14$$

$$5.121121112\dots \quad 21 \quad \frac{15}{2} \quad 20 \quad \frac{9}{3} \quad 19 \quad \frac{\sqrt{36}}{2} \quad 18$$

ئەم ژمارانە لەسەر تەوهرى ژمارەکان بنویئە.

$$\sqrt{10} \quad 25 \quad 1.5 \quad 24 \quad 3.\overline{6} \quad 23 \quad \frac{13}{2} \quad 22$$

هەر برێك بە بەکارههینانی ریزبەندى کردارەکان هەژماربکە.

$$6 \div 3 - (10 - 3)^2 \quad 27 \quad 16 \div 2 \times 6 - 1 \quad 26$$

$$5 \times (2 - 3)^2 \quad 29 \quad 30 - 3 \times 2 + 6 \div 3 \quad 28$$

سیفەتى بەکارههینراو بۆ هەر یەكە لەمانە دیاریبکە.

$$(25x)y = 25(xy) \quad 31 \quad a(3b) = (3b)a \quad 30$$

$$a + 2 - x = 2 - x + a \quad 33 \quad (5 + 3) + 2 = 5 + (3 + 2) \quad 32$$

$$\frac{3}{x} \times \frac{x}{3} = 1 ; x \neq 0 \quad 35 \quad \frac{1}{a} \times a = 1 ; a \neq 0 \quad 34$$

$$2x + (-2x) = 0 \quad 37$$

$$-7 + 7 = 0 \quad 36$$

$$63 = 1 \times 63 \quad 39$$

$$1(3x) = 3x \quad 38$$

$$2(3 - x) = 6 - 2x \quad 41$$

$$a(x^2 + x) = ax^2 + ax \quad 40$$

به‌های ئەم برانه به‌به‌کاره‌ئانی بژمیری زانستی هه‌ژمار بکه.

$$2^2(2+3)+5 \quad 44$$

$$6 \div 3 \times 2 \quad 43$$

$$3 \times 2^2 + 3 \quad 42$$

$$2^{(3-1)} + (3-1) \quad 47$$

$$-3 \times 25 + 16 \quad 46$$

$$6 \div (3-1) \times 5 \quad 45$$

$$2 \times 4 + \frac{14}{5+2} \quad 50$$

$$\frac{8-2}{3} + (2+1) \quad 49$$

$$(2^2 + 1) + 4 \div 2 \quad 48$$

ده‌کری ژماره‌یه‌که پێژیه‌ی و ناپێژیه‌ی بێت له‌هه‌مان کاتدا؟ 51

ئایا ده‌توانیت ژماره‌ی π له‌سه‌ر ته‌وه‌ری ژماره‌کان بنوییت؟ پرونیکه‌وه. 52

نامار پۆژان ده‌یه‌وێت ناوه‌ندی ئەم ژمارانه 8، 10، 14، 16، ئەژمێرکات که له بژمێره‌که‌یدا 53

دایناوه به‌م شیوه‌یه: $8 + 10 + 14 + 16 \div 4 =$ و له ئەنجامدا 36 ی ده‌ستکه‌وت. ئایا پۆژان راستی کردوه؟ پێویست بوو له بژمێره‌که‌یدا چی دابنێ باسبکه؟

ده‌روازه‌یه‌که له‌سه‌ر شارستانییه‌تی میزۆپۆتامیا (عێراق) بابلییه‌کان ژماره پێژه‌یه‌یه‌کانیان بۆ نزیکه‌کردنه‌وه له ژماره ناپێژه‌یه‌یه‌کان به‌کاره‌ێناوه. و زانیویه‌که تیره‌ی چوارگۆشه ده‌کاته $\sqrt{2}$ لیک‌دریشت له درێژی لایه‌کی، و ژماره‌ی 1.4142 یان به‌کاره‌ێناوه وه‌که به‌های $\sqrt{2}$ به‌کاره‌ێناوه و وایان داناوه که ژماره‌ی 1.4142 نزیکه له $\sqrt{2}$ بۆ کاری پێداویستییه‌ هه‌ژمارکردنه‌کانیان. 54

بژمیر به‌کاره‌یه‌یه‌ بۆ دۆزینه‌وه‌ی به‌های $\sqrt{2}$.

ئایا ئەم به‌هایه‌ی ده‌ستکه‌وتوه‌وه له بژمێره‌که‌وه له‌سه‌رکاغه‌ز بینوسه، پاشان سه‌رله‌نوێ 55

بیخه ناو بژمێره‌که و هه‌ژماری دوو‌جا‌که‌ی بکه. ئایا ژماره‌ی 2 ده‌رده‌چێت؟ پرونیکه‌وه. یه‌کێک له ده‌زگا‌کان مانگا‌نه 2000 دینار بۆ هه‌ر فه‌رمانبه‌ریک ده‌دات به سیستمی د‌ل‌ن‌ای‌ای ته‌ندروستی. ئەمه‌ش نیوه‌ی ئەو بره‌ ده‌نوێنێت که فه‌رمانبه‌ره‌کان بۆ هه‌مان مه‌به‌ست مانگا‌نه ده‌یدن، بری پاره‌ی دراو له سالی‌کدا بۆ د‌ل‌ن‌ای‌ای ته‌ندروستی ئەو فه‌رمانبه‌ره‌ چهنده له‌لایه‌ن فه‌رمانبه‌ره‌که‌وه؟

روانین بۆ دواوه

هه‌ژماری ئەم برانه بکه و وه‌لامه‌کان به ساده‌ترین شیوه ئەگه‌ر کرا بنوسه.

$$10 \div \frac{5}{6} \quad 59$$

$$21 \div \frac{7}{8} \quad 58$$

$$\frac{6}{11} \times \frac{2}{3} \quad 57$$

$$\frac{4}{7} \times \frac{1}{2} \quad 56$$

نهم هاو‌کی‌شانه شیکاریه‌که.

$$\frac{x}{3} + 9 = 2 \quad 61$$

$$3(x-5) = 4 \quad 60$$

$$\frac{1}{5}x - 4 = 3(x-5) \quad 63$$

$$3x - 5 = x + 12 \quad 62$$

روانین بۆ پێشه‌وه

شیکارکردنی هاو‌کی‌شه‌کان وا ده‌کات که پێویستی به‌به‌کاره‌ئانی هه‌موو جو‌ره ژماره‌کان بیت. شیکاری هاو‌کی‌شه‌ی $x + 7 = 5$ ژماره‌یه‌کی سالبه سه‌ره‌رای ئەوه‌ی هاو‌کی‌شه‌که ته‌نها ژماره‌ی موجه‌بی تێدا‌یه، و شیکاری $2x = 5$ ژماره‌یه‌کی پێژه‌یه‌یه سه‌ره‌رای ئەوه‌ی هاو‌کی‌شه‌که ته‌نها ژماره‌ی ته‌واوی تێدا‌یه. 64

نموونه‌یه‌کی نوێ بۆ هاو‌کی‌شه‌یه‌که به‌پێنه‌ره‌وه جگه له ژماره‌ی ناسالب ژماره‌یه‌کی تری تێدانه‌بێت و به‌لام شیکاره‌که‌ی ژماره‌ی سالب بێت.

نموونه‌یه‌کی نوێ بۆ هاو‌کی‌شه‌یه‌که به‌پێنه‌ره‌وه جگه له ژماره‌ی ته‌واو ژماره‌یه‌کی تری تیانهبی و به‌لام شیکاره‌که‌ی ژماره‌ی ناته‌واو بێت.

به‌ره‌نگاری

به‌سته‌نه‌وه



جێبه‌جێکردن

ده‌روازه‌یه‌که له‌سه‌ر می‌ژوو

دۆلی می‌ژوو‌تامیا ده‌که‌وێته نیوان هه‌ردوو پووباری دیجله و فوراته‌وه، لهو شوێنه‌ی که هه‌ردوو پووباره‌که سه‌رچاوه ده‌گرن تا یه‌ک ده‌گرنه‌وه و ده‌پێنه‌ ناو ده‌ریای که‌نداوی عه‌ره‌بی. به‌و شوێنا‌نه وتراوه می‌ژوو‌تامیا که له‌م دوا‌یدا عه‌ره‌به‌کان ئەو دۆله‌یان ناونا (وادی الرافیدین) واته دۆلی هه‌ردوو پووباره‌که.

Equations

هاوکیښه‌کان

بۆچی

ده‌توانین شیکاری زور له
برسیاره‌کانی ژبانی پوژانه
به‌به‌کاره‌یانی هاوکیښه‌کان
نه‌نجام بده‌ین که له ترازوو
ده‌جیټ و هاوتایی و ده‌کات
کرداری په‌کسانی له‌گه‌ل هه‌ردوو
نای ترازوو ده‌نجام بده‌ین.
(یان هه‌ر لایه‌کی هاوکیښه‌که)



نامانجه‌کان

- سیفه‌ته‌کانی په‌کسانی
- ده‌ناسیټ و به‌کارباندیټ
- هاوکیښه هیلایه‌کان
- ده‌نوسیت و به‌جه‌یری و به‌روونکردنه‌وه‌یی شیکاریان ده‌کات
- هاوکیښه زور گۆراوه‌کان
- شیکارده‌کات به
- هه‌ژمارکردنی په‌کیکیان
- به‌پیی نه‌وانی تر.

هاوکیښه Equation بریتیه له په‌کسانبوونی نیوان دوو بر گۆراویک یان زیاتری تیدایه پیی ده‌وتریت نه‌زانراو Unknown .

$$12x = 10 \text{ هاوکیښه‌یه‌کی په‌ک گۆراوه که نه‌ویش } x \text{ ه.}$$

$$2x + 3y = 12 \text{ هاوکیښه‌یه‌کی دوو گۆراوه که بریتین له } x \text{ و } y \text{ .}$$

هه‌ر ژماره‌یه‌ک پاسادانی هاوکیښه‌که بکات به‌له‌جیاتیدانان (واته بیگۆریت بۆ په‌کسانبوونیکی راست پاش دانانی ژماره‌که له‌جیاتی نه‌زانراوه‌که) پیی ده‌وتریت په‌گی Root هاوکیښه‌که. ژماره‌ی $\frac{5}{6}$ بۆ نمونه په‌گی بۆ هاوکیښه‌ی $12x = 10$ چونکه به‌دانانی نه‌و ژماره‌یه له‌جیاتی نه‌زانراوه‌که واده‌کات په‌کسانه‌که ته‌واوبیت: $12 \times \frac{5}{6} = 10$

شیکارکردنی هاوکیښه بریتیه له دۆزینه‌وه‌ی کۆمه‌له ژماره‌یه‌ک که په‌گی‌کانی هاوکیښه‌که‌ن، نه‌و کۆمه‌له‌یه پیی ده‌وتریت کۆمه‌له شیکاری هاوکیښه‌که Solution Set of equation . ده‌شیت نه‌و کۆمه‌له‌یه ته‌نها په‌ک دانای تیدابیت و هه‌روه‌ها ده‌شیت له‌یه‌ک دانای زیاتری تیدابی و یانیش ده‌کرئ ناکوتا دانای تیدابی. و ده‌شیت کۆمه‌له‌ی شیکار هیچ دانایه‌کی تیدانه‌بیت، واته کۆمه‌له‌یه به‌تال Empty Set \emptyset بیت.

سیفه‌ته‌کانی په‌کسانبوون له نیوان ژماره راستیه‌کان و سیفه‌تی له جیاتیدانان به‌کاربه‌ینه له کاتی شیکارکردنی هاوکیښه‌کان.

Properties of Equality سیفه‌تی په‌کسانبوون

$a = a$	سیفه‌تی وینه‌دانه‌وه
$a = b$ نه‌گه‌ر $b = a$ نه‌وا	سیفه‌تی هاوجیبوون
$a = b$ نه‌گه‌ر $b = c$ نه‌وا $a = c$	سیفه‌تی تیپه‌ربوون
$a = b$ نه‌گه‌ر $a + c = b + c$ نه‌وا	سیفه‌تی کۆکردنه‌وه
$a = b$ نه‌گه‌ر $a - c = b - c$ نه‌وا	سیفه‌تی لی‌ده‌رکردن
$a = b$ نه‌گه‌ر $ac = bc$ نه‌وا	سیفه‌تی لی‌کدان
$a = b$ نه‌گه‌ر $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ نه‌وا $c \neq 0$ کاتی‌ک	سیفه‌تی دابه‌شکردن
$a = b$ نه‌گه‌ر به‌له‌جیاتیدانانی b له a .	سیفه‌تی له‌جیاتیدانان
له هه‌ر ده‌سته‌واژه‌یه‌کی بیرکاری دروستدا هه‌ر به دروستی ده‌می‌نیت‌وه.	

شیکارکردنی هاوکیښه‌کان به ساده‌کردنی پره‌کان و کۆکردنه‌وه‌ی ژماره‌کان ده‌ستپێده‌کات.

نمونہ

جیہ جیکردن

پلہکانی گہرما

دو جوڑہ پیوہر ہہیہ بۆپیوانی پلہکانی گہرمی: پیوہری سہدی (Celsius) و پیوہری فہرہنہایت (Fahrenheit) و پھیوہندی نیوان ہہردو پیوہرہکہ برتییہ لہ $F = \frac{9}{5}C + 32$ ہیمای F پلہی گہرمییہ بہ فہرہنہایت و C ہیمای پلہی گہرمییہ بہ پلہی سہدی. لہ راگہیانندی کہش و ہہوادا ہاتوہ کہ پلہی گہرمی ئہمرو 86 پلہیہ لہسہر پیوہری فہرہنہایتی. پلہی گہرمییہکہ بہ پیوہری سہدی چہندہ؟

شیکار

$$F = \frac{9}{5}C + 32 \quad \text{رپساکہ}$$

$$86 = \frac{9}{5}C + 32 \quad \text{بہ دانانی 86 لہجیاتی } F$$

$$86 - 32 = \frac{9}{5}C + 32 - 32 \quad \text{بہ دہرکردنی 32 لہ ہہردوولای هاوکیٹشہکہ بہ کارہینانی سیفہتی لیدہرکردن}$$

$$54 = \frac{9}{5}C \quad \text{سادہکردن}$$

$$\frac{5}{9} \times 54 = \frac{5}{9} \times \frac{9}{5}C \quad \text{بہ لیکدانی ہہردوولای هاوکیٹشہکہ لہ } \frac{5}{9} \text{ بہ بہ کارہینانی سیفہتی لیکدان}$$

$$30 = C \quad \text{سادہبکہ}$$

$$C = 30 \quad \text{سیفہتی هاوچیوون بہ کارہینہ}$$

نمونہ

هاوکیٹشہی $2x + 7 = 5x - 9$ شیکاریکہ.

شیکار

$$2x + 7 = 5x - 9 \quad \text{هاوکیٹشہکہ}$$

$$2x + 7 - 7 = 5x - 9 - 7 \quad \text{بہ دہرکردنی 7 لہ ہہردوولا}$$

$$\text{بہ بہ کارہینانی سیفہتی لیدہرکردن}$$

$$\text{سادہ بکہ}$$

$$2x = 5x - 16$$

$$2x - 5x = 5x - 16 - 5x$$

$$\text{بہ دہرکردنی } 5x \text{ لہ ہہردوولا}$$

$$\text{بہ بہ کارہینانی سیفہتی لیدہرکردن}$$

$$\text{سادہ بکہ}$$

$$-3x = -16$$

$$\frac{-3x}{-3} = \frac{-16}{-3}$$

$$\text{بہ دابہشکردنی ہہردوولا بہ سہر 3- دا}$$

$$\text{بہ بہ کارہینانی سیفہتی دابہش}$$

$$\text{سادہ بکہ}$$

$$x = \frac{16}{3}$$

$$\text{ساغبکہوہ: } 2 \times \frac{16}{3} + 7 = 5 \times \frac{16}{3} - 9$$

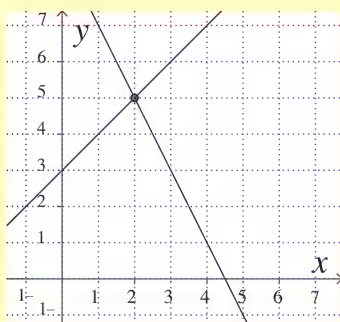
$$\frac{32+21}{3} = \frac{80-27}{3}$$

$$\frac{53}{3} = \frac{53}{3} \quad \text{راستہ}$$

$$\text{کہواتہ } x = \frac{16}{3} \text{ رگی هاوکیٹشہکہیہ}$$

ہہولبدہ شیکاری هاوکیٹشہی $3x + 12 = -5x + 24$ بکہ و ساگردنہوہی شیکارہکہش بکہ بہ لہجیاتیدانان.

دوژینه ووی شیکاری هاوکیشه کان به پروونکردنه ووی Exploring Graphic Solution Method



1. ئەو دوو بره یه کسانه کامانهن که ئەم هاوکیشه یان

$$x + 3 = 9 - 2x$$

2. له هه مان پرووته ختی پۆتانه کاندایه یه ههردوو راسته

$$y = x + 3 \text{ و } y = 9 - 2x \text{ بکێشه.}$$

3. به های پۆتانی سینی بۆ خالی یه کتر برینی ههردوو

راسته هیلکه چهنده؟

4. به له جیاتیدانان پاسادانی به هایه که بکه، ئایا ده بیته

شیکاری هاوکیشه که؟

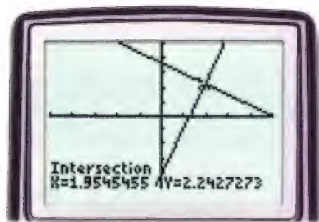
5. پروونیکه وه چۆن هاوکیشه ی $2x + 1 = 2 - x$ به پروونکردنه ووی شیکار ده کهیت.

✓ خالی چاودیژی

نموونه

3

هاوکیشه ی $y = 3.24x - 4.09$ ، $y = 0.72x + 3.65$ به پروونکردنه ووی شیکار که.



شیکار

وینه ی راسته هیلکی $y = 3.24x - 4.09$ و راسته هیلکی

$y = 0.72x + 3.65$ بکێشه به به کاره یانی بژمیری پروونکردنه ووی

یان کاغزی پروونکردنه ووی و خالی یه کتر برینی ههردوو

راسته هیلکه دیار که، پۆتانی سینی خالی یه کتر برینه که زۆر نزیکه

له ژماره 3 و له وانه یه 3.07 بیته. که واته شیکار که به نزیکه یی ده کاته 3.07.

هه ولبده هاوکیشه ی $2.24x - 6.24 = 4.26x - 8.76$ به پروونکردنه ووی شیکار که.

Literal Equations

هاوکیشه پیتییه کان

هاوکیشه ی پیتی ئەو هاوکیشه یه که دوو گۆراو یان زیاتری تیدایه. ئەو هاوکیشه یان یاساکانی

هه ژمیر کردنی پروو بهر و قه باره کان ده گریته وه.

پزیشکه کان یاسایه که به کار ده یان بۆ ده ستینیشان کردنی بری ئەو دهرمانه ی که دهریته منداله کان

به پپی ئەوه ی دهریته گه وره کان، ئەم یاسایه ش بریتییه له $c = \frac{a}{a+12} \times d$ که بری ئەو دهرمانه یه

که به مندالیک دهریته، a ته مه نی منداله که بیته، d بری ئەو دهرمانه یه که دهریته گه وره یه ک.

شیکاری ئەم هاوکیشه یه که به پپی گۆراوی d (واته ئەم گۆراوه به پپی گۆراوه کانی تر بدۆزه وه).

هاوکیشه که

$$c = \frac{a}{a+12} \times d$$

سیفه تی لیکدان به کار به یانه

$$c(a+12) = (a+12) \times \frac{a}{a+12} \times d$$

ساده که

$$c(a+12) = ad$$

سیفه تی به شینه وه به کار به یانه

$$\frac{c(a+12)}{a} = \frac{ad}{a}$$

ساده که

$$d = \frac{c(a+12)}{a}$$

نموونه

4

جییه جیکردن

پزیشکی



بیرکردنەوهی پەخنەگرانە

هاوکێشەى نموونە ٤ بەپێى گۆراوى a شیکار بکە.

✓ خالى چاودیڤى

دوو هاوکێشە هاوتە **Equivalent** دەبن ئەگەر هەمان شیکاریان هەبێت. لەجیاتیدا نان بەکاربهێنە بۆ ئەوهی ساغبکەیتەوه دوو هاوکێشەى $86 = \frac{9}{5}x + 32$ ، و $54 = \frac{9}{5}x$ هاوتان.

راھێنان

بەردەوامبوون لە بیرکاریدا

سێفەتى بەکارهێنراو بۆ شیکارى ئەم هاوکێشانە دیاربکە.

$$3x - 5 = 2x - 2 \quad \boxed{3} \quad x + 2.2 = \frac{x}{5} \quad \boxed{2} \quad 52 = -2.7x - 3 \quad \boxed{1}$$

$$\boxed{4} \quad \text{باسبکە چۆن هاوکێشەیهکی هاوتای } 4x - 7 = 4 \text{ دەستدەکەوێت.}$$

$$\boxed{5} \quad \text{باسبکە چۆن هاوکێشەى } \frac{2(x+3)}{7} = \frac{9(x-3)}{7} \text{ شیکاردەکەیت بە پروونکردنەوهی.}$$

راھێنانى ئاراستە کراو

ئەم هاوکێشانە شیکار بکەو شیکارەکانیش پاسادانبکە.

$$\frac{x}{5} + 3 = 4 \quad \boxed{7} \quad 4x + 12 = 20 \quad \boxed{6}$$

$$7 - 6x = 2x - 9 \quad \boxed{9} \quad -\frac{5}{2}x + \frac{5}{2} = 2 - 3x \quad \boxed{8}$$

$$\boxed{10} \quad \text{هاوکێشەى } Ax + By = C \text{ شیکاربکە، کاتی } B \neq 0 \text{ بۆ هەژمێرکردنى } y \text{ بەپێى گۆراوهکانى ترهوه.}$$

راھێنان و جێبەجێکردن

ئەم هاوکێشانە شیکاربکە.

$$-2x - 7 = 9 \quad \boxed{12} \quad 2x - 5 = 1 \quad \boxed{11}$$

$$20 = 6x - 10 \quad \boxed{14} \quad 5x - 3 = 12 \quad \boxed{13}$$

$$3x + 1 = \frac{1}{2} \quad \boxed{16} \quad 4 - 5x = 19 \quad \boxed{15}$$

$$7x = -2x + 5 \quad \boxed{18} \quad 4x + 80 = -6x \quad \boxed{17}$$

$$4x - 3 = x + 7 \quad \boxed{20} \quad 5x + 3 = 2x + 18 \quad \boxed{19}$$

$$\frac{1}{4}x - \frac{5}{2} = -2 \quad \boxed{22} \quad \frac{1}{5}x + 3 = 2 \quad \boxed{21}$$

$$\frac{1}{3}x = -x + 4 \quad \boxed{24} \quad \frac{1}{2}x + 2 = 0 \quad \boxed{23}$$

$$-\frac{1}{3}x + 1 = \frac{3}{2}x - 1 \quad \boxed{26} \quad x - 5 = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{2} \quad \boxed{25}$$

$$\frac{1}{4}x - 3 = 6x \quad \boxed{28} \quad \frac{2}{3}x + 9 = \frac{1}{2}x + 4 \quad \boxed{27}$$

$$\frac{2}{5}x + \frac{6}{5} = x - 3 \quad 30 \quad \frac{1}{3}x - \frac{4}{3} = \frac{1}{6}x - 1 \quad 29$$

ئەم ھاوکیڭشانە شیکار بکە و شیکارەکە بۆ نزیکتەین بەش لەسەد نزیکەکەو.

$$0.24x + 1.1 = 2.56x - 1.5 \quad 31$$

$$1.05x - 4.28 = +2.65x + 4.1 \quad 32$$

$$0.67x - 8.75 = -0.48x + 3.99 \quad 33$$

$$5.9(0.33x - 1.33) = -1.03x - 5.72 \quad 34$$

شیکاری ئەم ھاوکیڭشانە بکە بە ھەژمارکردنی نەزانراوی دانراو لە نیوان دوو کەوانەیی بەرامبەردا بەپێی نەزانراوەکانی تر.

$$(b) \quad \frac{1}{2}bh = A \quad 35$$

$$(w) \quad P = 2l + 2w \quad 36$$

$$(r_2) \quad \frac{1}{R} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \quad 37$$

$$(b_2) \quad A = \frac{1}{2}h(b_1 + b_2) \quad 38$$

$$(h) \quad A = \frac{1}{2}h(b_1 - b_2) \quad 39$$

$$(u) \quad Y = \frac{u+1}{u+2} \quad 40$$

$$(x) \quad ax + b = cx + d \quad 41$$

$$(d) \quad ax + b = cx + d \quad 42$$

ئەگەر $y = 4x + 7$ ھەبێت، لەجیاتیدانان بەکاربھێنە بۆئەوێ ھاوکیڭشەیی $-2x + y = 19$ شیکاریکەیی.



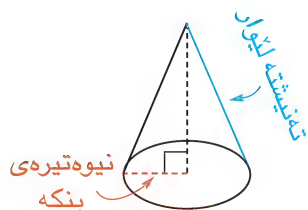
ئەندازە پێوانەیی یەکیک لە دوو گۆشەیی یەکتەر پرکەر دەکاتە دوو ئەوئەدەیی گۆشەکەیی تر کە 45° ی بۆ زیادکراوێت. ھاوکیڭشەییەک بنووسە و بەکاربھێنە بۆ دۆزینەوێ پێوانەیی ھەردوو گۆشەکە.

بەستەو

ئەندازە یاسای $A = \pi r s + \pi r^2$ پێدەدات بۆ ھەژمێرکردنی

پووبەری قووجەک کاتی، A ھێمای پووبەری قووجەکە بێت، r نیووتیرەیی بکەکەیی بێت و s درێژی تەنیشتە لیوارەکەیی بێت، یاساکە بنووسە بە ھەژمێرکردنی تەنیشتە لیوارەکەیی s بەپێی پووبەر A و نیووتیرەیی بکەکەیی r .

بەرەنگاری



روانیڻیک بۆ دواوه

نهم برانه ههژمير بکه بهبهکارهينانی پزیهندی کردارهکان.

$$3(2 - (5 - 3) - 7) + 2 \quad 46$$

$$-(-5^2)^3 \quad 47$$

روانیڻیک بۆ پیشهوه

نهم دهستهواژه بیرکاریانه چی دهگهیهنیت باسبکه.

$$y > -5 \quad 48$$

$$-3 < x < 3 \quad 49$$

$$-1 \leq y \leq 1 \quad 50$$

$$x \geq -3 \quad 51$$

لاسهنگهكان Inequalities

بۇچى

دەتوانىن زۇر لە پىداۋىستىيەكانى ژيانى
پۇژانە بەيەكارهينانى لاسهنگهكان نەنجام بەدين
نمونەش بۇ نەمە پىژەى چەورى كە پىۋىستە مروڤ
لە خواردنيدا زياد نەكات بۇ نەودى تووشى سەرنىشە
نەبىت.



وانەى
3

نامانجەكان

- لاسهنگهى هېلى بە يەك
گۇراۋ دەنوسىت و بە
جەبرى وبە پرونكرنەوھى
شىكارى دەكات.
- لاسهنگه هېلىبە ئاۋىتەكان بە
يەك گۇراۋدا بە جەبرى وبە
پرونكرنەوھى
شىكارەدەكات.

جىيەجىكرن

خواردن

يەك لە لىكۆلىنەوھكان دەريخستوۋە كە ئەو كەسانەى بېرى چەورى لە خواردنەكانياندا كەمدەكەنەوھ
بۇ كەمتر لە 20% لە بەھاي ئەو گەرمۇكە گەرمىيە دەيخۇن كەمتر تووشى سەرنىشان دەبن،
ئەگەرھىماى c بۇ گەرمۇكەى گەرمى خواردنى تاكىك دابنرىت، پىۋىستە ژمارەى گەرمۇكەى
چەورى F زياتر نەبىت لە 20% ى c ئەمە بەرپىگاي رستەى بىركارى $F \leq 0.2c$ دەردەبېرپىن.
نمونەى ئەم جۆرە رستەيە پىدەوترىت لاسهنگە Inequality.
بە شىۋەيەكى گشتى ھەر رستەيەكى بىركارى ئەم ھىمايانەى $(\leq; <; >; \geq)$ تىدابىت برىتييە لە
لاسهنگە.
بۇ شىكارى لاسهنگەكان، سيفتەكانى لاسهنگە لە نىۋان ژمارە راستىيەكاندا بەكاربھىنە.

سيفتەكانى لاسهنگە Properties of inequality

ئەگەر $a \leq b$ ، ئەو $a + c \leq b + c$	سيفتەى كۆكردنەوھ Addition Property
ئەگەر $a \leq b$ ، ئەو $a - c \leq b - c$	سيفتەى لىدەركردن Substraction Property
ئەگەر $a \leq b$ ، ئەو $ac \leq bc$ كاتىك $c > 0$	سيفتەى لىكدان Multiplications Property
ئەو $ac \geq bc$ كاتىك $c < 0$	
ئەگەر $a \leq b$ ، ئەو $\frac{a}{c} \leq \frac{b}{c}$ كاتىك $c > 0$	سيفتەى دابەشكرن Division Property
ئەو $\frac{a}{c} \geq \frac{b}{c}$ كاتىك $c < 0$	

ئەم سيفتەتەنەى سەرەوھ بە راستى دەمىننەوھ بە بەكارهينانى ھىماكانى ترى لاسهنگە.

كۆمەلەى شىكارى Solution Set لاسهنگە برىتييە لە كۆمەلەى ژمارە راستىيەكانى كە بە
لەجياتيدانانى لە لاسهنگەكەدا لاسهنگەكە راست دەبىت.

بۆ نموونه دوو ژماره راستی $\frac{1}{2}$ ، -1 دوو شیکارن بۆ لاسهنگه ی $6x+1 < 13$ ، چونکه به لهجیاتیدانانی هه ریه کێک لهو دوو ژماره یه لهجیاتی نه زانراوی x دوو لاسهنگه ی ژماره یی راستمان ده داتی.

$$\begin{array}{ll} 6x+1 < 13 & 6x+1 < 13 \\ 6(-1)+1 < 13 & 6\left(\frac{1}{2}\right)+1 < 13 \\ -6+1 < 13 & 3+1 < 13 \\ -5 < 13 & 4 < 13 \end{array}$$

راسته راسته

ئایا ده توانیت هه ندی شیکاری تر بۆ لاسهنگه که ی پیشوو بدۆزیته وه؟ به لهجیاتی دانان ساغبه که وه.

✓ خالی چاودیڤی

نموونه

1 لاسهنگه ی $4x-5 \geq 13$ شیکاریکه .

شیکار

$$\begin{array}{ll} 4x-5 \geq 13 & \text{لاسهنگه که یه} \\ 4x-5+5 \geq 13+5 & \text{سیفه تی کوکردنه وه به کاربه یینه} \\ 4x \geq 18 & \text{ساده کردن} \\ x \geq \frac{18}{4} = 4.5 & \text{سیفه تی دابه شکردن به کاربه یینه} \end{array}$$

کوومه له ی شیکاری لاسهنگه که ی پیشوو بریتییه له کوومه له ی ئه و ژماره راستیانه ی بچووکتترین له 4.5 .

هه ولبده لاسهنگه ی $4 < 7-3x$ شیکاریکه .

بازنه بچووکه پرکه نیشانه ی ئه وه یه که 4.5 سه ر به کوومه له ی شیکاره که یه .

ده توانی کوومه له ی شیکاری لاسهنگه ی یه ک گوڤاو له سه ر ته وه ره ی ژماره کان بنوینی. ئه م وینه ی خواره وه کوومه له ی شیکاری لاسهنگه ی $4x-5 \geq 13$ ده نوینیت.

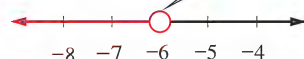


2 لاسهنگه ی $4-3x > 16-x$ شیکاریکه و کوومه له ی شیکاره که له سه ر ته وه ره ی ژماره کان بنوینه .

شیکار

$$\begin{array}{ll} 4-3x > 16-x & \text{لاسهنگه که یه} \\ 4-3x+x > 16-x+x & \text{سیفه تی کوکردنه وه به کاربه یینه} \\ 4-2x > 16 & \text{ساده کردن} \\ 4-2x-4 > 16-4 & \text{سیفه تی ده رکردن به کاربه یینه} \\ -2x > 12 & \text{ساده کردن} \\ \frac{-2x}{-2} < \frac{12}{-2} & \text{سیفه تی دابه شه کردن به سه ر ژماره یه کی سالب به کاربه یینه} \\ x < -6 & \text{ساده کردن} \end{array}$$

بازنه به تاله که نیشانه ی ئه وه یه که -6 سه ر به کوومه له ی شیکار نییه .



هه ولبده لاسهنگه ی $5-7b > 8-4b$ شیکاریکه .

نمونە

جىيەجىكرىن

ئەزمۇنەكان

نمرى كۆتايى خويندكار ديارىدەكرىت بە دوو نمرى تاقىكرىدەنەو بە پىژەى دووسىيەك و ئەركى مالىو بە پىژەى سىيەك لە يەككە لە خويندگاكاندا. نمرى سالار لە تاقىكرىدەنەو مىژوودا 90 لە 100 بوو. كەمترىن نمرى ئەركى مالىو كە پىويسىتە سالار وەرىبگرىت چەندە بۇ ئەو نمرى كۆتايى لە 93 لە 100 كەمتر نەبىت؟

شىكار

دەتوانىت پىدراوكانى پرسىارەكە بەم شىوئەى خوارەو بنوسىت.

$$\left(\begin{array}{c} \text{نمرى} \\ \text{كۆتايى} \end{array} \right) \frac{2}{3} = \left(\begin{array}{c} \text{نمرىكانى} \\ \text{تاقىكرىدەنەو} \end{array} \right) \frac{1}{3} + \left(\begin{array}{c} \text{نمرىكانى} \\ \text{ئەركى مالىو} \end{array} \right)$$

يان $f = \frac{2}{3}(90) + \frac{1}{3}h$ كە f نمرى كۆتايى، h نمرى ئەركى مالىوئەى بۇ ئەوئەى f لە 93 كەمتر نەبىت پىويسىتە h شىكارى لاسەنگەى $93 \leq \frac{2}{3}(90) + \frac{1}{3}h$ پىكېنىت.

شىكارى ئەم لاسەنگەى:

$$93 \leq \frac{1}{3}h + 60$$

سادەبەكە

$$93 - 60 \leq \frac{1}{3}h + 60 - 60$$

سيفەتى لىدەركرىن بەكابهىنە

$$33 \leq \frac{1}{3}h$$

سادەبەكە

$$3 \times 33 \leq 3 \times \frac{1}{3}h$$

سيفەتى لىكان بەكابهىنە

$$99 \leq h$$

سادەبەكە

كەواتە، پىويسىتە نمرى ئەركى مالىو لە 99 كەمتر نەبىت بۇ ئەوئەى نمرى كۆتايى لە 93 كەمتر نەبىت.

چالاکى

دۆزىنەوئەى شىكارى لاسەنگەكان بە پوونكرىدەنەوئەى Exploring Inequalities Graphically

1. لاسەنگەى $2x - 3 < 3$ شىكارىكە.
 2. وئەى دوو راستەھىلى $y = 2x - 3$ و $y = 3$ لە ھەمان پووتەختى پۇتان بکېشە.
 3. بەھاكانى گۇراوى x دىارىكە كەوا دەكات ئەو خالەى سەر بە راستەھىلى $y = 3$ بەرزتر بىت لەو خالەى كە دەكەوئە سەر راستەھىلى $y = 2x - 3$.
 4. پوونىكەرەو چۆن وەلامى پرسىارەكەى پىشوو يارمەتیت دەدات بۇ شىكارى لاسەنگەكە.
 5. لاسەنگەى $3x + 2 > 5$ بە پوونكرىدەنەوئەى شىكارىكە. ھەنگاوەكان پوونىكەو كە پىيان دەگەیتە شىكار.
- ئایا رىگاگەى پىشوو بۇ شىكارى لاسەنگەى $2x - 3 > x + 4$ ؟ و ھەرەھا بۇ لاسەنگەى $4 \geq 3x + 1$ دەشیت ؟ ئەمە پوونىكەو.

✓ خالى چاودىرى

سەرنجىكى پخنەگرانە

Compound Inequalities

لاسەنگە ئاويئەكان

ژوان ئەنجامى پىشكىنى پىژەى شەكرى لە خويندەكەى خۇيدا خويندەو، لەسەرى نوسرابو كە ئەم ھىندە (s) پىويسىتە كەمتر نەبىت لە 750 ملېگرام لە لىترىكدا و زياتر نەبىت لە 1100 ملېگرام لە لىترىكدا. كەواتە پىويسىتە s پاسادانى ھەردوو مەرجى $s \geq 750$ و $s \leq 1100$ بىت. بىت. واتە دەبىت شىكارى ھاوبەش بۇ ھەردوو لاسەنگەى $x \geq 750$ و $x \leq 1100$ بىت.

کاتیك دوو لاسهنگه به ئامرازی بهیهکبهستن «و» بهیهکتر دهبهسترینهوه یا ۸ لاسهنگهیهکی ناویتهمان Compound Inequality دهستدهکهوئیت.

بۆ شیکارکردنی لاسهنگهیهکی ناویته به ئامرازی «۸» بهیهکبهستراون، دهستبکه به شیکارکردنی ههریهکه له دوو لاسهنگهکه بهجیا و شیکاره هاوبهشهکیان وهریگره. واته کۆمهلهی شیکاری دوو لاسهنگهی ناویته به ئامرازی بهکتریهستنی «و» بریتییه له کۆمهلهی یهکتربرینی ههردوو کۆمهلهی شیکاری دوو لاسهنگهکه ههریهکیان بهجیا.

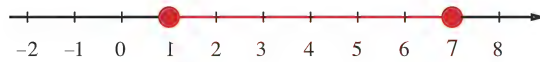
شیکاری $(3x-4 \leq 17)$ وه $(2x+1 \geq 3)$ بکه و کۆمهلهی شیکارهکه لهسهر تهوهری ژمارهکان بنویته. شیکار

$$2x+1 \geq 3 \quad \text{و} \quad 3x-4 \leq 17$$

$$2x \geq 2 \quad \text{و} \quad 3x \leq 21$$

$$x \geq 1 \quad \text{و} \quad x \leq 7$$

کۆمهلهی شیکاری ئهم لاسهنگه ناویتهیه بریتییه له کۆمهلهی بههاکانی x که پاسادانی $1 \leq x \leq 7$ دهکات. و لهسهر تهوهری ژمارهکان بهم شیویه دهنویتریت.



بهشیویهکی گشتی دهتوانی $(x > a) \wedge (x < b)$ به شیویه $a < x < b$ دهربریت.

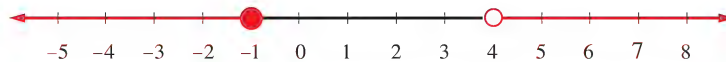
ههولبده شیکاری $(-12 > x-5) \wedge (-2x+5 \geq 3)$ بکه و کۆمهلهی شیکارهکه لهسهر تهوهری ژمارهکان بنویته. جۆریکی تری لاسهنگه ناویتهکان که به ئامرازی «یان» دوو لاسهنگهکه دهبهسترینهوه. کۆمهلهی شیکاری لاسهنگهی ناویته که به ئامرازی «۷» بهستراونهتهوه بریتییه له یهکگرتنی ههردوو کۆمهلهی شیکاری لاسهنگهکان ههریهکیان بهجیا.

شیکاری $(3x+2 \leq -1)$ یان $(5x+1 > 21)$ بکه و کۆمهلهی شیکارهکه لهسهر تهوهری ژمارهکان بنویته.

$$5x+1 > 21 \quad \text{یان} \quad 3x+2 \leq -1$$

$$5x > 20 \quad \text{یان} \quad 3x \leq -3$$

$$x > 4 \quad \text{یان} \quad x \leq -1$$



ههولبده شیکاری $(2x \leq 5) \vee (7x+1 > 36)$ و کۆمهلهی شیکارهکه لهسهر تهوهری ژمارهکان بنویته.

پراهیـنان

بهردهوامبوون له بیرکاریدا

ههنگاوهدکانی نواندنی کۆمهلهی شیکاری لاسهنگهی $7x-7 > 0$ لهسهر تهوهری ژمارهکان پروونبکهوه.

2 كۆمەلە شىكارى لاسەنگە $7x-7 > 0$ و كۆمەلە شىكارى لاسەنگە $7x-7 \geq 0$ بەچى جياوازن؟ كۆمەلە شىكارى لاسەنگە $7x-7 > 0$ و كۆمەلە شىكارى لاسەنگە $7x-7 < 0$ بەچى جياوازن.

3 ئايا ھەردو لاسەنگە $x < 16$ و $-x < -16$ ھاوتان؟ پرونيكەو.

4 چۆن دەستەواژە x ژمارەيەكى سالب نيە» بەبەكارھيتانى ئامرازەكانى لاسەنگە دەنوسيت.

راھيتانى ئاراستە گراو

5 لاسەنگە $3x+1 < 13$ شىكارىكە و كۆمەلە شىكارەكە لەسەر تەوهرى ژمارەكان بنويئە.

6 لاسەنگە $a+4 < 4a-11$ شىكارىكە و كۆمەلە شىكارەكە لەسەر تەوهرى ژمارەكان بنويئە.

7 ئەزمونەكان نمرەى كۆتايى خويئندكار لە يەككە لە خويئندگاكاندا بەيەكگرتنى نمرەى ئەزمونەكان بە پيژەى $\frac{3}{4}$ و نمرەى كۆششى پۆژانە بە پيژەى $\frac{1}{4}$ دياردەكرت. ئەگەر نمرەى كارزان لە كۆششى پۆژانەدا 92 لە 100 بىت ئەوا بەكەمترين نمرەى كارزان پيويستە وەريگرت لە ئەزمونەكاندا بۆ ئەو نمرەى كۆتايى لە 80 لە 100 كەمتر نەبىت چەندە؟

8 شىكارى لاسەنگە ئاويئەى $(2x+3 < 15) \wedge (3x-7 \geq -13)$ بکە و كۆمەلەى شىكارەكە لەسەر تەوهرى ژمارەكان بنويئە.

9 شىكارى لاسەنگە ئاويئەى $(4x-6 < 14) \vee (2x+4 \leq -10)$ بکە و كۆمەلەى شىكارەكە لەسەر تەوهرى ژمارەكان بنويئە.

جیەجیكرتەكان

راھيتان و جیەجیكردن

لاسەنگەيەك بنووسە بگونجيت لەگەڵ ئەو شىكارەى لەسەر تەوهرى ژمارەكان نويتراو.



ئەم لاسەنگانە شىكارىكە و كۆمەلە شىكارەكان لەسەر تەوهرى ژمارەكان بنويئە.

14 $5x < 10$

16 $-5x < -10$

18 $\frac{1}{2}a - 1 \geq -15$

20 $-x + 8 < 41$

22 $\frac{y}{2} \leq 10$

24 $-6(b+4) < 12$

26 $4y - 12 > 7y - 15$

28 $-4x - 3 < -6x - 17$

15 $-5x > 10$

17 $a + 4 < 10$

19 $\frac{1}{5}b - 2 \leq 28$

21 $-5x - 15 \leq 60$

23 $-\frac{y}{32} < 2$

25 $6 - (4a - 3) \geq 8$

27 $3(4y - 5) < 8y + 3$

29 $-5(3x + 2) \geq 4(x - 1)$

شىكارى ئەم لاسەنگە ئاويئانە بکە و كۆمەلە شىكارەكان لەسەر تەوهرى ژمارەكان بنويئە.

30 $(x < 2)$ و $(x > -4)$

32 $(x > 2)$ يان $(x > -4)$

31 $(x > 2)$ و $(x > -4)$

33 $(x < 2)$ يان $(x > -4)$

$$x < -4 \quad \text{و} \quad x > 2 \quad \boxed{34}$$

$$x < -4 \quad \text{يان} \quad x > 2 \quad \boxed{36}$$

شيكارى ئەم لاسەنگە ئاويتانە بکە، كۆمەلەمى شيکارەکان لەسەر تەودەرى ژمارەکان بنوینە.

$$n+4 < 16 \quad \text{و} \quad n-3 > 12 \quad \boxed{38}$$

$$y-2 < 4 \quad \text{و} \quad y+4 > 7 \quad \boxed{39}$$

$$x+7 > 4 \quad \text{يان} \quad x-2 < 2 \quad \boxed{40}$$

$$x+8 < 5 \quad \text{يان} \quad x-1 > 3 \quad \boxed{41}$$

$$-9x \geq -81 \quad \text{و} \quad 2(x+6) > -4 \quad \boxed{42}$$

$$-5y < 40 \quad \text{و} \quad 4(y-3) \leq -8 \quad \boxed{43}$$

شيكارى ئەم لاسەنگە ئاويتانە بکە، كۆمەلەمى شيکارەکان لەسەر تەودەرى ژمارەکان بنوینە.

$$20-3x \geq 11 \quad \text{يان} \quad -4x \leq -20 \quad \boxed{44}$$

$$14-3x \leq 2 \quad \text{يان} \quad 5-4x \geq 17 \quad \boxed{45}$$

$$2x > 7x-10 \quad \text{يان} \quad 8x \leq 3x-15 \quad \boxed{46}$$

$$2x-7 < 5x+8 \quad \text{يان} \quad \frac{1}{2}(16-4x) \geq 0 \quad \boxed{47}$$

شيكارى لاسەنگەى $-2a \leq 3x+a < 10$ بکە بە ھەژمارى بەھای نەزانراوى x بەپێى گۆراوەکانى تر.

کاری خێرخوازی یەكێك لە دامەزرێوە خێرخوازیەکان بپاریدا کە پاكیشتانیکی خێرخوازی ئەنجامدات لەسەر ئوتومبیلێك کە یەكێك لە كۆمپانیاكان بەخشیبووی. پێشبینی دامەزرێوە خێرخوازیەكە 1250 بلیت بە لایەنى كەمەووە بفرۆشیتەووە بە ھیواى دەستكەوتنى 210 000 000 دینار.

كەمترین نرخ بۆ بلیتێك چەندە ئەگەر بزانی تێچوونی پاكیشتانی 15 000 000 دینار بێت. تێچووی بەرھەمھێنانی كالا یەكی دیاریكراو بریتیە لە $C = 40x + 868$ و داھاتی فروشتن بریتیە لە $R = 54x$ ، ھێمای x بریتیە لە ژمارەى یەكەكانى بەرھەمھێنراو، C ھێمای تێچوونی بەرھەمى ئەم یەكەكانیە.

ا) لاسەنگەىكە بنوسە دەستكەوتى قازانج دەربەرێت.

ب) بەلایەنى كەمەووە دامەزرێوەكە پێویستە چەند یەكە بفرۆشیت بۆ ئەوێ زەرەر نەكات؟

ج) لاسەنگەىكەى پێشوو بکە بە پروونكرنەوہیى شيكارىكە.

بەرەنگارى

جێبەجێکردنەكان



روانیك بۆدواو

شيكارى ئەم ھاوكێشە پیتیانه بکە بە ھەژمێرکردنى نەزانراوى ناو دوو كەوانەكە بەپێى نەزانراوەكانى تر.

$$(t) \quad A = p + prt \quad \boxed{51}$$

$$(a) \quad SA = 2ab + 2ac + 2bc \quad \boxed{52}$$

روانیك بۆپێشەو

دوو ژمارە دیاریکە کە بەھای پرووتى ھەریەكەیان بکاتە 4.

هیزهكان و رهگهكان

Powers and Radicals

وانه‌ی

4

نامانجهكان

- به‌های برپك هه‌ژميردهكات كه هيزی تېدايېت.
- ئه‌و برانه‌ی هيزيان تېدايه ساددهكات به‌به‌كارهينانی ياساكانی هيز.

بۆچی

زۆرجار هيزهكان له جيبه‌جيكردنه جياوازه‌كاندا ده‌بينن. وهك چۆن له‌فيزيادا، له‌و چه‌قه هيزی تووشی سواربوويهك ده‌بیت له‌سه‌ر چه‌رخيكي خيرا له‌ شاری باری. ده‌كریت ئه‌مه ده‌ربهرين به‌به‌كارهينانی هيزهكان.

له‌و ياريانه‌ی كه زياتر خه‌لك پي خۆشه له‌ شاری ياريدا، ئه‌و چه‌رخه‌يه كه ده‌سوپرته‌وه به‌ خيرايبه‌كي زۆر به‌ ده‌وری ته‌وه‌ريه‌كه‌دا، كه ده‌بیت هه‌وی دروستبوونی چه‌قه‌هيز. ده‌كریت ئه‌و هيزه ده‌ربهرپت به‌م ريسايه‌ی خواره‌وه.

جيبه‌جيكردنهكان

فيزيا

$$\left. \begin{array}{l} A \text{ هيمای چه‌قه‌هيز بيت} \\ r \text{ نيوه‌تيره‌ی چه‌رخه‌كه بيت.} \\ T \text{ كاتی پيوست بيت بۆ ته‌واوکردنی خوليکی ته‌واو} \end{array} \right\} A = 4\pi^2 r T^{-2}$$

پيشتر مامه‌له‌ت كردوو له‌گه‌ل هيمای a^n و پي ده‌وتریت هيزی ژماره‌ی a به‌ توانی n ، واته a بنچينه‌يه Base، و n توانه Exponent و a^n ده‌خوينرته‌وه a توان n .

هيزی ژماره‌يه‌کی راستی Power of a Real Number

ئه‌گه‌ر a ژماره‌يه‌کی راستی بيت ئه‌وا:

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_n \text{ (} n \text{ جار) كاتیك } n \text{ ژماره‌يه‌کی ته‌واوی موجهب بيت.}$$

$$a^n = 1 \quad \text{كاتیك } n = 0 \text{ كه‌واته } a \neq 0$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \text{ كاتیك } n \text{ ژماره‌يه‌کی ته‌واوی موجهب بيت و } a \neq 0.$$

ناكریت ژماره‌ی a بکاته سفر له‌ بری a^0 چونكه 0^0 پیناسه نه‌کراوه. نمونه‌ی 1 بۆمان روونده‌کاته‌وه كه چۆن پیناسه‌ی $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ به‌کارديت.

نمونہ

بہ گہرانیوہ بۆنمونہی چہقہہیز، ہہژمیری تاودانی ئہو ہیزہ بکہ، کہ سواربویہک لہ چہرخیکدا دہسورپتہوہ نیوہتیرہکە 6m بیٹ بہ خیرایی یەک خول لہ دوو چرکہدا.

شیکار

بہہای بری $A = 4\pi^2 r T^{-2}$ ہہژمیر بکہ کاتیک $T = 2, r = 6$ ، ئەمەت دہستدەکەوئیت.

$$A = 4\pi^2 r T^{-2} = 4\pi^2 (6)(2)^{-2} = \frac{24\pi^2}{2^2} = \frac{24\pi^2}{4} = 6\pi^2 \approx 59.2$$

ہہژماری تاودانی ئہو ہیزہ بکہ کہ سواربویہک بۆ یەک خول لہ 5 چرکہدا دہسورپتہوہ لہ چہرخیکدا نیوہتیرہکە 6 مەترە.

چالاکى

Exploring Properties of Exponents

دۆزینەوہی سیفہتەکانی ہیز

- دووبارہ $a^3 \times a^5$ بنوسہ وہ بہ شیوہی ہیز بہ ریگای ہلہوشاندنہوہی ہیریەک لہ ہەردوو ہیزەکە و دووبارہ کۆکردنہوہی کۆلکەکان. ئہو کردارہ کامەیہ کہ دہتوانیت بیکەیت لہسەر ہەردوو توانەکە بۆ ئەوہی ہەمان ئەنجامت دہستیکەوئیت؟
- دووبارہ بری $(a^3)^5$ بہ شیوہی ہیز بنوسہوہ بہ ریگای ہلہوشاندنی ہەردوو ہیزەکە و دووبارہ کۆکردنہوہی کۆلکەکان. ئہو کردارہ کامەیہ کہ دہتوانیت بیکەیت لہسەر ہەردوو توانەکە بۆ ئەوہی ہەمان ئەنجامت دہستیکەوئیت؟
- چۆن بری $(a^3 \times a^7)^2$ بہ سادەترین شیوہ دہنوسیت بہ شیوہی ہیز، بۆ ہلہوشاندنہوہی ہیزەکان. ئەمە پروونیکەوہ.

✓ خالی جاویدی

ئہو چالاکییہی سەرہوہ یارمەتیت دہدات بۆ بەدەستہیینانی ئەم سیفہتانہی خوارہوہ بۆ ہیزەکان کاتیک $b \neq 0, a \neq 0$

Properties Exponents $b \neq 0, a \neq 0$ سیفہتەکانی ہیز

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

لیکدانی ہیزەکان Product of Powers

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

دابەشبوونی ہیزەکان Divide of Powers

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

ہیزی ہیزەکان Power of a Power

$$(ab)^n = a^n \times b^n$$

ہیزی ئەنجامی لیکدان Power of a Product

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, \left(\frac{b}{a}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{-n}$$

ہیزی ئەنجامی دابەشکردن Power of a Quotient

لەم وانەيەدا وای دادەنێنن ہەموو ژمارە بەکارہیژاوەکان بۆ بنچینەیی ہیزی توان سالب بریتییە لہ ژمارەیی جیاواز لہ «سفر».

بری $3x^2y^{-2}(-2x^3y^{-4})$ سادەبکە. ئەنجام بەبەکارہیژانی ہیزەکانی توانی موحەب بنوسہ.

شیکار

$$\begin{aligned} & 3x^2y^{-2}(-2x^3y^{-4}) \\ &= 3(-2)x^2x^3y^{-2}y^{-4} \\ &= -6x^{3+2}y^{-2+(-4)} \\ &= -6\frac{x^5}{y^6} \end{aligned}$$

برہکەییہ

سیفہتی ئالوگۆر لہ لیکدان بەکاربہیژنہ

سیفہتی لیکدانی ہیزەکان بەکاربہیژنہ

سادەکردن و بەکارہیژانی $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

ہەولبەدە بری $2z(3x^2)(5z^{-3})$ سادەبکە پاشان ئەنجامکە بە بەکارہیژانی ہیزەکانی توان موحەب بنوسہ.

بەدوای شیوازیکدا بگه‌پێ سەرئێج بەدە لەوێ لە هێزی ژمارە سالب پوودەدات.

$$(-2)^2 = (-2)(-2) = 4$$

$$(-2)^3 = (-2)(-2)(-2) = -8$$

$$(-2)^4 = (-2)(-2)(-2)(-2) = 16$$

$$(-2)^5 = (-2)(-2)(-2)(-2)(-2) = -32$$

تێبینی بکە هێزی ژمارە سالب بریتییه لە ژمارەیهکی مۆجەب کاتیگ تۆانەکە جۆوت بێت و دەکاتە ژمارەیهکی سالب کاتیگ تۆانەکە تاک بێت.

پێویستە ئاگاداری ئەوێ بیت کە بنچینهی سالب و تۆانی سالب تێکەڵ نەکەیت.

تۆانی تاک	تۆانی جۆوت
$(-2x)^{-3}$	$(-2x)^{-2}$
$= \frac{1}{(-2x)^3}$	$= \frac{1}{(-2x)^2}$
$= \frac{1}{(-2)^3 x^3}$	$= \frac{1}{(-2)^2 x^2}$
$= \frac{1}{-8x^3} = -\frac{1}{8x^3}$	$= \frac{1}{4x^2}$

بێی $\left(\frac{-y^7}{2x^{12}y^3}\right)^4$ سادەبکە. ئەنجامەکە بە تۆانی مۆجەب بنووسە.

3

نموونه

شیکار

سێفەتی هێزەکانی ئەنجامی بەشکردن بەکاربهێنە

$$\left(\frac{-y^7}{2x^{12}y^3}\right)^4 = \frac{(-y^7)^4}{(2x^{12}y^3)^4}$$

سێفەتی هێزی هێز بەکاربهێنە

$$= \frac{y^{28}}{16x^{48}y^{12}}$$

سێفەتی دابەشبوونی هێز بەکاربهێنە

$$= \frac{y^{28-12}}{16x^{48}}$$

سادەبکە

$$= \frac{y^{16}}{16x^{48}}$$

هەولبەدە بێی $\left(\frac{-3x^2y^5}{2y^2x^7}\right)^3$ سادەبکە و ئەنجامەکە بە تۆانی مۆجەب بنووسە.

بیرکردنەوێ پەخنەگرانە هەریهکە لە a, b, c بدۆزەوه کاتیگ $(x^{-2}y^3z^2)(y^a z^b x^c) = x^{-3}y^4$.

Radicals

پەگەکان

دەتوانیت ئەو هێزانە تۆانەکانیان پێژەیین بە شیۆیهکی تر بنووسیت کە پەگەکان لەخۆبگرێت. بێی $a^{\frac{1}{3}}$ دەکاتە $\sqrt[3]{a}$ چونکە $a^{\frac{1}{3} \times 3} = a^1 = a$. ئەم پەیهۆندییه راست دەبێت بۆ هەموو هێزێک کە تۆانی پێژەیی هەبێت.

واتە دەتوانیت بێی $a^{\frac{2}{3}}$ بە چەند شیۆیهک وەک لە خوارەوه دێت بنووسیت.

$$a^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{1}{3} \times 2} = \left(a^{\frac{1}{3}}\right)^2 = \left(\sqrt[3]{a}\right)^2$$

Powers With Rational Exponents ئەو ھېزانەى كە توانى رېژەىيان ھەىە

ئەگەر a ژمارەىەكى راستى مۇجەب بىت ئەوا :

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}} \text{ كاتىك } n \text{ ژمارەىەكى تەواوى مۇجەبە و گەرەترە لە } 1.$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m} \text{ كە } m, n \text{ دوو ژمارەى تەواوبىن و } n \text{ مۇجەب بىت.}$$

ئەم نمونەىەى خوارەو پىناسەكەى سەرەو پوونەكەتەو.

ھەژمىرى بەھای ھەرىەكە لەم دوو بىرەىە $16^{\frac{1}{4}}$ و $27^{\frac{4}{3}}$ بكة.

شىكار

$$\begin{aligned} 27^{\frac{4}{3}} &= (3^3)^{\frac{4}{3}} & 16^{\frac{1}{4}} &= (2^4)^{\frac{1}{4}} \\ &= 3^{3 \times \frac{4}{3}} & &= 2^{4 \times \frac{1}{4}} \\ &= 3^4 & &= 2^1 \\ &= 81 & &= 2 \end{aligned}$$

وئەلامەكەت بەبەكارھىنانى بژمىر پاسەدانىكە.

نمونە

4

ھەولبە

ھەژمىرى بەھای ھەرىەكە لەم دوو بىرەىە $36^{\frac{3}{2}}$ و $64^{\frac{1}{3}}$ بكة.

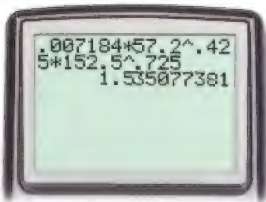
پزىشەكەكان بۇ خەملاندنى پووبەرى گشتى مروف پىسايەك بەكاردەھىنن بە پىشەستىن بە

درىژى و كىش، ئەوئەش بۇ ھەژمىرى بىرى ھەندىك دەرمان كە دەىدرىتى و پىسايەك ئەمەىە $S = 0.007184 \times W^{0.425} \times H^{0.725}$ كە S پووبەرى گشتىيە بە مەتر دووجا، W كىشە بە كىلوگرام و H درىژىيە بە سانتىمەتر.

ھەژمىرى پووبەرى گشتى مروفىك بكة كىشەكەى 57.2kg و درىژىيەكەى 152.5cm بىت.

وئەلامەكەت بنووسە بۇ نىكتىرىن بەشى دەىى لە مەتر دووجا.

شىكار



$$\begin{aligned} S &= 0.007184 \times W^{0.425} \times H^{0.725} \\ &= 0.007184 \times (57.2)^{0.425} \times (152.5)^{0.725} \\ &\approx 1.54 \end{aligned}$$

بەم پىيە پووبەرى گشتى ئەو مروفە بە نىكەى دەكاتە 1.5m^2 .

نمونە

5

ھەولبە

ھەژمىرى پووبەرى گشتى مروفىك بكة كە كىشەكەى 62.3kg و درىژى 180cm بىت. وئەلامەكە

بنووسە بۇ نىكتىرىن بەشى دەىى لە مەتر دووجا.

راھىنان

بەردەوامبون لە بىر كارىدا

1 پوونىكەو بۇچى ئەم دوو بىرەىەكسان نىن a^5 و $(a^5)^3$.

2 پوونىكەو بۇچى ئەم دوو بىرەىەكسان نىن ab^3 و $(ab)^3$.

3 پوونىكەو چۆن ھەژمىرى 5^{-2} دەكەىت.

4 پوونىكەو چۆن $4^{\frac{3}{2}}$ ھەژمار دەكەىت بەبەكارھىنانى پىناسەى ھىزەكان كە توانى

رېژەىيان ھەىە.

راهنای تاراسته کراو

جیبه جیکردنه کان



5 فیزیا هه ژمیری تاودانی چهقه هیزی نمونه ی (سامیل)

فرۆکه یه که بکه که ده سوپته وه به خیرایی یه که خول له چرکه و نیویدا به دوری ته وه ره یه کدا که 3m لیوهی دوره.

ئه مانه ساده بکه. وه لامه کان ته نه به به کاره یانی توانی موجب بنووسه.

$a^4 \times a^2$	6	$\frac{x^9}{x^3}$	7
$(y^3)^6$	8	$(a^3 b^7)^4$	9
$(y^5 y^{-2})^4$	10	$\left(\frac{-2x^3 y}{5x^7}\right)^2$	11
$\left(\frac{a^3 b^{-1}}{a^{-2} b^2}\right)^{-2}$	12	$\left(\frac{1}{x^{-1} y^3 z^0}\right)^{-1}$	13

هه ژماری ئه م برانه بکه.

$(100)^{\frac{1}{2}}$	14	$(9)^{\frac{3}{2}}$	15	$(27)^{\frac{1}{3}}$	16	$(64)^{\frac{2}{3}}$	17
-----------------------	-----------	---------------------	-----------	----------------------	-----------	----------------------	-----------

18 پزیشکی به به کاره یانی بژمیر هه ژمیری پووه ری که سیک بکه کیشه که ی 53.64kg و

دریژییه که ی 167.64cm بیت، وه لامه که ت نزیکه وه بو نزیکتیرین به ش له سه د.

راهنای و جیبه جیکردن

ئه مانه هه ژمار بکه.

3^0	19	9^0	20	$(5a)^0$	21	$(2^5 2^3)^0$	22
6^{-1}	23	4^{-2}	24	$\left(\frac{3}{5}\right)^4$	25	$\left(\frac{4}{5}\right)^2$	26
$\left(\frac{1}{4}\right)^{-1}$	27	$\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}$	28	$\left(-\frac{1}{3}\right)^{-3}$	29	$\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3}$	30
$(49)^{\frac{1}{2}}$	31	$(27)^{\frac{2}{3}}$	32	$(64)^{\frac{4}{3}}$	33	$(25)^{\frac{3}{2}}$	34
$(36)^{\frac{6}{4}}$	35	$8^{\frac{2}{6}}$	36	$-(64)^{\frac{2}{3}}$	37	$(81)^{-\frac{3}{2}}$	38

ئه م برانه ساده بکه. وه لامه کان ته نه به توانی موجب بنووسه.

$y^5 y^2$	39	$-2b^3 b^5$	40	$\frac{m^9}{m^5}$	41	$\frac{bb^4}{b^2}$	42
$\frac{x^2 y^{-5}}{x^4}$	43	$\frac{x^5 m^2}{xm^{-4}}$	44	$\left(\frac{-2y^2}{x^3}\right)^7$	45	$\left(\frac{2b^4}{a^2}\right)^3$	46
$\left(\frac{3x^4}{y^{-2}}\right)^{-1}$	47	$\left(\frac{15xy^3}{3y^2}\right)^{-1}$	48	$\left(\frac{-7y^{-2}}{x^5}\right)^6$	50		
$\left(\frac{2x^{-3}}{(2x)^3}\right)^{-1}$	49	$-2y^3 (5xy^4)$	51	$(6x^5)(3x^5)(x^0)$	52		

$$(-3x^2y^7)^3 \quad 54 \quad (-5m^4m^5)^2 \quad 53$$

$$\left(\frac{3b^2y^3}{b^{-1}}\right)^{-5} \quad 56 \quad \left(\frac{-2b^5y^{-1}}{m^3}\right)^3 \quad 55$$

$$\left(\frac{x^{-2}y}{b^{-1}}\right)^5 \quad 58 \quad \left(\frac{5b^2x^{-2}}{x^{-3}}\right)^{-1} \quad 57$$

$$\left(\frac{15b^2x^{-2}}{-3bx^{-3}}\right)^{-2} \quad 60 \quad \left(\frac{4b^2y^{-3}}{b^{-1}y^2}\right)^2 \quad 59$$

$$(3xb^{12})^3 \quad 62 \quad (2x^4y)^3 \quad 61$$

$$(x^{-3}y^2)(-2x^3y^7)^{-3} \quad 64 \quad (x^{-3}y^{-1})(x^{-3}y^0)^2 \quad 63$$

$$\left[\frac{(x^3y^5)^2}{x^5y^2}\right]^{-1} (x^{-3}y^0)^2 \quad 65$$

بۆ ھەژمارکردنی بەھای ئەم برانە بژمێر بەکاربھێنە.

$$3.3^{2.7} - 5^{1.9} + 0.63^{0.95} \quad 67 \quad 12^{6.05} + 8.8^{3.24} \quad 66$$

$$71.33^{0.44} + 478.2^{0.4} \quad 69 \quad 0.005^{21.53} + 9.05^{0.034} \quad 68$$

$$89^{3.5} - 5.25^{9.25} + 324^{0.05} \quad 71 \quad 11.7^6 + 29.3^{1.23} - 6^{-2.2} \quad 70$$

$$y \neq 0 \text{ ، } y^{a-b} = \frac{1}{y^{b-a}} \text{ پوونبیکەوہ } \quad 72$$

$$\frac{x^{-1}y^{-1}}{x-y} = -\frac{1}{xy} \text{ پوونبیکەوہ } \quad 73$$

ئەندازە r پێسای $h = \frac{3}{\pi} V r^{-2}$ کە h بەرزى قووجەکیکمان بەپێى قەبارەکەى V و نیوەتیرەى بنکەکەى r دەداتى.

ا) ھەژمارى بەرزى قووجەکێک بکە قەبارەکەى 200cm^3 و نیوەتیرەى بنکەکەى 4cm .
وہ لامەکەت بۆ نزیکتەین بەش لە دە بنووسە.

ب) پێساکەى سەرەوہ بنووسە بەبەکارھێنانى تەنھا توانى موحەب.

ئەندازەى بىناسازى ھاوکێشەى $F = 5 \times 10^{-3} r^4 l^{-2}$ ئەوپەرى بارى ئەستوونى بىنايەکمان بە تەن دەداتى کاتێک F ئەوپەرى بار بێت بەتەن و l بەرزى ئەستوونە کەبێت بە مەتر و r نیوەتیرەى بنکەى ئەستوونەکە بێت بە سانتیمەتر.

ا) ھەژمىرى ئەوپەرى بارى ئەستوونێک بکە بەرزىکەى 2m و نیوەتیرەى بنکەکەى 50cm .

ب) پێساکەى پێشوو بەبەکارھێنانى توانى موحەب بنووسە.

کیمیا تیشکدانەوہى پلوتونیۆم $Plutonium$ زۆر بە ھىواشى کەم دەکات. پێژەى سەدى پلوتونیۆمى ماوہ (A) پاش x ساڵ دیاریدەکریت بەم پێسایەى خواروہ.
 $A = 100 \times \left(0.5^{\frac{x}{24360}}\right)$ پێژەى سەدى پلوتونیۆمى ماوہ دیاریبکە پاش.

$$100 \text{ ساڵ} \quad 76 \quad 500 \text{ ساڵ} \quad 77 \quad 1000 \text{ ساڵ} \quad 78 \quad 5000 \text{ ساڵ} \quad 79$$

بەردنگارى

بەستنهوہ

جیبەجیکردنەکان

فیزیا پهستانی ههوا کهم دهیتهوه به بهرزبونوهه له پووی ئاستی دهریا. ئهم پهستانه دیاریدهکری بهپپی ریسی $P = 14.7(10)^{-0.000064a}$ که a بهرزییه له پووی دهریا به مەتر و p پهستانی ههوا یه به ملیمهتری جیوه.

80 پهستانی ههوا له شاریکدا دهکاته چهند که 1610m له پووی ئاستی دهریا بهرز

81 پهستانی ههوا له چای ئیقه ریست چهند دهیته که بهرزییه که له پووی دهریاوه 8848m ه.

روانیك بۆ دواوه

شیکاری ئهم لاسهنگه ناویتانه بکه. کۆمهله شیکارهکه له سهه تهوهری ژمارهکان بنوینه.

82 $x < 1$ و $x > -3$ **83** $x > \frac{1}{2}$ و $x > -\frac{1}{4}$

84 $x < 1$ یان $x > -3$ **85** $x > \frac{1}{2}$ یان $x > -\frac{1}{4}$

ههژمیری ئهم برانه بکه به به کارهیانی ریزه ندی کردارهکان.

86 $2(3-1)+6 \div 3 \div 2$ **87** $3(9-12)-2(7-3)-1$

88 $3 \times 5^2 - 4(5-8)^2 \div 3$ **89** $(5-3)^{\frac{10-8}{13-12}}$

روانیك بۆ پیشهوه

90 **وهچهکان** دایک و باوکت نهوهی یه که من له وهچهکان (باوانت)، ئهوکاته ههردوو باپیره و

ههردوو داپیره (نهک) دهبنه نهوهی دووهم. بهلام نهوهی سییه 4 باپیر و 4 داپیر دهگریتهوه

و ههروهها. ریسییه بنوسه که ریگات پیدهدات به ههژماری وهچهکان له n نهوه.

هیژهکان به کاریهینه له نووسینی ئهم ریسییه.

شىكارىردىنى سىستىمى ھىلىيەكان بەلەجياتيدانان

Solving Linear Systems by Substitution



بۇجى

زۇرچار پىئوستت بە شىكارىردىنى سىستىمىك دەبىت كە لەدو
ھاوكىشەى ھىلى پىكھاتوو و دەلامى تەواوت دەداتى بەيى نىكردنەو
ودك فرۇشيارىك لە بازارد پىئوستى بە دىارىكردى نرخی ھەر كالاىەك
ھەيە بەوردى بۇ ئەو دى قازانجى پىئوستى دەستكەوئت.

لە پۇلى نۆھەمدا فىرى سىستىمى ھاوكىشە ھىلىيەكان بوويت و ھەلسايت بە شىكارىردىنى
ھەندىكىان. و لەم پۇلەدا فىرى چەند پىگايەك دەبىت بۇ شىكارىردىنى ئەم جۇرە سىستمانە. و
ھەروھا لەسەرەتادا فىرى پىگاي لەجياتيدانان دەبىت.

چالاکى

Exploring Substitution

دۆزىنەو دى پىگاي لەجياتيدانان

پىشېركى ئوتومبىلەكان لەشارى سېرنغ لە وولاتە يەكگرتووھكانى ئەمريكا ئەنجامدەدرىت
يەككە لە گرنگرترىن پىشېركى ئوتومبىلەكان. لەم پىشېركىيەدا ھەر ئوتومبىلەك دوو شوفىرى
لئىدەخورىت و ھەريەك لەو شوفىرانە چەند خولىك ئەنجام دەدەن. تىپى ستىف و مايكل 157
خولىان ئەنجامدا، ئەگەر مايكل 21 خولى لە ستىف كەمتر ئەنجام دابىت، ئايا ھەريەكەيان
چەند خولى ئەنجامداو؟

1. بە نووسىنى ھاوكىشەكان دەستپىكە بۇ ئەو دى نمونەيەكى بىركارى بۇ شىكارى
پرسىارەكە بدۆزىتەو. نەزانراوى x ھەلېزىرە بۇ نواندى ئمارەى خولەكانى كە ستىف
ئەنجامىداو و نەزانراوى y ھەلېزىرە بۇ نواندى ئمارەى خولەكان كە مايكل ئەنجامىداو.

$$\begin{cases} x + y = 157 \\ y = x - 21 \end{cases}$$

سىستەمىكى دوو ھاوكىشەيى
ھىلىت بە دوو نەزانراو x ، y دەست دەكەوئى

2. پىگاي خەملىنە و ساغبەو بۇ دۆزىنەو دى بەھاي x ، y بەكاربەننە كە دەبنە شىكارى
سىستەمى دوو ھاوكىشە.

3. سەيرى ھاوكىشەى دووھم بەكە $y = x - 21$ ، ئەم زانىارىيە دەربارەى y چۆن بەكاردەھىنىت لە
ھاوكىشەى يەكەمدا؟

4. لەبەر ئەو دى $y = x - 21$ ، پىئوستە لە ھاوكىشەى يەكەمدا لە جياتى y بەھاي $x - 21$ دابىنىت
پاشان ھاوكىشەى دەستكەوت بۇ دۆزىنەو دى بەھاي y شىكارىكە.

5. لە ھاوكىشەى دووھمدا بەھاي نەزانراوى x دابىنى بۇ ھەژمارى بەھاي y .

6. بەھاي x و y بەراوردىكە لەگەل ئەو دوو بەھايەى لە پىگەى بخەملىنەو ساغبەو
دەستكەوتوو. ئايا ئەم دوو ئەنجامە جوتەن؟ پرونىكەو.

وانەى
5

ئامانجەكان

- سىستىمىك كە لە دوو
ھاوكىشەى ھىلى پىكھاتوو
بە پىگاي لەجياتيدانان
شىكارىدەكات.

جىيەجىكردنەكان

پىشېركى ئوتومبىل

شىكارى پرسىار

✓ خال جاويدىرى

نمونە

1

سیستەمی شیکار
$$\begin{cases} 8x + 2y = 19 \\ x = 3 \end{cases}$$
 بە ڤیڭای لەجیاتیدانان شیکاریکە.

شیکار

لەبەر ئەوەی $x = 3$ ، دەتوانیت لەجیاتیی x لە ھاوکێشە یەکەمدا بەهاکەیی دابنێی.

$$8(3) + 2y = 19$$

$$24 + 2y = 19$$

$$2y = -5$$

$$y = -2.5$$

جووتە ڤیکخراوی $(3, -2.5)$ شیکاری سستەمەکیە.

$$8(3) + 2(-2.5) = 19$$

$$24 + (-5) = 19$$

$$19 = 19$$

پاستە

ھاوکێشە دەستکەوتوو شیکاریکە

بۆ دۆزینەوهی بەهای نەزانراوی y .

پاستی شیکارکە ساغیکەوه بە لەجیاتیدانانی

x و y لە ھاوکێشە یەکەمدا:

نمونە

2

سیستەمی شیکار
$$\begin{cases} 15x - 5y = 30 \\ y = 2x + 3 \end{cases}$$
 بە ڤیڭای لەجیاتیدانان.

شیکار

لەجیاتیی y بەهای $2x + 3$ لە ھاوکێشە یەکەمدا دابنێ پاشان ھاوکێشە دەستکەوتوو

$$15x - 5(2x + 3) = 30$$

$$15x - 10x - 15 = 30$$

$$5x - 15 = 30$$

$$5x = 45$$

$$x = 9$$

بەهای 9 لە جیاتیی x لە ھاوکێشە دووهمدا دابنێ پاشان ھاوکێشە دەرچوو

$$y = 2(9) + 3$$

$$= 18 + 3$$

$$= 21$$

شیکارکە بریتییه لە جووتە ڤیکخراوی $(9, 21)$.

پاستی شیکارکە ساغیکەوه بە لەجیاتیدانانی بەهای x و y لە دوو ھاوکێشە سەرەکییە

$$21 = 2(9) + 3$$

$$21 = 18 + 3$$

$$21 = 21$$

پاستە

$$15(9) - 5(21) = 30$$

$$135 - 105 = 30$$

$$30 = 30$$

پاستە

هەولێدە ئەم سستەمانە بە ڤیڭای لەجیاتیدانان شیکاریکە.

$$\begin{cases} -3x + 2y = 31 \\ x = 0.5y + 6 \end{cases} \quad \boxed{\text{ب}}$$

$$\begin{cases} 2x + 5y = 14 \\ y = 5 \end{cases} \quad \boxed{\text{ا}}$$

نمونە

3

سستەمى $\begin{cases} 3x + y = 4 \\ 5x - 7y = 11 \end{cases}$ بە رېڭاي لەجیاتیدانان شیکاریکە.

شیکار

بۆ ئەوەی رېڭاي لەجیاتیدانان بەکاربھێنیت، شیکاری ھاوکیڤشەى یەكەم بکە بۆ ھەژمارکردنى

بە ھای y بەپێى x .

$$3x + y = 4$$

$$3x + y - 3x = 4 - 3x$$

$$y = 4 - 3x$$

ئاسانترین ھاوکیڤشە
بۆ شیکارەكە ھەلبژێرە.

لەجیاتى x بە ھای 1.5 لە ھاوکیڤشەى یەكەمدا

دابەنى پاشان ھاوکیڤشەكە شیکاریکە.

$$3(1.5) + y = 4$$

$$4.5 + y = 4$$

$$y = -0.5$$

لەجباتى y لە ھاوکیڤشەى دووھەمدا بە ھاكەى

$4 - 3x$ دابەنى پاشان ھاوکیڤشەكەى شیکاریکە.

$$5x - 7y = 11$$

$$5x - 7(4 - 3x) = 11$$

$$5x - 28 + 21x = 11$$

$$26x - 28 = 11$$

$$26x = 39$$

$$x = 1.5$$

شیکار بریتىیە لە جووتە رېڭخراوى $(1.5, -0.5)$.

راستى شیکارەكە ساغبکەو بە لەجیاتیدانانى بە ھای x و y لە ھەردوو ھاوکیڤشە بنەرەتییەكەدا.

بیرکردنەوہى رەخەنگرانە

بۆچى لە نمونەى 3 دا ھەستایت بە ھەژمارکردنى نەزانراوى y بەپێى x لە ھاوکیڤشەى یەكەمدا لە

جیاتى ھەژمارکردنى x بەپێى y ؟

سستەمى $\begin{cases} 6x - 2y = 11 \\ x + 3y = 4 \end{cases}$ بە رېڭاي لەجیاتیدانان شیکاریکە.

ھەولبەدە

نمونە

4

سۆران لە یاریەکانى کۆتایى تۆپى پێدا کلاو دەفرۆشیت، 100 کلاوى وەرزى پېشوو لاماو و 300 کلاوى تازەى ھەيە. سۆران لەم وەرزە دەيەوێت ھەموو کلاوھەکان بە 5 300 000 دینار بفرۆشیت. دەبى نرخى چەند بۆ کلاوى تازە و کلاوى کۆن دابنیت بۆ گەيشتن بەو ئامانجە، ئەگەر بزائیت نرخى کلاویكى تازە 7000 دینارى لە نرخى کلاویكى کۆن زیاترە.

شیکار

بە ھەلبژاردنى دوو نەزانراو دەستپێدەكەم. با نەزانراوى d بۆ ھىماى نرخى کلاوھە كۆنەكە

$$300n + 100d = 5\,300\,000$$

$$\begin{cases} 300n + 100d = 5\,300\,000 \\ n = d + 7\,000 \end{cases}$$

ھەلەبژێرم و ھىماى n نرخى کلاویكى تازە بێت.

سستەمى دوو ھاوکیڤشەكە بنووسە بۆ شیکای پرسیارەكە

لەجیاتى d نرخى 8 000 لە ھاوکیڤشەى

دووھەمدا دابەنى پاشان ھاوکیڤشەكە

شیکاریکە.

$$n = 8\,000 + 7\,000$$

$$n = 15\,000$$

لەجیاتى n لە ھاوکیڤشەى یەكەمدا نرخى

$d + 7000$ دابەنى پاشان ھاوکیڤشەكە شیکاریکە.

$$300(d + 7000) + 100d = 5\,300\,000$$

$$300d + 2\,100\,000 + 100d = 5\,300\,000$$

$$400d + 2\,100\,000 = 5\,300\,000$$

$$400d = 3\,200\,000$$

$$d = 8\,000$$

شیکارەكە بریتىیە لە $(8000, 15\,000)$ سۆران پېويستە کلاوھە تازەھەکان بە نرخى 15 000 دینار

بفرۆشیت و کلاوھە كۆنەھەکان بە 8 000 دینار بفرۆشیت.

جیبەجیكردنەكان

بازرگانى

بەردەوامبوون لە بیرکاریدا

1 ئەگەر بزانی $y = 42$ ، ئەوا چۆن لە جیاتیدانان بەکار دێنیت بۆ شیکاری ھاوکیشی $y = x + 8$ ؟

2 دوو ھاوکیشی $-4x + y = 2$ و $2x + 3y = 34$ ھەبێت، ئاسانترین نەزانراو و ئاسانترین ھاوکیشی ھەلبژێرە بۆ دەستپێکردنی شیکار و ھۆی ھەلبژاردنەکەت دیاریکە پاشان شیکاریان بکە.

3 پوونبیکەوێ چۆن لە جیاتیدانان بە کار دەھێنێ بۆ شیکارکردنی سیستمی $\begin{cases} x - 2y = 8 \\ 2x + 3y = 23 \end{cases}$

راھبەنی ئاراستە کراو

ئەم سیستمە بە ھەجیاتیدانان شیکار بکە. پاشان پاسادانی شیکارەکە ساغبکەو.

$$\begin{cases} 3x - 2y = 2 \\ y = 2x + 8 \end{cases} \quad 5$$

$$\begin{cases} 5x = 3y + 12 \\ x = 5 \end{cases} \quad 4$$

$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 10x = 4y + 2 \end{cases} \quad 7$$

$$\begin{cases} 5x - y = 1 \\ 3x + y = 1 \end{cases} \quad 6$$

راھبەن و جێبەجێکردن

8 سەرچەمی دوو ژمارە دەکاتە 27، گەورەکیان 3 ی زیاترە لە ھەمی تریان ئەم دوو ژمارەییە کامانەن.

ئەم سیستمە شیکاربکە.

$$\begin{cases} x = 7 \\ 2x + y = 5 \end{cases} \quad 10$$

$$\begin{cases} 2x + 8y = 1 \\ x = 2y \end{cases} \quad 9$$

$$\begin{cases} y = 5 - x \\ 1 = 4x + 3y \end{cases} \quad 12$$

$$\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 2x - y = 10 \end{cases} \quad 11$$

$$\begin{cases} 4x + 3y = 13 \\ x + y = 4 \end{cases} \quad 14$$

$$\begin{cases} 2x + y = -92 \\ 2x + 2y = -98 \end{cases} \quad 13$$

$$\begin{cases} 2x + y = 2 \\ 10x = 4y - 2 \end{cases} \quad 16$$

$$\begin{cases} 6y = x + 18 \\ 2y - x = 6 \end{cases} \quad 15$$

$$\begin{cases} 4y - x = 15 \\ y + x = 6 \end{cases} \quad 18$$

$$\begin{cases} 2y + x = 4 \\ y - x = -7 \end{cases} \quad 17$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 21 \\ -3x - 6y = -24 \end{cases} \quad 20$$

$$\begin{cases} y = x - 3 \\ x + y = 5 \end{cases} \quad 19$$

$$\begin{cases} 3x + y = 21 \\ 10x + 5y = 65 \end{cases} \quad 22$$

$$\begin{cases} 5x - 7y = 31 \\ -4x + 2y = -14 \end{cases} \quad 21$$

$$\begin{cases} 12x + 4y = 22 \\ 3x - 8y = -10 \end{cases} \quad 24$$

$$\begin{cases} -3y = 9x + 24 \\ 6y + 2x = 32 \end{cases} \quad 23$$

$$\begin{cases} -5x + 7y = -41 \\ 7x + y = 25 \end{cases} \quad 26$$

$$\begin{cases} 11x + 4y = -17 \\ -6x + y = 22 \end{cases} \quad 25$$

27 ئەندازە درېژى و پانى لايىشەيەك بىدۆزەۋە ئەگەر زانېت چىۋەكەي يەكسانە بە 208m و درېژىيەكەي دوو ئەۋەندەي پانىيەكەيەتى.

28 ئەندازە سەرچەمى پىۋانەي دوو گۆشەي B و C لە سىگۆشەي بەرامبەردا دەكاتە 90°. ھەژمارى پىۋانەي ھەريەكە لە گۆشەكانى سىگۆشەكە بىدۆزەۋە ئەگەر بزانېت پىۋانەي گۆشەي B 30° كەمتەرە لە دوو ئەۋەندەي پىۋانەي گۆشەي C.



29 بىردۆزى ژمارەكان ژمارەي x چواري كەمتەرە لە سى ئەۋەندەي ژمارە y، ئەگەر دوو ئەۋەندەي y كەم بىرېتەۋە لە كۆي 3 لەگەل دوو ئەۋەندەي x دەكاتە 11. ئەو دوو ژمارەيە چەندن؟

سىستەمى دوو ھاۋكىشەي ھىلى بۆھەر پىرسىاريك بنووسە پاشان شىكارىيانېكە.

30 بۆخۆشى بالۆنىك لە زەۋىيەۋە بەرزىۋەۋە بە خىرايى 4m لە خولەككەدا، و لە ھەمان كاتدا بالۆنىكى تر لە بەرزى 756m دەستىكرد بە ھاىتە خوارەۋە بەخىرايى 3m لە خولەككەدا پاش چەند خولەك دوو پەرەشوتەكە بەيەكتەرەگەن.

31 كارى خىرخوازي كۆمەلەي چاۋدىرى خىرخوازي ئاھەنگىكى سازكرد و تەنيا دىارى پىشكەشكرا بۆگەوران و مندالان كرد كە ژمارەيان 210 كەس بون بەمە 935 ھەزار دىنارى تىچوۋ. ئەگەر نرخی دىارى بۆگەۋرە 6 ھەزار دىنار بىت و بۆ مندالان 3.5 ھەزار دىنار بىت ئەۋا:

ا ھاۋكىشەيەك بنووسە كە كۆي ھەردوۋى برى پارەكە بە تەۋاۋى دەرېخات.

ب ھاۋكىشەيەك بنووسە كە ژمارەي تەۋاۋى كەسەكان دىارىكات.

ج ھەردوۋى ھاۋكىشەي دەستكەۋتوۋە شىكارىكە. ژمارەي گەۋرەكان چەندن؟ ژمارەي مندالان چەندن؟

32 دەروازەيەك لەسەر پۆشەنېرى چىنى ژمارەيەك لە جوتىارنى چىنى ھاۋبەشيان كرد لە دابىنكردنى نرخی ئامېرىكى كشتوكالېدا، ئەگەر ھەريەككىيان 8 پارچە پارە بدات، برى پارەكە 3 پارچە زياتر دەبىت لە برى پىۋىست، و ئەگەر ھەر يەككىيان 7 پارچە پارە بدات، برى پارەكە 4 پارچە كەمتەردەبىت لە برى پىۋىست. ئايا ژمارەي جوتىارەكان چەندە؟ و نرخی ئامېرەكەش چەندە؟

روانىيەك بۆدواۋە

33 بۆخۆشى لە پىشېركىيەكى پاكردندا نەسرېن 20 مەتر پىش شىۋ كەۋت، و شىۋ 5 مەتر لە دواي ژيان، و ژيان بە 10 مەتر لە دواي بەھارە، بەلام شىرېن بە 15 مەتر لە پىش بەھارەۋەيە. پىزىبەندى پاكەركەكان چۆنە؟

نەم ھاۋكىشانە شىكارىكە.

$$\frac{3}{x} = 15 \quad 35 \quad \frac{x}{15} = 3 \quad 34$$

$$\frac{x}{3} = 15 \quad 37 \quad \frac{15}{x} = 3 \quad 36$$

38 42% ى ژمارەيەك دەكاتە 12.6، ژمارەكە كامەيە؟

روانىيەك بۆپىشەۋە

لەجىياتىدانان بەكاربېئە بۆشىكاركردنى ھەريەك لەم سىستمانە (تىبىنىيەكە سىستەمەكە لە 3 ھاۋكىشە 3 نەزانراۋەكانە.

$$\begin{cases} 2x+3y+5z=44 \\ 2y-6z=4 \\ z=4 \end{cases} \quad 40 \quad \begin{cases} x+2y+3z=8 \\ y+3z=3 \\ z=2 \end{cases} \quad 39$$

شىكارىردىنى سىستىمە ھېلىيەكان بەلابردىن

Solving Linear Systems by Cancellation



وانەى

6

نامانجەكان

• سىستىمىك لە دوو
ھاوكىشەى ھېلى پىكھاتووه
بە پىگای لابردىن
شىكارىدەكات.

بۆجى

لابردىن پىگايەكى نوپىيە كە شىكارىكى خىرا دەدا
بەدەستەوہ بۆ سىستىمى دوو ھاوكىشەى ھېلى ئالۆز كە لەم
وانەيەدا دىتە پىشت.

جىيەجىكرىدەكان

بەكرىدانى ئوتومبىل

نووسىنگەى ھەوار ھەلدەستىت بە بەكرىدانى ئوتومبىل. گەشتىارىك برىك پارە دەدات بەرامبەر
ھەر پۆژىك بۆ بەكرىگرتنى ئۆتومبىلىك و برىكى تر پارە دەدات بۆ ھەر كىلۆمەترىك ئۆتومبىلەكە
دەبىرپىت. پزگار و زانا ھەريەكەيان ئۆتومبىلىك دەگرن لە نووسىنگەى ھەوار بەكرى بۆ گەشتىك.
گەشتى پزگار 2 پۆژى خاياند و 125 كىلۆمەترى برى و گەشتەكەى زانا 4 پۆژى خاياند و 350
كىلۆمەترى برى، پزگار 287.25 ھەزار دىنارى دا، و زانا 697.50 ھەزار دىنارى دا. كرى پۆژىكى
ئۆتومبىلەكە ديارىكە و تىچووى كىلۆمەترىك.

دەتوانىت سىستەمىكى دوو ھاوكىشەى ھېلى بنووسىت، پاشان بۆ ديارىكرىدى ھەردوو كرىيەكە
شىكارىان بكەيت.

شىكارى پرسىارەكە

بە پىناسەكرىدى ھەردوو نەزانراوى پرسىارەكە دەستپىكە.

نەزانراوى d : ھىماى كرى ئۆتومبىلەكە بىت لە پۆژىكدا

نەزانراوى k : ھىماى پارەى كرى يەك كىلۆمەتر بىت .

لە زانىارىيەكانى سەرەوہدا دەتوانىت سىستەمى ھەردوو ھاوكىشە بنووسىت.

$$\begin{cases} 2d + 125k = 287.250 \\ 4d + 350k = 679.500 \end{cases}$$

بىگومان دەتوانىت ئەم سىستەمە بە پىگای لەجياتيدانان شىكارىكەيت بەلام ئەمە كارىكى ئاسان
نپيە. لەم وانەيەدا فىرى پىگايەكى تازە دەبىت بۆ شىكارىكرىدى سىستەمە ئالۆزەكان.

$$\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 5x - 2y = 9 \end{cases}$$

سیستمی ئەم دوو ھاوکیشهیه شیکاردەکەیت.

1. ئەم دوو ھاوکیشهیه دوو رادەیی دژ بهیهکتری تێدایه. کامانەن؟
2. سیفەتی کۆکردنەوه له یەکسان بووندا به کاربهێنە بۆ ئەوێ ھاوکیشهیهکت دەستبکەوێت له هەردوو ھاوکیشهکەوه ($3x + 2y$ و $5x - 2y$ و 7 لهگەڵ 9 کۆیکەوه). ھاوکیشه تازەکە چەند نەزانراوی تێدایه.
3. ھاوکیشه تازەکە شیکاربکە بۆ دیارکردنی بهای نەزانراوەکە. پاشان بهای نەزانراوەکە له یەکیک له دوو ھاوکیشه سەرەکیهکاندا دابنێ. ھاوکیشه دەرچووێکە شیکاربکە بۆ دیارکردنی بهای نەزانراوی دووهم.
4. پاسادانی ئەو بکە که هەردوو بهای دەستکەوتوو بۆ دوو نەزانراوی x و y دەبنە شیکاری سیستمی دوو ھاوکیشهکە.
5. پوونیکەوه چۆن دژەکان به کاردهینیت بۆ شیکاری سیستمی ھاوکیشهکان.

✓ خالی جاودیری

Cancellation Method

پێگای لابردن

له چالاکیهکەیی پێشودا پێگای لابردن به کارهینا بۆ شیکارکردنی سیستمی دوو ھاوکیشه. ئەم پێگایه به کاردهینرێت بۆ لابردنی دژەکانی یەکیک له دوو نەزانراوەکە.

$$\begin{cases} 3x + 4y = 7 \\ 2x - 4y = 13 \end{cases}$$

پێگای لابردن به کاربهێنە بۆ شیکاری ئەم سیستمه

شیکار

سیفەتی کۆکردنەوه له یەکسانیدا به کاربهێنە بۆ بۆ دیارکردنی بهای y له جیاتی بهای x دەستکەوتنی ھاوکیشهیهک تهنها x ی تێدایێ که له هەردوو ھاوکیشهکەوه دەردهچێت و ھاوکیشهکە شیکاربکە.

$$3x + 4y = 7$$

$$3(4) + 4y = 7$$

$$12 + 4y = 7$$

$$4y = -5$$

$$y = -1.25$$

تێبینیکه $4y$ و $-4y$ دژی یەکترن

$$3x + 4y = 7$$

$$2x - 4y = 13$$

$$5x + 0 = 20$$

$$5x = 20$$

$$x = 4$$

شیکاری سیستمهکە دەبێتە $(4, -1.25)$

بهای x به 4 و بهای y به -1.25 له هەردوو ھاوکیشه سەرەکیهکەدا دابنێ بۆ پاسادانکردنی شیکارهکە:

$$2(4) - 4(-1.25) \stackrel{?}{=} 13$$

$$8 - (-5) \stackrel{?}{=} 13$$

$$13 = 13 \quad \text{راسته}$$

$$3(4) + 4(-1.25) \stackrel{?}{=} 7$$

$$12 + (-5) \stackrel{?}{=} 7$$

$$7 = 7 \quad \text{راسته}$$

تێبینی ئەو بکە که ھاوکیلهکی y له هەردوو ھاوکیشهکەدا دژی یەکترن. ئەمەش وا دەکات که شیکاری ئەم جوړه سیستمهمانە ئاسان بێت.

جاری واهیه هەردوولای یهکیک له هاوکیشهکان یان هەردووکیان له ژمارهیهک بدریت بۆ بهدهستهێنانی دوو دژهکه و لابردنی یهکیک له دوو نهزانراوهکه. ئەگەر هاوکۆلکهی یهکیک له دوو نهزانراوهکه 1 بیئت کارهکه ئاسانه، بهلام دهکریت ئەم بیروکهیه جیبهجیبریت لهسەر ئەو سیستمانهی زیاتر ئالۆزن وەك سیستمی نموونه 2.

نموونه

$$\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 5x + 7y = 3 \end{cases}$$

پێگای لابردن بهکاربهێنه بۆشیکارکردنی سیستمی

شیکار
هەردوولای هاوکیشهی یهکههه له ژماره 5 بده و ههروهها هەردوولای هاوکیشهی دووهم له -2 بده بۆ ئەوهی دوو ژمارهی دژت دهستکهوێت.

$$\begin{array}{l} \begin{cases} 10x + 15y = 5 \\ -10x - 14y = -6 \end{cases} \quad \text{یان} \quad \begin{cases} (5)2x + (5)3y = (5)1 \\ (-2)5x + (-2)7y = (-2)3 \end{cases} \\ 10x + 15y = 5 \\ -10x - 14y = -6 \\ \hline y = -1 \\ 2x + 3y = 1 \\ 2x + 3(-1) = 1 \\ 2x - 3 = 1 \\ 2x = 4 \\ x = 2 \end{array}$$

سیفەتی کۆکردنەوه له یهکسانیدا بهکاربهێنه بۆ ئەوهی

هاوکیشهیهکی تازەت دهستکهوێت تهنها یهک نهزانراوی تێدا بیئت

ئەویش بریتییه له y ، پاشان ئەم هاوکیشهیه شیکاریکه. لهجیاتی y

بههاکهی له هاوکیشهی یهکههدا دابنێ بۆ دیاریکردنی بههای x .

شیکارهکه دهبیته $(-1, 2)$.

پاسادانی شیکارهکه بکه به دانانی بههای هەردوو

نهزانراوهکان له هەردوو هاوکیشهکهدا.

$$\begin{array}{l} 5(2) + 7(-1) = 3 \\ 10 + (-7) = 3 \\ 3 = 3 \quad \text{پاسته} \end{array} \quad \begin{array}{l} 2(2) + 3(-1) = 1 \\ 4 + (-3) = 1 \\ 1 = 1 \quad \text{پاسته} \end{array}$$

نموونه

$$\begin{cases} 2d + 125k = 287.25 \\ 4d + 350k = 679.50 \end{cases}$$

پێگای لابردن بهکاربهێنه بۆشیکارکردنی ئەو پرسپارهی له سههرهتای وانکهه باسکرا

شیکار

$$\begin{cases} (-2)2d + (-2)125k = (-2)287.25 \\ 4d + 350k = 679.50 \end{cases}$$

له -2 بده.

سیفەتی کۆکردنەوه له یهکسانیدا بهکاربهێنه بۆ

بهدهستهوتنی هاوکیشهیهکی نوێ که یهک

نهزانراوی تێدا بیئت ئەویش k ، پاشان هاوکیشهکه

شیکاریکه.

$$\begin{array}{l} 2d + 125(1.05) = 287.25 \\ 2d + 131.25 = 287.25 \\ 2d = 156 \\ d = 78 \end{array} \quad \begin{array}{l} -4d + (-250k) = -574.50 \\ 4d + 350k = 679.50 \\ \hline 100k = 105 \\ k = 1.05 \end{array}$$

شیکاری سیستمی هاوکیشهکانی پێشوو بریتییه $(78; 1.05)$ دهتوانیت پاسادانی راستیهکهی به لهجیاتیدانان بکهیت، کرێی ئوتومبیل له پوژیکدا 78 ههزار دینار و بری تێچووی یهک کیلومهتر 1.05 ههزار دیناره.

ههولبده ههريهکه لهم سستهمانه به پێگای لابردن شیکاریکه.

$$\begin{cases} 3x - 2y = 6 \\ 5x + 7y = 41 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x - y = 7 \\ 5x + 4y = 11 \end{cases}$$

بەردەوامبوون لە بیرکاریدا

هەردوو پادە دژەکە لە ھەریەکە لەم سیستمە دەستنیشانیکە و پوونییەکەرەووە چۆن شیکاری دەکەیت.

$$\begin{cases} 2a+b=6 \\ -2a-3b=8 \end{cases}$$

3

$$\begin{cases} 2x-3y=8 \\ 5x+3y=20 \end{cases}$$

2

$$\begin{cases} x+7y=13 \\ x-7y=5 \end{cases}$$

1

نەو ھەنگاوانەمی پێویستن بۆ شیکارکردنی ھەریەکە لەم سیستمە بە ڕیگی لایەردن بایسبکە.

جێبەجێکردنەکان

$$\begin{cases} 9a+2b=2 \\ 21a+6b=4 \end{cases}$$

6

$$\begin{cases} 2x-5y=1 \\ 3x-4y=-2 \end{cases}$$

5

$$\begin{cases} 2x+3y=9 \\ 3x+6y=7 \end{cases}$$

4

راهیانانی ئاراستە کراو

شیکاری سستەمەکان بە لایەردن بکە، پاشان پاسادانی شیکارەکە بکە.

$$\begin{cases} 4x+3y=13 \\ 2x-4y=1 \end{cases}$$

8

$$\begin{cases} 3x+2y=5 \\ 5x-2y=7 \end{cases}$$

7

$$\begin{cases} 2x+3y=1 \\ -3x-4y=0 \end{cases}$$

10

$$\begin{cases} 2x-2y=4 \\ 3x+5y=-10 \end{cases}$$

9

راهیان و جێبەجێکردن

سیستمەکان بە لایەردن شیکاریکە و پاسادانی راستی شیکارەکە بکە.

$$\begin{cases} 2a+3b=18 \\ 5a-b=11 \end{cases}$$

12

$$\begin{cases} -x+2y=12 \\ x+6y=20 \end{cases}$$

11

$$\begin{cases} 2x-3y=5 \\ 5x-3y=11 \end{cases}$$

14

$$\begin{cases} -4x+3y=-1 \\ 8x+6y=10 \end{cases}$$

13

$$\begin{cases} -x-7=3y \\ 6y=2x-14 \end{cases}$$

16

$$\begin{cases} 2x=2-9y \\ 21y=4-6x \end{cases}$$

15

$$\begin{cases} 0.6x=3.2y+4.6 \\ 2.9y=0.3x+4.8 \end{cases}$$

18

$$\begin{cases} \frac{2}{3}x=\frac{2}{3}-\frac{1}{6}y \\ y=3x-12 \end{cases}$$

17

$$\begin{cases} 2x=3y-12 \\ \frac{1}{3}x=4y+5 \end{cases}$$

20

$$\begin{cases} b=1.5k+4 \\ 0.8b+0.4k=0 \end{cases}$$

19

$$\begin{cases} 2x-5y=-14 \\ -7x+4y=-5 \end{cases}$$

22

$$\begin{cases} 2x-7y=20 \\ 5x+8y=-1 \end{cases}$$

21

$$\begin{cases} \frac{2}{3}x-\frac{3}{5}y=-\frac{17}{15} \\ \frac{8}{5}x-\frac{7}{6}y=-\frac{3}{10} \end{cases}$$

24

$$\begin{cases} 3x-2y=-26 \\ 5x+3y=9 \end{cases}$$

23

سىستىمى دوو ھاۋكىشە بۆھەر پىرسىيارىك بىنوو. باشتىن رېگا ھەلبىزىرە بۆشىكارى سىستىمەكە. سىستىمەكە شىكارىكە و پاسادانى راستى شىكارەكە بىكە.

جىبەجىگىردىنەكان

25 **بىركارى بۇ بەكاربەر** مامۇستاي بىركارى بىرايدا ئاھەنگىك بۇ خويندىكارانى خۇى بەبۇنەى جەئنى نەورۇزەو سازىدات، 3 كارتۇن كىك و 3 شوشە شەربەتى بۇ خويندىكارانى ھۆبەى «أ» كرى بە 54 ھەزار دىنار. و 4 كارتۇن كىك و 6 شوشە شەربەتى بۇ خويندىكارانى ھۆبەى «ب» كرى بە 78 ھەزار دىنار. نرخی ھەرىكە لە كارتۇننىك كىك و شوشەىكە شەربەت چەندە؟

26 **داھات** بارام پاسەوانە لە يەككىك لە گۆرپەپانەكانى وەستانى ئۆتۆمبىل. داھاتىكى نەگۆرى ھەيە بەرامبەر 15 پۇژ كاركردن لە مانگىكدا و بۇ ھەر پۇژىكى زىاد كارىكات كرىيەكى زىادەى ھەيە. بارام 25 پۇژ لە مانگى يەكەم كارىكر بەمە 720 ھەزار دىنارى وەرگرت و 22.5 پۇژ لە مانگى دووھم كارىكر بەمەش 641.25 ھەزار دىنارى وەرگرت. كرىيە نەگۆرەكەى و كرىى پۇژانەكەى چەندە؟

27 **بازرگانى** يەككىك لە تۆمارگاكان دوو جۆر شىرتى مۇسقىا دەرۇشىت يەككىكان شىرتى ھەلپەركى و ئەوى تریان شىرتى مۇسقىاى كلاسكىيە. نرخی شىرتىكى ھەلپەركى دەكاتە 21 پارچەپارە و نرخی شىرتى مۇسقىاى كلاسكىكى 33 پارچەپارەيە. تۆمارگاكة لە يەككىك لە پۇژەكاندا 25 شىرتى لە ھەردوو جۆر فرۇشت و بەمەش دەستكەوتەكەى 693 پارچەپارە بوو، تۆمارگاكة چەند شىرتى ھەلپەركى و چەند شىرتى مۇسقىاى كلاسكىكى فرۇشتووە؟

28 **بەكرىدانى خانوو** كرىچىيەك لەگەل كرىى مانگى يەكەمدا بارمەتيەك دادەنى. جوامىر لە مانگى يەكەمدا 270 000 دىنارىدا و بە درىژاى سالەكە 2 085 000 دىنارى دا. ئەوا بەھاي ھەرىكە لە بارمەتە و كرىى خانووەكەى لە مانگىكدا چەندە؟

29 **گەشتىارى** ئوتلىك دوو جۆر پىشاندانى خستەپوو يەكەميان 2 شو 4 ژمە خواردن دەگرىتەو بەنرخی 61 500 دىنار و دووهميان 3 شو 8 ژمە خواردن دەگرىتەو بە نرخی 102 750 دىنار، ئايا تىچووى شەويك چەندە؟ تىچوونى ژمە خواردنىك چەندە؟

روانىتيك بۆدواو

شىكارى ئەم ھاۋكىشانە بىكە.

$$\frac{1}{2}x + 3 = 2 \quad 31 \quad 3x - 2 = 2x + 1 \quad 30 \quad -5 = -x + 7$$

روانىتيك بۆپىشەو

33 **تەكنەلۇجيا** وئىنەى دوو راستەھىلى $2x - 3y = 6$ و $4x - 6y = 18$ بكىشە لە ھەمان پۈتەختى پۇتانەكاندا. باسى ئەو بەكە دەستكەوتووە.

بره ره‌گیه‌کان Radical Expressions

بوچی

به‌زۆری ره‌گه‌کان له هه‌ژمێرکردنی
نامار و فیزیادا دهرده‌که‌ون، هه‌روه‌ها له
جالاکییه پۆژانه‌کانی به‌یادده‌ین هه‌روه‌ک
ریزیه‌ندی.

نامانجه‌کان

- به‌های برێک هه‌ژمار ده‌کات
- ره‌گه‌کانی تێدابێت.
- ئه‌و برانه‌ی که په‌گیان
- تێدابێت ساده‌ده‌کات



Estimating Square Root

خه‌ملاندنی ره‌گی دووجا

پرووبه‌ری چوارگۆشه‌ شینه‌که‌ی سانا 12 یه‌که‌ دووجایه. چۆن درێژی لایه‌کی چوارگۆشه‌ی دیارده‌که‌یت؟ بیرت بێت که پێسای هه‌ژمێری پرووبه‌ری چوارگۆشه‌یه‌ک به‌شێوه‌ی $x^2 = 12$ ده‌بێت کاتی‌ک گۆپاوی x درێژی لایه‌کی چوارگۆشه‌ شینه‌که‌ بێت. که‌واته درێژی لایه‌کی چوارگۆشه‌که بریتیه‌ له ره‌گی دووجای ژماره 12. چونکه 12 دووجای ته‌واو نییه. که‌واته ده‌بی درێژی لایه‌کی x بخه‌ملێنی. تێبینی بکه که 12 ده‌که‌وێته نێوان دوو دووجای ته‌واوی 9، 16.



پرووبه‌ری چوارگۆشه‌که له 9 نزیکتره وه‌ک له 16، له‌مه‌وه دهرده‌چێت که درێژی لایه‌کی چوارگۆشه‌که ده‌که‌وێته نێوان 3.4 و 3.5 هه‌ژمێری دووجای ژماره‌ی ده‌یه‌یه‌کانی بکه که له دوو ره‌نوس پێکدێن پاش فارزه‌که ده‌که‌ونه نێوان 3.4 و 3.5.

$3.42^2 = 11.6964$	$3.41^2 = 11.6281$	$3.4^2 = 11.56$
$3.45^2 = 11.9025$	$3.44^2 = 11.8336$	$3.43^2 = 11.7649$
$3.48^2 = 12.1104$	$3.47^2 = 12.0409$	$3.46^2 = 11.9716$
	$3.5^2 = 12.25$	$3.49^2 = 12.1801$

که‌واته، باشت‌ترین خه‌ملاندن بۆ ره‌گی دووجای ژماره 12 بریتیه له 3.46. واته، $\sqrt{12} \approx 3.46$.

Square Root ره‌گی دووجا

ئه‌گه‌ر a ژماره‌یه‌کی راستی سالب نه‌بێت، ئه‌وا دوو ره‌گی دووجای هه‌یه یه‌کێکیان مووجهبه و ده‌نووسرێت \sqrt{a} و ئه‌وی تریان سالبه و ده‌نووسرێت $-\sqrt{a}$ و هه‌یه‌یه که له دوو ژماره‌یه پاسادانی ئه‌م سیفته ده‌کهن: $(\sqrt{a})(\sqrt{a}) = a$ و $(-\sqrt{a})(-\sqrt{a}) = a$

برە رەگىيەكان Radical Expressions ئەو برانەن رەگىيان تىدايە و كاتىك دەتەوئەت برە رەگىيەكان كۆپكەيتەوہ يان لىكيان دەرەكەيت دلىيايە ئەو ژمارانەى دەكەونە ژىر ھىماى رەگەكە يەكسانن. بۇ نموونە، دەتوانىت دوو برە $2\sqrt{5}$ و $4\sqrt{5}$ كۆپكەيتەوہ و لەمەوہ $2\sqrt{5} + 4\sqrt{5} = 6\sqrt{5}$ دەستكەوئەت.

ئەم برانە سادەبەكە.

$$5 + 6\sqrt{7} - 2\sqrt{7} - 3 \quad \boxed{\text{ج}}$$

$$5\sqrt{6} - 2\sqrt{6} \quad \boxed{\text{ا}}$$

$$b\sqrt{x} + y\sqrt{x} \quad \boxed{\text{د}}$$

$$8\sqrt{3} + 6\sqrt{2} - \sqrt{3} + 2\sqrt{2} \quad \boxed{\text{ب}}$$

شىكار

ا سىفەتى بەشىنەوہ بۇ كۆكردنەوہى رادە لىكچووەكان بەكاربەئە پاشان ھەژمىرى بکە.

$$5\sqrt{6} - 2\sqrt{6} = (5 - 2)\sqrt{6} = 3\sqrt{6} \quad \text{كۆلكەى ھاوبەش برىتییە لە } \sqrt{6}.$$

ب ریزبەندى رادەكان بکە بۇ ئاسانکردنى سادەکردنەوہكە.

$$5 + 6\sqrt{7} - 2\sqrt{7} - 3 = 5 - 3 + 6\sqrt{7} - 2\sqrt{7} = 2 + 4\sqrt{7}$$

ج ریزبەندى رادەكان بکە بۇ ئاسانکردنى سادەکردنەكە.

$$8\sqrt{3} + 6\sqrt{2} - \sqrt{3} + 2\sqrt{2} = 8\sqrt{3} - \sqrt{3} + 6\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 7\sqrt{3} + 8\sqrt{2}$$

د مامەلە لەگەل گۆراوہكان بکە وەك ئەوہى ژمارەبن.

$$b\sqrt{x} + y\sqrt{x} = (b + y)\sqrt{x}$$

نمونە

$$y + 2\sqrt{x} - 2y - 3\sqrt{x} \quad \boxed{\text{ب}}$$

$$4\sqrt{6} - \sqrt{6} \quad \boxed{\text{ا}}$$

ھەولیدە ئەم برانە سادەبەكە

چالاکى

Operations with Radical Expressions

برە رەگىيەكان و کردارەكان

بۇ ئەنجامدانى کردارەكان پەيوەندى نىوان رەگەكان و ھیزەكان و تەوانە ریزبەيەكان بەكاربەئە.

1. بە دوو رىگا $\sqrt{9 \times 16}$ ھەژمىرىکە.

$$\sqrt{9 \times 16} = \sqrt{9} \times \sqrt{16} = ? \quad \boxed{\text{ب}}$$

$$\sqrt{9 \times 16} = \sqrt{144} = ? \quad \boxed{\text{ا}}$$

2. سى نموونە بەئەنەرەوہ بۇ دلىيايوون لە راستى پەيوەندى $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

3. ھەژمىرى $\sqrt{9+16}$ و $\sqrt{9} + \sqrt{16}$ بکە و ئەنجامەکانيان بەراوردبکە.

4. سى نموونە بەئەنەرەوہ پوونى بکاتەوہ $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ ھەموو کات راست نىيە.

خالى چاودىرى ✓

Multiplying Square Roots

سىفەتى لىكدانى رەگە دووجاكان

ئەگەر دوو ژمارەى راستى a ، b سالب نەبن ئەو:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

پهفتارکردن له گهډل بره پمگييه ساده کړاوه کان ئاسانتره له پهفتارکردن له گهډل، نو پرانه ی ساده نه کړاوه.
برې پهگي به ساده ترين شیوه **Simplist form** ده بېت، ته گهر هم مه رجانه ی خواره ووی تېدا بېت:
1. نه بوونی دوو جای ته واوله نیوان کولکه کانی ژماره که له ژیر هیما ی په گه که دا.

دوو جای ته واوله
له ژیر په گه که دا

2. نه بوونی کهرت یان کهرته کان له ژیر هیما ی په گه که دا
3. نه بوونی په گه کان له ژیره ی همر کهرتیکدا که به شیکي بره که پیکده هیني ساده ترين شیوه
(بیرت بېت ریژه کردنی ژیره).



له ژیر په گه که کهرت
همه

له ژیره دا په گه
همه

هم پرانه به ساده ترين شیوه بنووسه.

د $\sqrt{a^5 b^{10}}$

ج $\sqrt{a^2}$

ب $\sqrt{400}$

ا $\sqrt{12}$

شیکار

به دوا ی دوو جا ته واوله کاندا بگه پرئ له نیوان هاوکولکه کاندا. سیفته ی لیکانی په گه دوو جا کان به کار بهینه، پهگي دوو جای ته واوله ساده بکه. کولکه کانی تر به جیبه یله.

ا $\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

ب $\sqrt{400} = \sqrt{4 \times 100} = 2 \times 10 = 20$

له بهر نه ووی هیما ی پهگي دوو جا پهگيکی سالب نیبه له مه وه $\sqrt{a^2}$ سالب نیبه. هیما ی پروت به کار بهینه بو نیشانی نه، کاتی که توانی گورپاوه که له ژیر هیما ی په گه که دا جووت بېت، و توانی گورپاوه که له دهر ووی هیما ی په گه که دا بېت، پاش ساده کردن تا که بېت.

ج $\sqrt{a^2} = |a^1| = |a|$

د $\sqrt{a^5 b^{10}} = \sqrt{a(a^2)^2 (b^5)^2} = a^2 |b^5| \sqrt{a}$

هه ولېده $\sqrt{72m^2n^5}$ ساده بکه.

بیر کردنه ووی په خنه گرانه بوچی به کار هینانی هیما ی به های پروت له مانه ی خواره وه به پیویست نازان ریټ.

ب $\sqrt{b^4} = b^2$

ا $\sqrt{b^3} = b\sqrt{b}$

هم پرانه ساده بکه.

ب $\sqrt{3} \times \sqrt{6}$

ا $(5\sqrt{3})^2$

د $(3-\sqrt{2})(4+\sqrt{2})$

ج $\sqrt{2}(6+\sqrt{12})$

شیکار

ا بیرت بی که دوو جای همر ژماره یه که ده کاته لیکانی ژماره که له خو ی. هم بیر وکه یه

جیبه جیبه که. پاشان کولکه کان پیش لیکان ریزه ند بکه.

$(5\sqrt{3})^2 = (5\sqrt{3})(5\sqrt{3}) = (5 \times 5)(\sqrt{3} \times \sqrt{3}) = 25 \times 3 = 75$

ب سیفته ی لیکانی په گه کان به کار بهینه. نه نجامی لیکانه که که له ژیر هیما ی په گه که دایه

شیته لیکه پاشان ساده بیکه. $\sqrt{3} \times \sqrt{6} = \sqrt{3 \times 6} = \sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = \sqrt{9} \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

ج. سیفەتی بەشێنەوێ بەکاربهێنە بۆ ئەوەی لێکدان و شیکردنەوێ و سادەکردن ئەنجامبەدەیت.

$$\sqrt{2}(6 + \sqrt{12}) = 6\sqrt{2} + \sqrt{2} \times \sqrt{12} = 6\sqrt{2} + \sqrt{2 \times 12}$$

$$= 6\sqrt{2} + \sqrt{24} = 6\sqrt{2} + \sqrt{6 \times 4} = 6\sqrt{2} + 2\sqrt{6}$$

$$(3 - \sqrt{2})(4 + \sqrt{2}) = 12 + 3\sqrt{2} - 4\sqrt{2} - 2 = 10 - \sqrt{2} \quad \text{د}$$

$$\sqrt{2}(4 - \sqrt{8}) \quad \text{ب}$$

$$(2\sqrt{7})^2 \quad \text{ا}$$

هەولبەدە ئەمانە کورتبکەرەوێ.

Dividing Square Roots

سیفەتی دابەشکردنی رەگە دووجاگان

ئەگەر a ، b دوو ژمارەى راستى مۆجەب بن ئەوا:

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

نموونه

4

ئەم برانە سادەبکە.

$$\sqrt{\frac{9}{5}} \quad \text{د}$$

$$\sqrt{\frac{a^2 b^3}{c^2}} \quad \text{ج}$$

$$\sqrt{\frac{7}{16}} \quad \text{ب}$$

$$\sqrt{\frac{16}{25}} \quad \text{ا}$$

شیکار

پاش بەکارهێنانی سیفەتی دابەشکردنی رەگەگان، رەگى دووجای هەریەکە لەمانەى خوارەوێ بنووسە. سەرە و ژێرەى هەریەکیان بە جیا سادەبکە.

$$\sqrt{\frac{7}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4} \quad \text{ب}$$

$$\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}} = \frac{4}{5} \quad \text{ا}$$

$$\sqrt{\frac{9}{5}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{5}} = \frac{3}{\sqrt{5}} \quad \text{د}$$

$$\sqrt{\frac{a^2 b^3}{c^2}} = \frac{|a|b\sqrt{b}}{|c|} \quad \text{ج}$$

ژێرەى دوا وەلام رەگى تێدايە. ئەگەر دەتەوێت خۆتى لى رزگاربکەى، بپرەکە لە برى $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$ بەدە کە یەکسانە بە 1.

$$\frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{3 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

بەم کردارەش دەوتریت پێژەکردنى ژێرە.

$$\sqrt{\frac{ab^2}{c}} \quad \text{د}$$

$$\sqrt{\frac{4}{3}} \quad \text{ب}$$

$$\sqrt{\frac{4}{24}} \quad \text{ا}$$

هەولبەدە ئەم برانە سادەبکە.

راهيان

بەردەوامبوون لە بیرکاریدا

1. پوونبیکەرەوێ چۆن پەرەى هێلە پوونکردنەوێبەکان بەکاردينیت بۆ دیاریکردنى رەگى دووجای ژمارەى 16 (دووجای تەواو).

2. پوونبیکەرەوێ چۆن پەرەى هێلە پوونکردنەوێبەکان بەکاردينیت بۆ دیاریکردنى رەگى دووجای ژمارەى 19 (دووجای تەواو نییە).

3. پوونبیکەرەوێ $\sqrt{7}$ چۆن دەخەملێنى بەبى بەکارهێنانى بژمێرە یان پەرەى هێلە پوونکردنەوێبەکان.

4. چۆن شیتەلکردن بەکاردهێنیت بۆ سادەکردنى برێکى رەگى وەک برى $5\sqrt{90x^3y^4}$.

5. سادەترین شیوێ بۆ برێکى رەگى چیه؟

راهبانی ناراسه کراو

ههژمارى ئەم رەگه دووجایانه بکه.

$$\sqrt{36} \quad 6 \quad -\sqrt{64} \quad 7 \quad \pm\sqrt{81} \quad 8 \quad -\sqrt{121} \quad 9$$

ئەم برانه سادەبکه.

$$8\sqrt{3} - 6\sqrt{3} \quad 10 \quad 9 + 3\sqrt{7} - 5\sqrt{7} + 4 \quad 11$$

ئەم بره رەگیانه به سادەترین شیوه بنووسه.

$$\sqrt{32} \quad 12 \quad \sqrt{x^2 y^7} \quad 13 \quad \sqrt{27x^6} \quad 14 \quad \sqrt{a^7 b^3} \quad 15$$

ئەم برانه سادەبکه.

$$(7\sqrt{11})^2 \quad 16 \quad \sqrt{2} \times \sqrt{10} \quad 17 \quad (5 - \sqrt{3})(5 + \sqrt{3}) \quad 18 \quad \sqrt{\frac{x^7 y^{14}}{z^3}} \quad 22 \quad \sqrt{\frac{225}{18}} \quad 21 \quad \sqrt{\frac{6}{49}} \quad 20 \quad \sqrt{\frac{9}{4}} \quad 19$$

راهبان و جیه جیکردن

ئەم رەگه دووجایانه ههژمار که. ئەگەر رەگه دوووجاکان پێژەیی نەبوون ئەوا بۆ نزیکترین بهش له سهه نزیکبکهوه.

$$\sqrt{225} \quad 23 \quad -\sqrt{169} \quad 24 \quad -\sqrt{11} \quad 25 \quad \sqrt{\frac{4}{9}} \quad 26 \quad -\sqrt{40} \quad 27 \quad -\sqrt{27} \quad 28 \quad \sqrt{1000} \quad 29 \quad \sqrt{10000} \quad 30 \quad -\sqrt{0.04} \quad 31 \quad \sqrt{0.059} \quad 32$$

به به کارهێنانی شیتەلکردن ئەمانه سادەبکه.

$$\sqrt{49} \quad 33 \quad \sqrt{196} \quad 34 \quad \sqrt{576} \quad 35 \quad \sqrt{3600} \quad 36 \quad \sqrt{192} \quad 37 \quad \sqrt{75} \quad 38 \quad \sqrt{98} \quad 39 \quad \sqrt{1620} \quad 40 \quad \sqrt{264} \quad 41 \quad \sqrt{648} \quad 42$$

وادابنێ a ، b ژمارهێ موجه بن، و دیاریکه رسته که راسته یان نا.

$$\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b} \quad 43 \quad \sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b} \quad 44 \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad 45$$

ئەم برانه به سادەترین شیوه بنووسه.

$$\sqrt{3} \times \sqrt{12} \quad 46 \quad \sqrt{8} \times \sqrt{18} \quad 47 \quad \sqrt{48} \times \sqrt{3} \quad 48 \quad \sqrt{54} \times \sqrt{6} \quad 49 \quad \sqrt{\frac{64}{16}} \quad 50 \quad \sqrt{\frac{96}{2}} \quad 51 \quad \sqrt{\frac{50}{8}} \quad 52 \quad \sqrt{\frac{150}{6}} \quad 53 \quad \sqrt{5} \times \sqrt{15} \quad 54 \quad \sqrt{98} \times \sqrt{14} \quad 55 \quad \sqrt{\frac{56}{8}} \quad 56 \quad \sqrt{\frac{96}{8}} \quad 57$$

ئەم برانه سادە بکه و وایدابنێ ههموو گۆراوهکان سالب نین و ههموو ژێرهکان جیاوازن له سفر.

$$\sqrt{a^4 b^6} \quad 58 \quad \sqrt{x^8 y^9} \quad 59 \quad \sqrt{\frac{a^6}{b^{10}}} \quad 60 \quad \sqrt{\frac{x^3}{y^6}} \quad 61$$

ئەو كرادارنەى لە توانات دا ھەيە ئەنجاميان بڊە و وەلامەكەت بە سادەترين شيۆە بنووسە.

$$\sqrt{6} + 2\sqrt{3} - \sqrt{6} \quad \boxed{64} \quad 4\sqrt{5} + 2\sqrt{5} - 5\sqrt{5} \quad \boxed{63} \quad 3\sqrt{5} + 4\sqrt{5} \quad \boxed{62}$$

$$\frac{\sqrt{15} + \sqrt{10}}{\sqrt{5}} \quad \boxed{67} \quad \frac{6 + \sqrt{18}}{3} \quad \boxed{66} \quad (4 + \sqrt{3})(1 - \sqrt{2}) \quad \boxed{65}$$

ئەمانە سادەبکە.

$$\sqrt{12} \times \sqrt{6} \quad \boxed{70} \quad (4\sqrt{25})^2 \quad \boxed{69} \quad (3\sqrt{5})^2 \quad \boxed{68}$$

$$\sqrt{5}(6 - \sqrt{15}) \quad \boxed{73} \quad 3(9 + \sqrt{5}) \quad \boxed{72} \quad \sqrt{72} \times \sqrt{32} \quad \boxed{71}$$

$$(\sqrt{3} - 4)(\sqrt{3} + 2) \quad \boxed{76} \quad (\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2) \quad \boxed{75} \quad \sqrt{6}(6 + \sqrt{18}) \quad \boxed{74}$$

$$\sqrt{5}(\sqrt{5} - 4)^2 \quad \boxed{79} \quad \sqrt{12}(\sqrt{3} + 8)^2 \quad \boxed{78} \quad \sqrt{3}(\sqrt{3} + 2)^2 \quad \boxed{77}$$

بەرەنگارى

ئەندازە دريژى لايەكى ئەو چوارگۆشەيە دياربکە كە پووبەرەكەى دەكاتە:

$$28m^2 \quad \boxed{82} \quad 144m^2 \quad \boxed{81} \quad 250m^2 \quad \boxed{80}$$

83 **باخچەكان** لەبەر دەرگای مالى شيرين باخچەيەكى چوارگۆشەيى ھەيە پووبەرەكەى دەكاتە $676m^2$ ، دريژى لايەكى چەندە؟

جيبەجيكردنەكان

روانىتيك بۆ دواو

ئەمانە سادەبکە.

$$\left(\frac{20x^3}{-4x^2}\right)^3 \quad \boxed{86} \quad \frac{x^5y^7}{x^2y^3} \quad \boxed{85} \quad (-a^2b^2)^3(a^4b^2)^3 \quad \boxed{84}$$

ئەمانە ليكبدە.

$$(6b+1)(3b-1) \quad \boxed{89} \quad (3d+5)(2d-6) \quad \boxed{88} \quad (2x-4)(2x-4) \quad \boxed{87}$$

روانىتيك بۆ پيشەو

ئەو ھىزانەى توانيان پيژەيىيە بۆ دەرپرېنى رەگەكان بەكاردين. بەشيۆەى $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$ دەنوسرين

كاتيك a ژمارەيەكى سالب نييە، n ژمارەيەكى تەواوە كە لە 2 كەمتر نييە، بۆ نمونە:

$$\sqrt[3]{27} = 3 \quad \text{چونكە} \quad 3^3 = 27 \quad \text{و} \quad \sqrt[4]{16} = 2 \quad \text{چونكە} \quad 2^4 = 16$$

ياساى ھيژەكان بۆسادەكردنى برەكان بەكاربھيئە. نمونەش بۆ ئەمە:

$$\left(x^{\frac{1}{2}}\right)^5 \left(x^{\frac{3}{2}}\right) = \left(x^{\frac{5}{2}}\right) \left(x^{\frac{3}{2}}\right) = x^{\frac{8}{2}} = x^4$$

ئەمانە سادەبکە.

$$(xy)^{\frac{1}{2}} \left(x^{\frac{1}{3}}\right)^6 \left(y^{\frac{1}{2}}\right)^2 \quad \boxed{91} \quad \left(x^{\frac{1}{3}}\right)^4 \left(x^5\right)^{\frac{1}{3}} \quad \boxed{90}$$

$$\left(x^3y^{\frac{3}{2}}\right)^6 (xy)^{\frac{1}{2}} \quad \boxed{92}$$

سۆزەکان لە بىدراوەکاندا

مرۆف شىۆزەکانى بەکارهێناوە بۆ شىکارکردنى پرسىارەکان لە سەرەتاكانى بىرکردنەوهى بىرکاريانەدا. لەم پرۆژەدا شىۆزەکان بەکاردهيێنرێن بۆ شىکارکردنى پرسىارە جۆراوجۆرەکان و بۆ قوول بوونەوهى زياتر لە جيهانى جەبردا.

چالاكى 1

زانا گريگييهكان بايهخيان بە بنیاتنانى لاكيشەکان داوه و وایان داناوه کە ئاسوودەن بۆ سەیرکردن. ئەم لاكيشانەیان جیاکردۆتەوه بەپێى رێژەى درێژيان بۆپانیان (بە نزیکەى 1.618) و ناویان لێناون لاكيشە زێرپنەکان **Golden Rectangles** و ئەم رێژەیان ناوناوه بە رێژەى زێرپن **Golden Ratio**. دواى ئەوه زانایانى دەروونناسى گەشتوونەتە ئەوهى کە مرۆف بەبێ هەستکردن ئەو شیۆه لاكيشانەیان لا پەسندترە کە نزیکن لە لاكيشە زێرپنەکان. لەلایەكى ترهوه زانای بىرکارى ئىتالى فيبوناتشى ژمارەى يەك لەدوايیهكى پیکهیناوه کە بە ناوى خۆیهوه ناسراون. ژمارەى يەكەميان 1 و دووهميان 2 بەلام ژمارەکانى تر هەريەکیان دەکاتە سەرجهمی دوو ژمارەى پيش خۆى.

1 دە ژمارەى يەكەم لە ژمارەکانى فيبوناتشى بنووسە.

2 بزمير بۆ تەواوکردنى خشتهکەى خوارهوه بەکاربهێنە، بۆ هەژميرکردنى رێژەى هەر ژمارەيهک بۆ ژمارەکەى پيش خۆى.

ژمارەى فيبوناتشى	ژمارەى دواى ئەو	رێژەى ژمارەى دوا بۆ ژمارەکە
3	5	1.667
5	8	?
8	13	?
?	?	?
?	?	?
?	?	?

3 وێنەى لاكيشەکان بکيشە کە درێژى و پانیان بریتين لە دوو ژمارەى يەك دواى يەكى فيبوناتشى. سانتيمەتر يان ملليمەتر بەکاربهێنە بۆ يەكەى درێژى.

4 بەراوردی رێژەى درێژى بۆ پانى لە هەر جاريکدا لەگەڵ رێژى زێرپن بکە.

5 کام لەم لاكيشانەى خوارهوه لە لاكيشەى زێرپن نزیکە.

ا) پسوولەى 3×5 ب) وێنەى 5×7

ج) وێنەى 5×8 د) وێنەى 8×10

6 ئايا لەگەڵ ئەو کەسانەدايت کە دەلێن چاو بە سەیرکردنى لاكيشە زێرپنەکان ئاسوودە دەبێت.

چالاكى 2



- 1 لهگهل هاوپړكانتا 20 شپوهى بازنه يى هلبريږه. چيوه (c) و تيره (d) يو هره كه يان بپيوه. خسته يه كه يو پيدراوه كان دروست بكه.
- 2 پيژهى چيوه يو تيره $\frac{c}{d}$ له هر بازنه يه كه هژمار بكه.
- 3 جووته پيڅراوى (d , c) له پروته ختى پوتاندا بنويښه.
- 4 راسته يه كى پوون به كار بهيښه يو وينه كيښانى نهو راسته هيلهى گوره ترين ژماره ي خالدا يان به نزيكياندا پروات.
- 5 لارى نهو راسته هيلهى هژمير بكه.
- 6 په يوه ندى نيوان نهو لاريه ي هژميرت كړدووه و ژماره ي π چيه؟ له مه وه پيسايه كه پوخته بكه كه پيټ پيدهدات به هژمير كړدى چيوه بازنه به زانينى تيره كهى. نهو پيسايه چيه؟

پیداچوونهوه

له پرسیاری 1 تا 5 په کسانو سیفه تیک له سیفه ته کانی کرداره کانی سهر ژماره راستییه کان دهرده پریټ. کامانه؟

$$a(2b) = (2b)a \quad 1$$

$$2 \times 1 = 2 \quad 2$$

$$b\left(\frac{1}{b}\right) = 1 \quad 3$$

$$3x + 0 = 3x \quad 4$$

$$5(2-x) = 5 \times 2 + 5(-x) \quad 5$$

به های بره کان له پرسیاری 6 تا 9 هه ژمیریکه

$$(-1) \times (5+3)^2 - 11 \quad 6$$

$$\frac{(11-5)^2}{3 \times 2} \quad 7$$

$$\frac{(6-12)^5}{-3^2} \quad 8$$

$$\frac{32 - (13+4)}{(-3)^2} \quad 9$$

نابووی نرخی پیویست له سهر سارا گه شته 88 هزار

دینار له به کاره یانانی ئینته رنیتدا. و نهم بره پاره بو

هاوبه شیکردن و نرخه که که 55 هزار دینار له

مانگیکا و تیچوونی به کاره یانانی ئینته رنیت که نرخی 3

هزار دینار بو هر کاتژمیریک.

10 هاوکیشه که بنووسه که بری پاره ی پیویست له سهر

سارا بنوینیت کاتیک x هیما ی کاتژمیرکان بیت.

11 هاوکیشه که شیکار که ژماره ی کاتژمیرکان

دیار که که سارا ئینته رنیتی به کاره یاناه.

12 هاوکیشه ی $F = \frac{9}{5}C + 32$ شیکار که به

هه ژمارکردنی C به پیی F .

شیکاری نهم لاسه نگه ئاویتانه بکه و کومه له

شیکارکانیان له سهر تهوهری ژماره کان بنوینه.

$$-3x - 8 \leq 7 \quad \text{وه} \quad -4x > -18 \quad 13$$

$$4x - 3 < 29 \quad \text{یان} \quad -3x < -5 \quad 14$$

$$\text{هه ژمیری به های بری } \left(\frac{5^{-2} \times 5^3}{5^2}\right)^2 \text{ بکه.} \quad 15$$

بره کان له پرسیاری 16 تا 18 ساده بکه.

$$x^4(3x)^2 \quad 16$$

$$\frac{(ab^2)^3}{c^2} \quad 17$$

$$\left(\frac{p^{-1}q^2}{p^{-2}}\right)^{-4} \times \left(\frac{p^{-3}q^{-3}}{p^{-3}q^{-1}}\right)^{-3} \quad 18$$

شیکاری سسته می هاوکیشه کان به لبردن بکه له ههردو

راهینانی 19 و 20.

$$\begin{cases} 9x + 2y = 2 \\ 21x + 6y = 4 \end{cases} \quad 19$$

$$\begin{cases} 2y = 3x - 6 \\ y = x - 2 \end{cases} \quad 20$$

شیکاری سسته می هاوکیشه کان بکه به له جیاتیدانان له

ههردو راهینانی 21 و 22.

$$\begin{cases} y = 2x - 4 \\ 7x - 5y = 14 \end{cases} \quad 21$$

$$\begin{cases} 2x + 10y = -2 \\ 6x + 4y = 20 \end{cases} \quad 22$$

بره کان ههردو راهینانی 23 و 24 ساده بکه.

$$\sqrt{x^2 y^4} (x^5 y)^{\frac{1}{2}} \quad 23$$

$$\frac{(24m^8 n)^{\frac{1}{2}}}{(mn^2)^{\frac{1}{2}}} \quad 24$$

له پرسیاری 25 تا 28 بره کان به ساده ترین شیوه

بنووسه به مهرجیک ژیردیان پژهی بیت.

$$\sqrt{\frac{3}{49}} \quad 26 \quad \sqrt{\frac{5}{25}} \quad 25$$

$$\sqrt{\frac{6}{14}} \quad 28 \quad \sqrt{\frac{16}{5}} \quad 27$$



تاقىکردنەۋەى بەش

بەجىيەجىڭردنى رىزبەندى كىدارەكان ئەم بىرانه
هەژمارىكە.

$$12 - 9 \div 3 + 2 \times 5 \quad 2 \quad 5 + 2(7 - 4)^2 \quad 1$$

$$5 \times 4 \div 2 + 3^{(4-1)} \quad 4 \quad \frac{4+6}{2} + 2 \times 5 \quad 3$$

ئەو سىفەتە كامەيە كە لە ھەر جارىكدا بەكارھاتوۋە
ئەگەر زانیت ھەموو گۆراۋەكان ژمارەى راستىن.

$$7a - 14 = 7(a - 2) \quad 6 \quad 5x \times 1 = 5x \quad 5$$

$$4(xy) = (xy) \times 4 \quad 8 \quad \left(\frac{a}{2}\right)\left(\frac{2}{a}\right) = 1 \quad 7$$

ھەر بىرېك لەمانە سادەبەكە ئەگەر زانیت ھەموو گۆراۋەكان
جىاۋازن لەسفر.

$$\frac{(9by)^2}{(3bxy)^3} \quad 10 \quad y^3(x^2y) \quad 9$$

$$\left(\frac{3x^4k^{-1}}{8x^{-2}k^3}\right)^{-2} \quad 12 \quad \frac{14x^{-3}a^4}{35x^5a^3} \quad 11$$

13 **فىزىيا** دەتوانىن جۈلە ووزە بېيۇيىن بە بەكارھىنانى
رېساي $k = \frac{1}{2}mv^2$ بېيۇيىن كاتىك m بارستايى بە

كىلۇگرام و v خىرايى بە مەتر لە چركەيەكدا و k جۈلە
وزىيە بەجۈل. جۈلە ووزەى تەنىك چەندە كە

بارستايىكەكى 100 كگم بىت وبە خىرايىكەكى 5 م/چ
دەجۈلېت.

ھەريەكە لەم ھاۋكىشەنە شىكارىكە.

$$\frac{x}{3} - 2 = 16 \quad 15 \quad 4x - 3 = 17 \quad 14$$

$$8x + 4 = 2x - 32 \quad 17 \quad 2x - 0.8 = 2.4 \quad 16$$

18 **ئەندازە** بە دوو گۆشە دەۋوتىت تەۋاكەرى يەكترن
كاتىك كۆى پىۋانەكانيان بكا تە 90 پلە، ھاۋكىشەيەك

بنووسە و شىكارىيەكە بۇ ھەژمىركردنى پىۋانەى
ھەريەك لە دوو گۆشەى يەكتر تەۋاكەر. ئەگەر زانیت

پىۋانەى يەككىيان 30 پلەى زىاترە لەۋى تريان.

$$m = \frac{1}{2}xk^2 \quad 19$$

بەيپى دوو گۆراۋەكەى تر.

ھەريەك لەم لاسەنگانە شىكارىكە و شىكارەكەيان بە
پوونكردنەۋەيى بنويىنە.

$$-3x - 6 > 15 \quad 20$$

$$2(4x - 5) < 6x - 6 \quad 21$$

ھەريەكە لەم لاسەنگە ئاۋىتانه شىكارىكە و شىكارەكە بە
پوونكردنەۋەى بنويىنە.

$$(3x + 4 > 7) \wedge (2x - 3 < 5) \quad 22$$

$$(5x \geq 3) \vee (-2 + 4x \leq 10) \quad 23$$

24 **بۇخۇشى** 5 منداڭ لەگەڭ 3 گەۋرەدا بۇ باخچەى

ئاژەلان چوون و 80 ھەزار دىنارىان پېيۋو. لاسەنگەيەك
بنووسە ھەژماركردنى بەزرتىن پادەى بۇ نرخی بلىتى
منداڭ ئەگەر بزانىت بلىتى گەۋرە بە 14 ھەزار
دىنارە. بەزرتىن پادە چەندە؟

ھەريەك لەم سىستمانە بە لەجىياتىدانان شىكارىكە و
پاسادانى شىكارەكانيان بكة.

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + 3y = 3 \end{cases} \quad 26 \quad \begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ y = x - 2 \end{cases} \quad 25$$

27 **ژمارەكان** كۆى دوو ژمارە دەكاتە 7. چۈر ئەۋەندەى

يەكەميان 1 ى زىاترە لە 5 ئەۋەندەى دوۋەميان. ئەم
دوو ژمارەيە دىارىيەكە بە پىگاي نووسىنى سىستىمى
ھاۋكىشەكان و شىكارىيەكە.

ھەر سىستىمىكە لەمانە بە لابرڧن شىكار بكة و پاسادانى
شىكارەكە بكة.

$$\begin{cases} 5x + 2y = 24 \\ 2x - 12 = 4y \end{cases} \quad 29 \quad \begin{cases} x + y = 1 \\ x - 2y = -8 \end{cases} \quad 28$$

$$\begin{cases} 4x + 3y = 0 \\ y - x = -7 \end{cases} \quad 31 \quad \begin{cases} \frac{1}{3}x - y = 4 \\ 2x - 6y = 12 \end{cases} \quad 30$$

32 **بەكارداچوون** نرخی 3 تىنۋوس و 4 پەرتۈك دەكاتە

250 7 دىنار و نرخی 5 تىنۋوس و 2 پەرتۈك

دەكاتە 600 6 دىنار. ھەژمىرى نرخی ھەريەكە لە

تىنۋوس و پەرتۈك بكة لە پىگاي نووسىنى

سىستەمى ھاۋكىشەكان و شىكارەكەى.

ھەژمىرى بەھاي ھەريەك لەم بىرانه بكة.

$$\frac{1}{5} \left((\sqrt{9})^3 + (\sqrt{64})^2 + 2 \right) \quad 34 \quad (3\sqrt{81})^2 - 31 \quad 33$$

ھەريەك لەم بىرانه سادەبەكە و ۋاي دابنى كە بەھاي ھەموو
گۆراۋەكان مۈجەبن.

$$(5 - \sqrt{12}) - (2\sqrt{27} + 8) \quad 37 \quad 5\sqrt{8x^3y^6} \times (2x^5y)^{\frac{1}{2}} \quad 35$$

$$(2 + \sqrt{5})(3 - 2\sqrt{5}) \quad 38 \quad \frac{8\sqrt{5x^7y^9}}{\sqrt{25x^3y^5}} \quad 36$$

تاقیکردنه‌وه‌ی که‌له‌که‌بوو

1 کام لهم ژمارانه‌ی خواره‌وه پېژنئیی نییه؟

- ا ☐ 178.259 259... ب ☐ $\sqrt{7}$
ج ☐ $\sqrt{49}$ د ☐ -2315

2 کام ژماره له‌مانه‌ی خواره‌وه ته‌واوه؟

- ا ☐ 17.259 ب ☐ $\sqrt{142}$
ج ☐ $(27)^{\frac{1}{3}}$ د ☐ $\frac{1235}{16}$

3 دوو ژماره‌ی -5 و 3.25 به دوو خال له‌سهر ته‌ووری ژماره‌کان بنویښه و دوووری نیوانیان هه‌ژمار بکه.

4 دوو ژماره‌ی 3.7 و 2.4 به دوو خال له‌سهر ته‌ووری ژماره‌کان بنویښه و دوووری نیوانیان هه‌ژمېرېکه.

5 یه‌کسانیه‌که‌ی $3 + (5 + 7) = (3 + 5) + 7$ ؟

چ سیفه‌تیک‌ی کرداره‌کان دهرده‌بېږت.

6 یه‌کسانیه‌که‌ی $2(a + b) = 2a + 2b$ ؟

چ سیفه‌تیک‌ی کرداره‌کان دهرده‌بېږت.

7 کرداری لیدهرکردن سیفه‌تی ئالوگوږی هه‌یه؟ به نمونه پروونیکه‌وه.

8 نمونه‌یه‌که بهینه‌ره‌وه پروونیکه‌اته‌وه دابه‌شبوون سیفه‌تی ئالوگوږی نییه.

9 هاوکېشه‌ی $\frac{3x-15}{2} = 9 - 4x$ شیکاربکه.

10 گوږاوی b به‌پېی گوږاوه‌کانی تر هه‌ژماریکه له

پړسای $x = \frac{ab-1780}{q}$.

11 ئهم هاوکېشه‌یه شیکاربکه

$\frac{3x-2.5}{5} - 123 = 5.6(2.1x - 12.4) + 3.26$.

12 لاسه‌نگه‌ی $-x + 4 \leq 2(1 - 2x)$ شیکار بکه و له‌سهر

ته‌ووری ژماره‌کان کو‌مه‌له شیکاربکه بنویښه.

13 کام لهم ژمارانه شیکار نییه بو لاسه‌نگه‌ی

$5x - 6(x + 9) < 1$

- ا ☐ 15 ب ☐ -35
ج ☐ 18.25 د ☐ -55

14 به‌های بری $27^{\frac{2}{3}}$ چه‌نده؟

- ا ☐ 3.5 ب ☐ 3
ج ☐ 9 د ☐ 6

له پرسپاری 15 تا 17 به‌های بره‌که هه‌ژمېرېکه.

15 $75 - \frac{3(4+12+2)^2}{3+2}$

16 $\frac{6^2 \times 6^{-3}}{6^{-1}}$

17 $[3(1+2)+3]2^2$

18 بری $\left(\frac{2x^{-2}y^3}{x^2y^{-3}}\right)^{-1}$ ساده‌بکه.

سیستمی دوو هاوکېشه‌که‌ی خواره‌وه به له‌جیاتیدانان

پاشان به لابردن شیکاربکه.

19 $\begin{cases} 11x + 4y = -17 \\ -6x + y = 22 \end{cases}$

20 $\begin{cases} 1.5x + 2y = 9.5 \\ 2.25x - 0.5y = 5.5 \end{cases}$

21 ئایا بو سسته‌می دوو هاوکېشه‌ی $\begin{cases} 2x - 3y = 11 \\ 6x - 9y = 22 \end{cases}$ شیکار هه‌یه.

22 به له‌جیاتیدانانی سیستمی دوو هاوکېشه‌ی

شیکاربکه $\begin{cases} 3x - 3y = 1 \\ x + y = 4 \end{cases}$

له پرسپاره‌کانی 23 تا 26 بره‌ه‌گیه‌کان ساده‌بکه.

23 $(\sqrt{3} + 2)(-1 + \sqrt{3})$

24 $(3\sqrt{5} + 2) - (3 + 2\sqrt{20})$

25 $\frac{2}{\sqrt{15}}$

26 $\frac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

بهشی دووهم

نەخشەکان

Functions

1. نەخشەکان.

2. نەخشەیی هیڵی.

3. شیۆه جیاوازه کانی هاوکیڤشەیی راستە هیڵ.

4. تەریببوون و ئەستوونبوونی راستە هیڵەکان.

5. شیکارکردنی سستەمی هاوکیڤشە هیڵییه کانی به روونکردنەوهیی.

6. نەخشەیی رووت.

7. هاوکیڤشەکان و لاسەنگەکان که بهای رووتیان تێدایه.

پروژەیی بهشەکه.

پیداچوونەوه

تاقیکردنەوهی بهش

تاقیکردنەوهی کهلهکه بوو

نەخشەکان لە پرسیارەکانی ژبانی پۆژانە بەکار دێت لە میانەى بەکارهێنانى هێندەکان بۆ دەرپرینی گۆرانیەکان و پەيوەندى نۆوان دوو گۆراو، نموونە لەسەر ئەو دەتوانری پەيوەندى نۆوان خێرایى سورپانەوێ شەمەندەفەر و ئەو هێزەى سەرنشینەکان لە شوێنەکانیان جیگیردەکات بەهۆى نەخشە بنوێنری.



وانەکان

1. نەخشەکان.
2. نەخشەى هێل.
3. شیۆه جیاوازەکانی.
4. هاوکیشەى راستەهیل.
5. تەریببۆن و ئەستوون.
6. بوونی راستەهیلەکان.
7. شیکارکردنى سستەمى.
8. هاوکیشە هێلییهکان بە پوونکردنەویدی.
9. نەخشەى پووت.
10. هاوکیشەکان و لاسەنگەکان کە بەهای پووتیان تێدايە.
11. پۆژەى بەشەکە.





دەربارەى پروژەى بەش

پرسىيارەكانى ژيانى پۇژانە زۇرچار ئالۇزن. يان ھەندى ھۆكار كە كارىيان تىدەكەن نەزانراون. لەبەرئەو ھۆيە مۇڧ نمونە بىركارىيەكان بەكاردەھىننيت بۇ نواندى ئەو جۆرە پرسىيارانە و خەملاندنى شىكارە چاوەروانكراوەكان دەكات. لەميانەى ئەنجامدانى كارەكانت نەخشە بەكاردەھىننيت بۇ دۆزىنەوہى ئەو نمونە بىركارىيانەى پەيوەستىن بەزىادبوونى پاشەپۇى بۇشايى (گەردون) كە بەدەورى زەوى دەخوليتەوہ.

پاش تەواوبوونت لە پروژەى ئەم بەشە توانات دەبىت لەسەر:

- بەكارھىنانى خشتە بۇ نواندى پەيوەندى نىوان كات (بەسالى) و ھىندى پاشەپۇى بۇشايى و ديارىكردى نەخشەى گونجاو كە نمونەى بىركارى ئەو پەيوەندىيە پىكبھىنى.

- دۆزىنەوہى چەند نمونەيەك بۇ لىكۆلىنەوہ لەسەر كۆبوونەوہى جۆرە جىاوازەكانى پاشەپۇىيەكانى بۇشايى و لىكۆلىنەوہيان.

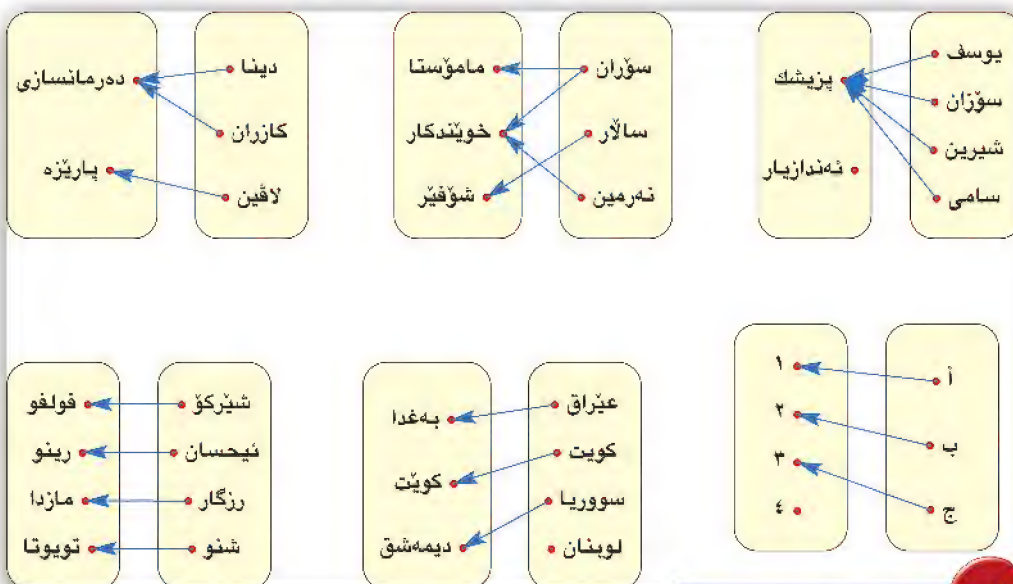
- ديارىكردى جۆرە نەخشەيەك بۇ لىكۆلىنەوہى پەيوەندى نىوان بەرزى و ھىندى پاشەپۇى بۇشايى لەو بەرزىەدا.

Functions

نەخشەکان

وانەسى

1



بۇجى
نەخشەكان و پەيوەندىيەكان
بەزۆرى بەكارىدىن بۇ بىناىت
نانى نمونەى بىركارى كە
ژيانى پۇژانە يان ياساى
زانستى دەردەپىن.

ئامانچەكان

- نواندىنى پەيوەندى نىۋان
- دووگۇپاۋ بە
- پوونكرىدەنەۋەى.
- دىارىكرىدى بۋارى
- پەيوەندىيەكە و مەۋداكەى.
- بىپاردانى ئەۋەى كە ئايا
- پەيوەندىيەكە نەخشە
- دىارىدەكات.
- ھەژمىركىدى بەھاي
- نەخشە كاتىك گۇپاۋەكە
- بەھاي دىارىكراۋ
- ۋەردەگىت.

چالاكى

Relations and function

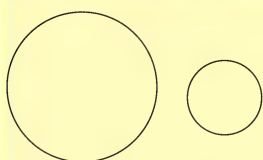
پەيوەندىيەكان و نەخشەكان



1. كارزان پەپراۋى تەلەفۇنى كىردەۋە و بىنى:

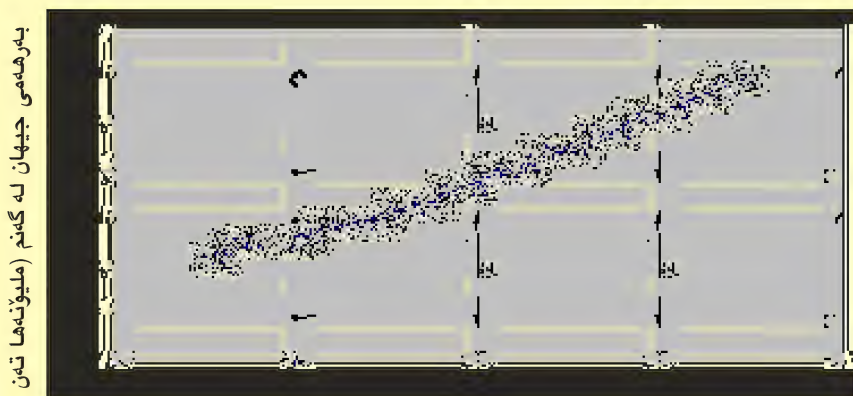
ناو	ژمارەى تەلەفۇن
شكرى	235 246
هيو	456 987
خەسرەو	852 369
شايان	369 852
قيان	741 236

ژمارەى تەلەفۇنى قىان چەندە؟ ژمارەى تەلەفۇنى خسرەو چەندە؟
2. بژمىر بەكارىپنە بۇ تەۋاۋكرىدى ئەۋ خىشتەيەى دىت كە پوۋبەرى
بازنەت دەداتى بەپىي بەھا جىاۋازەكانى نىۋەتيرەكەى، پاشان
پوۋنىبەكەۋە چۆن خىشتەكەت تەۋاۋكرىد.



10	2.5	0	3	0.75	0.5	4	1.5	1	نىۋەتيرە
								3.14	پوۋبەر

3. ئەم وئە پوونكردنهوہى خوارهوه پيشكهوتنى بهرهمى جيهانى گەنم له نيوہى دووہى سەدەى بىستەم بە مليۆنەها تەن پووندهكاتەوہ.



وئە پوونكردنهوہىيەكە بەكاربەيئە بۆ خەملااندنى بهرهمى جيهانى گەنم بۆ ئەوہى ئەو خستەيەى ديت تەواوبكەيت.

سال	1960	1965	1970	1975	1980	1985	1990
بەرى بەرھەمى گەنم	220						

4. ئەم خستەيەى ديت تىكرپای پلەكانى گەرمى لە كەركوك لە هەفتەى يەكەمى مانگى نىسان دياردەكات.

پۆژانى حەفتە	شەممە	يەکشەممە	دووشەممە	سێ شەممە	چوارشەممە	پنجشەممە	هەینی
تىكرپای پلەى گەرمى	25	24	23	20	22	24	25



تىكرپای پلەى گەرمى پۆژى يەکشەممە چەندبوو؟
تىكرپای پلەى گەرمى پۆژى چوارشەممە چەندبوو؟
پۆژى پينج شەممە چەندبوو؟

ئەگەر چوار نمونەى پيشووت پشكنى دەبينىت هەريەكەيان دوو گۆپاوى تيداىە. و بەهاى يەكێك لەو دوو گۆپاوانە بەهاى ئەوى تريان دياريدەكات.

5. ئەم خستەيەى ديت تەواوبكە بەديارىكردى گۆپاوى يەكەم لەهەر نمونەيەك كە بەهاى گۆپاوى دووہم دياردەكات.

نمونه	گۆپاوى يەكەم	گۆپاوى دووہم
1		
2		
3		
4		

✓ خالى جاويدىرى

باس لەھەبوونی پەيوەندى **Relation** نىوان دوو گۆپاوى x و y دەكات، ئەگەر بەھاكانى يەكێكان زانراو بێت وەك x ئەوا بەھاكانى دووہم y دياريدەكات، لەو بارەدا دەليين گۆپاوى يەكەم گۆپاويكى ئازادە **Independent Variable** و دووہم گۆپاويكى پەيوەستە **Dependent Variable**.

لە نموونەى يەكەم دوودل دەبیت لە وەلامى ئەو پرسىارە: نمرەى تەلەفۆنى خەسرەو چەندە؟
چونكە گۆپاوى ئازادەكە ناو، دوو بەهای گۆپاوى پەيوەستى لە بەرامبەرە. بەلام لە
نموونەكانى تر، تۆ توشى ئەم كێشەىە نابیت چونكە ھەر بەهایەكى گۆپاوى ئازاد بەرامبەر
تەنھا يەك بەهای گۆپاوى پەيوەستە.

بە پەيوەندى نۆوان دوو گۆپاوى x و y دەلێت نەخشە **Function** ئەگەر ھەر بەهایەكى a
لە بەھاكانى گۆپاوى x تەنھا يەك بەهای b لە بەھاكانى گۆپاوى y بەرامبەرى بێت، ئەو
بەھا تاكانەى b پێى دەوترێت وێنەى **Image** نەخشەكە بە گۆپاوى يەكەم دەوترى گۆپاوى
ئازاد و گۆپاوى دووھم پەيوەست.

سەر لەنۆى چوار نموونەكە شىبەكەو، و لەھەر بارێكدا ديارىبەكە پەيوەندىەكە نەخشەىە يان نا،
وەلامەكەت پروونبەكەو.

✓ خالى جاودىرى

نموونە

نایا پیدراوەكانى ئەم خستەىە نەخشە دەنۆین؟ ئەو پروونبەكەو.

بەھاكانى گۆپاوى پەيوەست y	بەھاكانى گۆپاوى ئازاد x	B	بەھاكانى گۆپاوى پەيوەست y	بەھاكانى گۆپاوى ئازاد x	A
7	3		-3.6	1	
8	3		-3.6	2	
10	3		4.2	3	
42	4		4.2	4	
34	10		10.7	5	
18	11		12.1	6	
52	52		52	52	

شىكار

A . پیدراوەكانى خستەى يەكەم نەخشە دەنۆین چونكە ھەر بەهایەك لە بەھاكانى گۆپاوى ئازاد
 x يەك بەهای گۆپاوى پەيوەستى y بەرامبەرىەتى.
 B . پیدراوەكانى خستەى دووھم نەخشە نانوین، چونكە بەهای 3 بۆ گۆپاوى ئازاد سى بەهای
گۆپاوى y كە 7، 8، 10 بەرامبەرىەتى واتە خستەى b تەنھا پەيوەندى دەنۆینت.

Different Ways to define a function

شیۆەكانى پیناسەى نەخشە

ئەگەر پروانیتە نموونەكانى پیشو دەبینیت زۆر شیۆە بۆ پیناسەى نەخشە ھەیە دەتوانین پیناسەى
نەخشە بکەین بەھۆى:

1. **خستەى بەھاكان Table of Values** : نەخشە پیناسەدەكرێت لەم بارەدا بەھۆى خستەىەكى

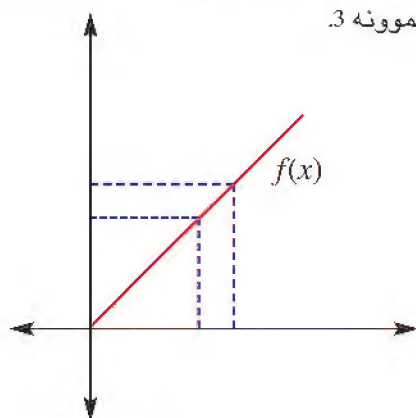
دوو ستوونى، يەكەمیان بەھاكانى گۆپاوى ئازاد بگرێتە خۆى، و ئەوێتریان بەھاكانى
گۆپاوى پەيوەستى بەرامبەریان بگرێتەو، بە مەرجێك بەهای گۆپاوى ئازاد و بەهای گۆپاوى
بەرامبەرى لەھەمان ریز بنووسرێت.

نموونە : نەخشەى نموونە 1

په یوه نډه کې پېناسکراو بهوې خشته وه نه خشه پک ناهېنیت، نه گهر ستوونی گورپاوی نازاد بهایه بگریته خو له بهرامبهری دوو بهای جیاواز بؤ گورپاوی په یوه ست هبیت.

لږه په یوه نډه پېناسکراو بهوې خشته وه له نمونه یی کهم نه خشه نانویت، چونکه بهای گورپاوی نازاد (خسره) دوو بهای جیاوازی گورپاوی به ستراو (ژماره ی ته له فون) بهرامبهریه تی. 2. ریسا Rule: نه خشه پېناسه ده کریت بهوې ریسایه ک یان یاسایه، که بهای گورپاوی په یوه ست بهی گورپاوی نازاد د ده بریت.

نمونه: نه خشه نمونه دوو کاتیک بهای گورپاوی په یوه ست A (پوهی بازه) د ده بریت بهی گورپاوی نازاد نت (نیه تیره) هم ریسایه همیه: $A(r) = \pi r^2$ 3. وینه پروونکرده ویی Graph پېناسه ده کریت بهوې وینه پروونکرده ویی کاتیک بهای گورپاوی نازاد له سه ته وه ری سینه کان و بهای گورپاوی په یوه ست له سه ته وه ری صاده کان y بن. بهای گورپاوی په یوه ست که بهرامبه بهای گورپاوی x له بهاکانی گورپاوی نازاد تانی هو خاله دیاریده کات که له سه وینه پروونکرده وییه کهیه کاتیک پوی سینی خاله که دهکاته x . نمونه: نه خشه نمونه 3.



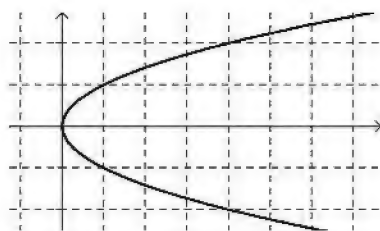
تاقیکردنه ویی راسته هیلی ستوونی Vertical Line Test

نه گهر راسته هیلیکی ستوونی وینه کی پروونکرده ویی له خالیک زیاتر بری، هو هم وینه پروونکرده وییه نه خشه نانویت.

نمونه

1 آیا وینه پروونکرده ویی بهرامبه نه خشه یه؟ پروونکوه.

شیکار



1 نه خیر نه خشه نیه چونکه بؤ هر بهایه کی موجه x دوو بهای گورپاوی y بهرامبه، هره ها راسته هیلی ستوونی وینه که له دوو خالی جیاواز ده بریت.

بۆ لیکۆلینه وهی نهخشهیهکی وهی $f(x)$ ، پێویسته ئهم خالانه جێبهجێبکەیت:

1. دیاریکردنی کۆمهلهی ژماره پاستیهکانی گۆراوی ئازاد x که دهتوانیت ههژماره ی وینهکهی $y = f(x)$ بکەیت. ئهو کۆمهلهیه پێی دهوتری بوازی پیناسه ی نهخشه که یان بهکورتی بوازی نهخشه که **Domain**.
2. دیاریکردنی کۆمهلهی ژماره پاستیهکانی گۆراوی پهیوهست دهیگریتهوه، وپێی دهوتریت مهوادی نهخشه که **Range**.
3. نواندنی نهخشه که به پروونکردنه وهی. واته نواندنی ههموو جووته ریکخراوهکانی (x, y) کاتی که x دانه بیت لهبوازی نهخشه که و $y = f(x)$ کۆمهلهی ئهو خالانه پێیان دهوتریت هیللی پروونکردنه وهی نهخشه که **Graph**.
4. پوختهکردنی سیفهتهکانی نهخشه له میانی لیکۆلینه وهی هیللی پروونکردنه وهی.

چۆن هیللی پروونکردنه وهی نهخشهیهکی دروستدهکەیت

ئهگەر نهخشه که بههۆی خشته ی بههاکان پیناسه کرابیت، ههموو خالهکانی (x, y) که له خشته کهدا هاتوو بهنوینه، پاشان ئهو خالانه به هیللیکی گونجاو بگهیهنه.

ئهگەر نهخشه که به رپسا پیناسه کرابیت، خشته ی بههاکانی نهخشه که پیکبهینه و خالهکانی بنوینه و هیللی پروونکردنه وهییه که ی بکیشه بهرپگای پێشو. ههروهها دهتوانیت به بهکارهینانی بژمیری پروونکردنه وهی یان کۆمپیوتەر هیللی پروونکردنه وهی نهخشه که بکیشیت.

به رهنگاری

راهیانان

به رده و امبوون له بیر کاریدا



- 1 جیاوازی نیوان نهخشه و پهیوهندی پروونبکه رهوه، نمونهیه که له سه ره وینه ی پروونکردنه وهی بۆ پهیوهندییه که بهینه رهوه نهخشه نه بیت.
- 2 سی رپگا بۆ پیناسه کردنی نهخشه با سه که.
- 3 چۆن بوازی نهخشه ی پیناسه کراو به هیللی پروونکردنه وهی به رامبه ر دیارده کهیت، و چۆن مهوادی دیارده کهیت.

راهیانانی ئاراسته کراو

ئهو خشتانه ی دین نهخشه دهنوینن؟ ئهو ره پروونبکه وه.

x	y
3	9
2	2
8	-3
2	1

7

x	y
10	7
20	11
30	9
40	7

6

x	y
0	3
1	8
2	8
3	-7

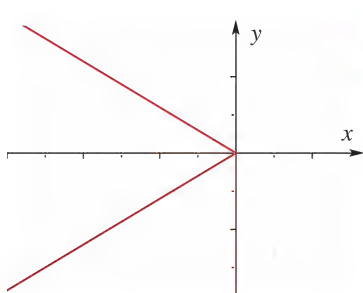
5

x	y
5	3
8	4
5	7
9	2

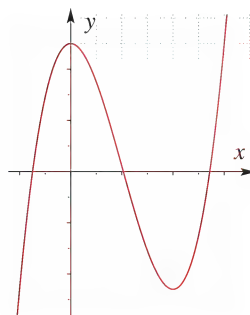
4

دیاریبکه ئهگەر ئهو وینه پروونکردنه و بیانه نهخشه دهنوینن یان نا، هۆی وه لامه کهت پروونبکه وه.

دياريپكه ئەگەر ئەو ويئە پرونكرندنەوييانە نەخشە دەنوینن يان نا، ھۆی وەلامەكەت پرونبكەوہ.



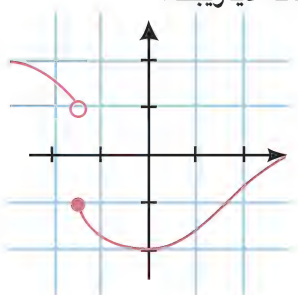
9



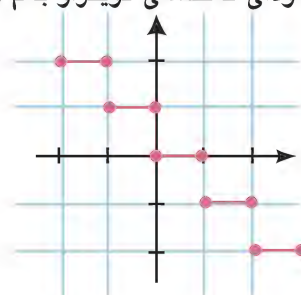
8

جیبەجیكرندنەكان

10 **ئوتومبیلەكان** گۆراوی A ئەو ئۆتۆمبیلانە دەنوینن كە پێگایان پیدراوہ لەشارەكەتدا رێبەن و گۆراوی N تابلۆی ژمارەیی ئەو ئۆتۆمبیلانە دەنوینن. ئایا پەيوەندیەك لەنیوان A و N دا ھەيە؟ ئەگەر وەلامەكەت «بەلى» يە ئایا ئەو پەيوەندیە نەخشەيە؟ كام لە دوو گۆراوہكە و گۆراوی ئازادە و كامیان گۆراوی پەيوەستە؟ ھۆی وەلامەكەت پرونبكەوہ؟
بوار ومەودای نەخشەى نوینراو بەم ويئە پرونكرندنەوييانە دياريپكە.



12



11

13 بەھای نەخشەى $f(x) = x^2 + 2x - 1$ ھەژمیربەكاتێك $x = 3$ و كاتێك $x = 1.5$.

13

14 **داھات** زیڤنگرێك 24 ھەزار دینار لەھەر كاتژمێرێكى كاردا وەردەگرێت، سەرەرای 20 ھەزار دینار بۆ پشكنین و دۆزینەوہی تێكچوونەكان.

14

جیبەجیكرندنەكان

أ نەخشەيەك بنووسە داھاتی زیڤنگرەكە R بەپێی ژمارەى كاتژمێرەكانى كار x بنوینن.

ب داھاتی زیڤنگرەكە ھەژمیربەكات ئەگەر 5.5 كاتژمێر كاربكات.

راھینان و جیبەجیكردن

ئایا ئەم خشتانەى دین نەخشە دەنوینن؟ ئەوہ پرونبكەرەوہ.

x	4	4	6	6
y	-2	2	-3	3

17

x	1	2	3	4
y	6	6	9	9

16

x	0	2	2	4
y	3	-5	1	7

15

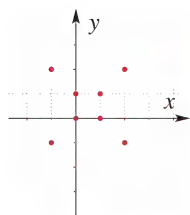
x	-2	-2	0	2
y	-5	-3	4	6

19

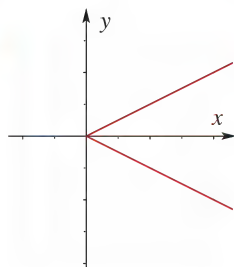
x	-5	-3	-1	1
y	8	8	-2	-2

18

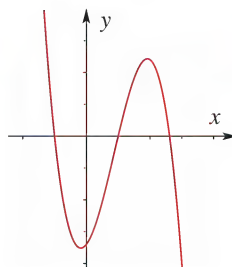
نایا نهو وینه پوونکردنه وانهی خواردهوه نهخشه دهنوینن؟ نهوه پوونبکهردهوه.



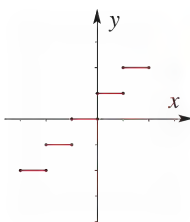
22



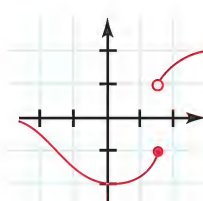
21



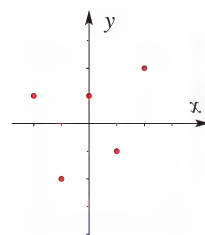
20



25



24



23

به های نهخشه که به له جیاتیدانان هه ژمیریکه.

26 $f(x) = 2x - 6$ کاتیک $x = 1$ و کاتیک $x = 3$

27 $f(x) = 5 - 3x$ کاتیک $x = 1$ و کاتیک $x = 3$

28 $f(x) = \frac{2x-1}{5}$ کاتیک $x = -9$ و کاتیک $x = 1$

29 $f(x) = \frac{x-4}{5}$ کاتیک $x = -9$ و کاتیک $x = 9$

30 $f(x) = 2x^2 - 3x$ کاتیک $x = 3$ و کاتیک $x = -2.5$

31 $f(x) = -x^2 + 4x - 1$ کاتیک $x = 2$ و کاتیک $x = 1.5$

32 $f(x) = \frac{1}{3}x^2$ کاتیک $x = -1$ و کاتیک $x = \frac{3}{4}$

33 $f(x) = -4x^2$ کاتیک $x = \frac{3}{2}$ و کاتیک $x = -2$

هیلی پوونکردنه وهی نهخشه که به به کارهینانی بژمیردی پوونکردنه وهی بکیشه له پاشان بوار و مهودای دیاریبکه.

34 $y = -\frac{x}{2}$ 35 $y = -\frac{2}{3}x - 5$ 36 $y = -2x^2$ 37 $y = \left(\frac{x}{2}\right)^2$

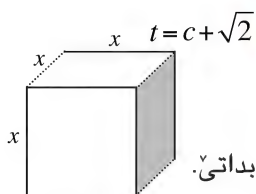
38 $y = 2$ 39 $y = -6$ 40 $y = x^2$ 41 $y = x^2 + 2$

42 هیلی پوونکردنه وهی بۆ نهخشه که بکیشه بواره که $-3 \leq x \leq 3$ و مهودا که $-5 \leq y \leq 5$ بیت.

43 هیلی پوونکردنه وهی بۆ نهخشه که بکیشه بواره که $-2 \leq x \leq 5$ و مهودا که $0 \leq y \leq 4$ بیت.

به های نهخشه $f(t) = t^2 - 3$ له هه ر باریکدا هه ژماریکه.

به رهنگاری



44 $t = \sqrt{2}$ 45 $t = \sqrt{2} - 1$ 46 $t = c + \sqrt{2}$

نه اندازه هیمای گۆراوی v بۆ قه باره ی شه شپالۆی به رامبه ر دابنی.

47 نهخشه که بنووسه قه باره ی شه شپالۆی v به پپی درژی لایه کی x بداتی.

48 پووبه ری پوویه که له پووهکانی شه شپالۆه که هه ژماریکه کاتیک قه باره که $27m^3$ بیت.

49 **بەکارچوون** بەھای بژمیرەکان زۆر بەخێرای دابەبەزیت، دەرگایەکی وای دانا کە بەھای

بژمیر لە ھەر سالتیکدا بەتئیکرای 15% لەنرخى بنەرەتى دابەبەزى.

ا) نەخشەیکە بنووسە کە بەھای بژمیریکت بداتى بەپێى تەمەنى بەسالى، ئەگەر زانیت

دەرگاگە نرخى 200 3 دینارى نرخەکەى دەدات.

ب) نرخى بژمیرەکە پاش سى سالى دەبێتە چەند؟

50 **بەکارچوون** فرۆشگایەکی جلوبەرگە داشکانیکى بەرپژەى

30% بۆ ھەموو جلوبەرگەکان ئاشکراکرد.

ا) دانا 47.25 ھەزار دیناریدا بۆ

نرخى کراسیک لەوهرزى داشکاندا،

نرخى کراسەکە لە بنەرەتدا چەند

بوو؟

ب) زانا پانتۆلیکی کرى نرخەکەى

25 ھەزار دینار بوو پيش وهرزى

داشکان، نرخە نوێیەکەى چەندە؟



روانين بۆ دواوه

ھاوکێشەى راستەھێلێک بە شێوەى $y = mx + b$ بنووسە، بەزانینى لاریەکەى m و خاڵێکى وەك A بێیایدا دەروات.

51	$m = 5$	52	$m = -3$	53	$m = \frac{1}{5}$	54	$m = -\frac{2}{3}$
	$A(2, 3)$		$A(4, 1)$		$A(4, -1)$		$A(-8, -3)$

ھاوکێشەى راستەھێلێک بنووسە لەسەر شێوەى $y = mx + b$ ، بەزانینى دوو خاڵ کە بیايدا دەروات.

55	$(1, 4); (-3, 0)$	56	$(0, 2); (-1, 1)$
57	$(2, 3); (0, 0)$	58	$(-2, -5); (5, -1)$

59 برەى $3[2 - (5 - 3) - 7] + 2$ بە بەکارھێنانى پیزبەندى کردارەکان ھەژمار بکە.

روانين بۆ پيشهوه

60 وێنەى پرونکردنەوھى بۆ پەيوەندى $y = x^2 - 3x - 10$ پیکبھێنە لە نیوان x و y ،

پرونیبکەرەوھ بۆچى ئەم پەيوەندى نەخشە دەنوینیت، بوار و مەودای ئەم نەخشەى دیاربکە.



بۆچى
نەخشەى ھىلى سادەترین نەخشەى
جەبرىيە و ھەروھە لە بنیاتنانى
نموونەكانى بىركارى لەبارەكانى ژيانى
رۆژانەدا زۆر بەكاردين.

چالاکى

Exploring linear function

دۆزىنەوہى نەخشەى ھىلى

دەزانىت كە پلەى كولانى ئاو 100 پلەى سەدىيە. بەلام پەنگە نەزانىت كە 100 پلەى سەدى
پلەى كولانى ئاو لە شوینىك لەئاستى پووى دەريايىت (بەرزىيەكەى لە رووى دەريا سفر بىت)
پلەى كولانى ئاو دەگۆرپىت بەگۆرپانى بەرزى شوینەكە لە پووى دەرياو. ئەو پلەى لەسەر
چياكانى ھىمالايا كە مترە لە 100 پلەى سەدى بەلام زیاترە لە 100 پلەى سەدى لەدەريايى
مردوو. ئەم خستەىيە دىت ھەندىك شوینى جیھان و بەرزىيەكانى دياركردو، لەئاستى پووى
دەريا وپلەى كولانى ئاو تىياندا.

ناو	بەرزى لەپووى دەرياو	پلەى كولانى ئاو
بەسرە (عیراق)	0	100
فرېبورغ (سوېسرا)	586	99.68
سوفەر (لبنان)	1 250	99.315
كۆلورادۆ (ئەمریکا)	1 832	98.995
قورنە سەودا (لبنان)	3 220	98.23
دەريايى مردوو	-420	100.23

1. پیدراوہەكانى خستەكە لە پروتەختى پۆتاندا بنوینە كە تەوہرى يەكەم x بۆ بەرزى لەپووى
دەريا بە مەترە، و تەوہرى دووہم y بۆ پلەكانى گەرمى بە پۆوہرى سەدى دابنى.
2. نۆوان خالەكان بە پارچە راستەھىل بگەيەنە، چى تىبىنى دەكەيت؟
3. ئايا پەيوەندى نۆوان بەرزى لەپووى دەريا و پلەى كولانى ئاو نەخشەيە؟ ئەو پوونبەوہ.
4. وینە پوونكردنەوہىيە دەستكەوتووەكەت بەكاربەینە بۆ خەملاندنى پلەى كولانى ئاو
لەبەرزى 3000 مەتر لەپووى دەرياو.
5. وینە پوونكردنەوہىيە دەستكەوتووەكەت بەكاربەینە، بۆ خەملاندنى بەرزى شوینىك
لەپووى دەريا، ئەگەر بزانیى پلەى كولانى ئاو تيايدا 97 پلە بىت.
6. لەكویدا وینە پوونكردنەوہەكە تەوہرى y دەپرپت؟ ئەم خالە چى دەنوینىت؟

نامانجەكان

- نەخشەى ھىلى دەناسىت.
- نەخشەى ھىلى بۆ
بنیاتنانى سامپلەكانى
بىركارى بەكاردەھىت.
- بواری نەخشەى ھىلى و
مەوداكەى و خالەكانى
يەكترپىنى لەگەل دوو
تەوہرى پۆتانەكاندا
ديارىدەكات.

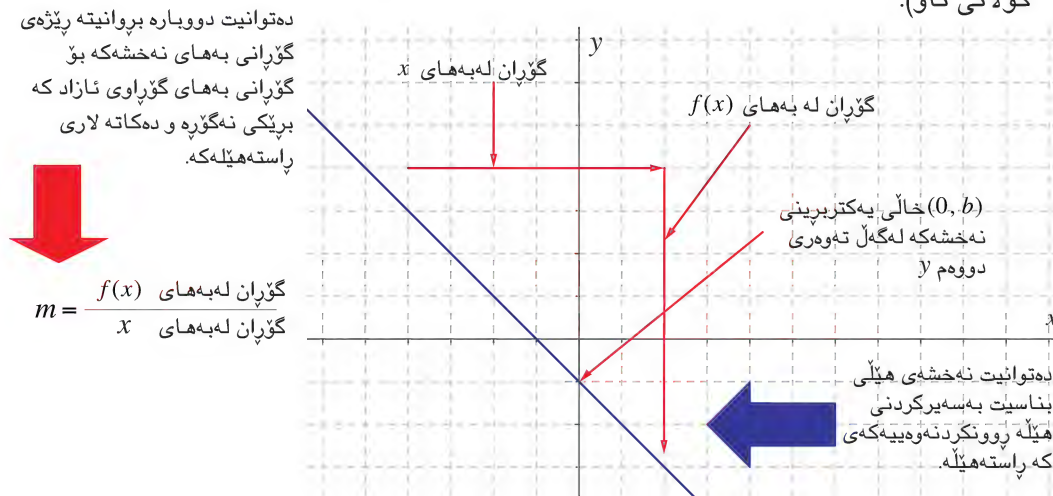
جیہەجیكردنەكان

فیزیا

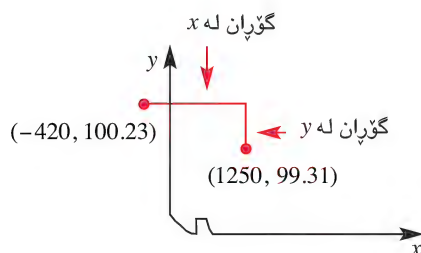
نەخشەى ھېلى Linear Function

نەخشەى ھېلى نەخشەىكە، روونکردنەۋەيىكەى ھېلىكى راستە، پىساي نەخشەى ھېلى بەم شىۋەى دەنوسرىت $f(x) = mx + b$.

دەتوانىت نەخشە ھېلىكەن بۇ بنىاتنانى نمونەى بىركارى بەكاربىنىت بۇ ھەندى لە پەيۋەندىيەكانى نىۋان دوو گۇرپاۋ ۋەك پەيۋەندىيەكەى پىشوو (بەرزى لەپوۋى دەريا و پلەى كولانى ئاۋ).



پىژەى گۇرپانى بەھى نەخشەى ھېلى $f(x)$ بۇ گۇرپانى بەھى x نەگۇرپە دەمىنىتەۋە ۋەو پىژەى پىى دەوترىت لارى Slope نەخشەى ھېلى.



پىدراۋەكانى خشتەى لاپەردى پىشوو بەكاربەيئە بۇ پروونکردنەۋەى چۇنىتەى گۇرپانى پلەى كولانى ئاۋ كاتىك بەرزى لەپوۋى دەريا دەگۇرپىت. پىساي نەخشەى پلەى كولانى ئاۋ بەپىى بەرزى لەپوۋى دەرياۋە بنووسە.

شىكار

بەكاربىئە بۇ بەرزى بە مەتر لەپوۋى دەريا و y بۇ پلەى كولانى ئاۋ بەپىۋەرى سەدى. دوو بەھى بۇ گۇرپاۋى سەربەخۇى x بەكاربەيئە و دوو بەھى بۇ نەخشەى بەرامبەريان ۋەك بەرزى سوفەر لە لوبنان و دەرياي مردوۋ لە ئوردن. پىژەى گۇرپانى پلەى كولانى ئاۋ بۇ گۇرپانى بەرزى لەپوۋى دەريا ھەژمىرىكە بۇ ۋەۋەى لارىت دەستكەۋى.

$$m = \frac{\text{گۇرپان لە نەخشە}}{\text{گۇرپان لە } x} = \frac{99.31 - 100.23}{1250 - (-420)} = -0.00055$$

ئەمەش واتە زىادىبونى مەترىك لەبەرزى لەپوۋى دەريا دەبىتە ھۇى گۇرپان لەپلەى كولانى ئاۋ بەپىى -0.00055 پلە.

بۇ پلەى كولانى ئاۋ = پلەى كولانى ئاۋ لە ئاستى پروۋى دەريا + پىژەى گۇرپان \times بەرزى.

$$f(x) = 100 + (-0.00055)x$$

كەۋاتە پىساي نەخشەكە، $f(x) = 100 - 0.00055x$

نمونە

1

نایا پله‌ی کولانی ئاو زیاده‌دکات ئه‌گهر به‌رزى له‌پرووی دهریاوه زیاده‌بکات یان که‌مده‌کات؟
روونی‌بکه‌ره‌وه چۆن خشته‌که‌ی سه‌ره‌تای وانکه‌ به‌کارده‌هینیت بۆ وه‌لامدانه‌وه‌ی ئه‌م پرسیاره.
پروونی‌بکه‌وه چۆن هیلای پروونکردنه‌وه‌یی نه‌خشه‌ی $f(x) = 100 - 0.00055x$ به‌کارده‌هینیت.

شارا پړسای نه‌خشه‌ی هیلای هه‌روه‌ک له‌به‌رامبه‌ردا هاتووه دۆزیه‌وه.
پړگاکانی شارا باسبکه.
دوو شوینی تر له‌خشته‌که‌ بۆ دۆزینه‌وه‌ی پړسای نه‌خشه‌که‌ به‌کاربه‌ینه. $100 = -0.00055 \times 0 + b$
نایا هه‌مان پړسات ده‌سته‌که‌وێت.

که‌واته پړسای نه‌خشه‌که‌ بریتییه له:

$$f(h) = -0.00055h + 100$$

به‌ره‌نگاری

نموونه

هه‌ژمپړی $f(9)$ بکه‌ کاتیك $f(x) = \frac{1}{3}x + 17$ به‌های x چه‌نده ئه‌گهر $f(x) = -1$ ؟

شیکار

$$f(9) = \frac{1}{3} \times 9 + 17$$

$$= 3 + 17$$

$$= 20$$

له‌جیاتى x به‌های 9 دابنى.

$$f(x) = \frac{1}{3}x + 17$$

له‌جیاتى $f(x)$ به‌های -1 دابنى و شیکاریبکه.

$$-1 = \frac{1}{3}x + 17$$

$$-18 = \frac{1}{3}x$$

$$-54 = x$$

پروونی‌بکه‌ره‌وه چۆن نه‌خشه‌ی نمونه 1 به‌کارده‌هینى بۆ دیاریکردنى پله‌ی کولانى ئاو له شوینیك
8000 مەتر له‌پرووی دهریاوه به‌رزبیت، ئه‌و پله‌یه دیاریبکه.

پروونی‌بکه‌ره‌وه چۆن نه‌خشه‌ی نمونه 1 به‌کارده‌هینیت بۆ دیاریکردنى به‌رزى شوینیك له‌پرووی
دهریا پله‌ی کولانى ئاو تییدا 85 پله‌ی سه‌دى بێت، ئه‌و به‌رزیه دیاریبکه.

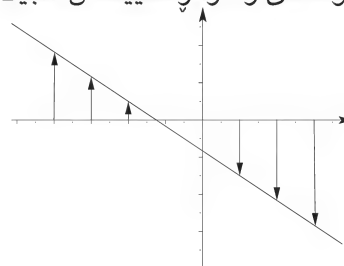
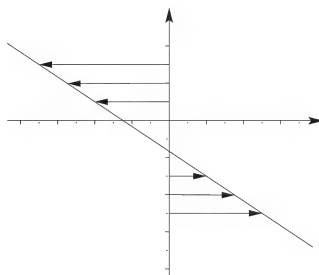
به‌ره‌نگاری

به‌ره‌نگاری

Studying linear function

خویندنى نه‌خشه‌ی هیلای

پړسای نه‌خشه‌ی هیلای $f(x) = mx + b$ رېگاده‌دات به‌ هه‌ژمپړکردنى به‌های نه‌خشه‌که‌ کاتیك
به‌های گۆپراوى $f(x)$ هه‌رچه‌ند بێت. له‌وه‌وه دهرده‌چیت که نه‌خشه‌که‌ پیناسه ده‌کریت له‌هه‌ر
ژماره‌یه‌کى راستییدا، به‌م پێیه‌ بواره‌که‌ی ده‌بیته‌ کۆمه‌له‌ی ژماره‌ راستیه‌کان. به‌شێوه‌یه‌کى تر
له‌وانه‌یه‌ بۆ هه‌ر ژماره‌یه‌کى راستى به‌هایه‌کى نه‌خشه‌ی هیلای هه‌بیت، چونکه ده‌توانى هه‌ژمپړى
به‌های گۆپراوى x بکه‌یت، ئه‌گهر به‌های نه‌خشه‌که‌ بزانی، له‌وه‌وه دهرده‌چیت که مه‌ودای نه‌خشه‌ی
هیلای کۆمه‌له‌ی ژماره‌ راستیه‌کان ده‌بیت.



هیلای پروونکردنه‌وه‌یی نه‌خشه‌ هیلاییه‌که دیارى ده‌کات
که بواره‌که‌ی هه‌موو ته‌وه‌رى x ده‌گرێته‌وه .
مه‌وداکه‌ی هه‌موو ته‌وه‌رى y ده‌گرێته‌وه .

کاتیك نه‌خشه‌که‌ باریکى ژبانى پۆژانه ده‌نوینیت، بوار و مه‌ودای نه‌خشه‌که‌ سنووردراو ده‌بیت.

لوتکه‌ی ئیفرست که ده‌کەویته چیاکانی هیملالایا به‌رزیه‌که‌ی 8848m مەتره له‌پرووی ده‌ریا به به‌رزترین شوین له‌پرووی زه‌وی داده‌نریت و هه‌روه‌ها ده‌ریای مردوو که 420m مەتر له‌پرووی ده‌ریا نزمه، به‌نزمترین شوینی پرووی زه‌وی داده‌نریت، ئەو دوو زانیارییه‌ی پیشوو به‌کاربه‌یتنه بۆ ئەوه‌ی به‌وردی بوار و مه‌ودای نمونه‌ی 1 دیاریبکه‌یت.

شیکار

نەخشە‌ی نمونه‌ی 1 نمونه‌یه‌کی بیرکاری پیکدینیت، له‌پاستیدا له‌وه‌وه درده‌چیت که گۆرانی سه‌ربه‌خۆ سنوردراوه به‌چهند به‌هایه‌کی دیاریکراو، به‌پپی دوو زانیارییه‌که‌ی پیشوو ئەو به‌هایانه وهرده‌گریت که ده‌کەویته نیوان -420 ، 8848 له‌به‌رئه‌وه بوا‌ری نەخشە‌ی نمونه‌ی 1 کۆمه‌له‌ی ژماره‌پاستیه‌کانی ئەو لاسه‌نگه $-420 \leq h \leq 8848$ پاسادان ده‌کات. بۆ دیاریکردنی مه‌ودا له‌م باره‌دا ده‌بینین که به‌هایه‌که‌ی که‌مه‌ده‌کات هه‌ر چهند به‌رزى h زیادبکات، ئەمه‌ش ئەوه ده‌گه‌ینیت که به‌رزترین به‌های به‌رامبه‌ر نزمترین به‌های گۆراوه ئازاده‌که‌یه $f(-420) = 100.23$ و نزمترین به‌های به‌رامبه‌ر به‌رزترین به‌های گۆراوی x ده‌بی‌ت واته $f(8848) = 95.13$ وه‌روه‌ها مه‌ودای نەخشە‌ی نمونه 1 کۆمه‌له‌ی ئەو ژماره‌پاستیانه‌یه که $95.13 \leq y \leq 100.23$ پاسادانده‌کات.

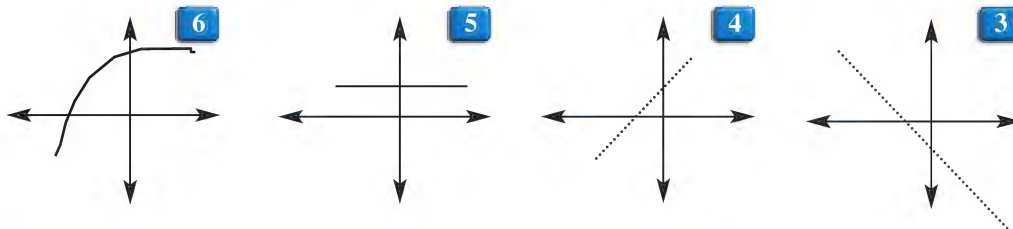
را‌ه‌ینان

به‌رده‌وامبوون له‌بیرکاریدا

1 چۆن پاسادانی ئەوه ده‌که‌یت که خالێک پۆتانه‌که‌ی زانراو بی‌ت ده‌کەویته سه‌ر راسته‌هێلێک هاوکێشه‌که‌ی زانراو بی‌ت.

2 پروونیکه‌وه چۆن ر‌ی‌سای نەخشە‌ی هێلی د‌ه‌د‌ۆزیت‌ه‌وه به‌زانینی هێلی پروونکردنه‌وه‌یی.

نایا ئەم وینه پروونکردنه‌وه‌ییانه نەخشە‌ی هێلی د‌ه‌نوینن؟ ئەوه پروونیکه‌وه.



را‌ه‌ینانی ئاراسته‌کراو

نایا ئەم نەخشانه هێلین؟ ئەوه پروونیکه‌وه.

7 $f(x) = 2 - x^2$ 8 $f(x) = -3x - 6$ 9 $g(x) = 4 + 10x$

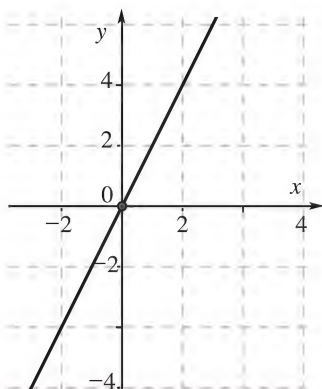
10 $f(x) = x^3 - x$ 11 $f(x) = \frac{3}{2}x + 4$ 12 $g(x) = \frac{1}{x}$

13 خشته‌ی خواره‌وه تی‌چوی په‌یوه‌ندی کردنه‌کانی مۆبایل دیاریده‌کات له‌گه‌ڵ تی‌چوونه نه‌گۆره‌که‌ی که به‌هاکه‌ی 2 سه‌نته له‌هه‌ر خوله‌کێک.

جیه‌جیه‌کردنه‌کان
بیرکاری به‌کارچوون

ژماره‌ی خوله‌ک	1	2	3	4	5	6
تی‌چوو به‌سه‌نت	2.50	3.00	3.50	4.00	4.50	5.00

خشته‌که به‌کاربه‌یتنه بۆ نووسینی نەخشە‌یه‌ک، بوار و مه‌ودای ئەو نەخشە‌یه دیاریکە.



14 وینەى بەرامبەر هیلى پروونکردنەوهیى نەخشەیهکی هیلى دیاردەکات، خشتەى بەهاکانى پیکبەینە و پيساکەى بنووسە.

جووتە ریکخراوەکە تەواوبکە بەمەرجیک خالەکە بکەوێتە

سەر راستەهیلی $y = -4x + 21$.

15 (5, ?) 16 (? , 9)

17 (0, ?) 18 (? , 0)

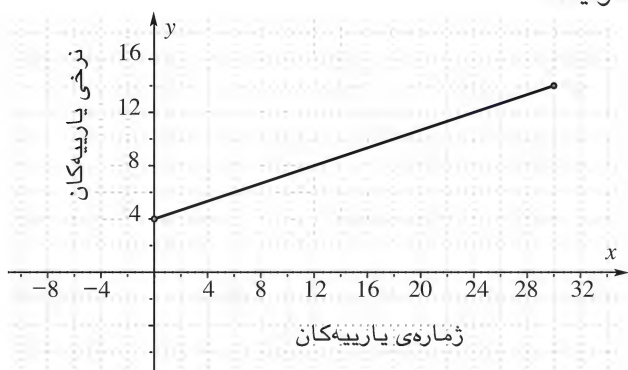
راھینان و جیبه جیکردن

جووتە ریکخراوەکە تەواوبکە بەمەرجیک خالەکە بکەوێتە سەر راستەهیلی $y = 2x - 14$.

19 (8, ?) 20 (10, ?) 21 (0, ?) 22 (? , 0)

23 (5, ?) 24 (-5, ?) 25 (3, ?) 26 (? , 3)

27 (? , 6) 28 (? , -4) 29 (? , -7) 30 (? , 10)



31 ئەندازەى پۆتان وینەى پروونکردنەوهیهکە

پەيوەندى نیوان ژمارەى یاریبە

ئەلکترۆنییەکان (نیوان 0 و 30)

ونرخەکەى دیاریدەکات،

خشتەى بەهاکانى ئەم نەخشەیه

پیکبەینە و پيساکەى بنووسە.

32 ئوتومبیلەکان کاتیک تانکی

سووتەمەنى ئوتومبیلەکەت پر

دەکەیت، برى سووتەمەنى له

تانکیەکە نەخشەیهکە، گۆراوه سەربەخۆیهکەى ژمارەى خولەکەکانە وای دابنى کە ئەو

سووتەمەنییەى دەرژیتە ناو تانکیەکە بە تیکرای 18 لیترە لەهەر خولەکێکدا و فراوانی

تەنکیەکە دەگاتە 35 لیتر.

ا ريسای نەخشەیهک بنووسە برى ئەو سووتەمەنییەى کە دەرژیتە ناو تانکیەکە بەپى کات بنوینیت.

ب بوار و مەودای ئەم نەخشەیه دیاریبکە.

33 بوخوشى یانەى گەنجان CD دەفرۆشیت وەک لەو خشتەیهى دیت دیارکراوه، لەگەل پارەى

بەشداربوونى لەیانەکە کە بریتییه لە 25 ھزار دینار.

14	12	10	8	6	4	2	0	ژمارەى CD
165	145	125	105	85	65	45	25	تیچوون

نەخشەیهک بنووسە ئەمە بنوینیت؟

34 **بۆخۇشى** يانەى ژيان CD دەفرۇشېت وەك لەم خشتەى خوارەوۈ ديارىكراوۈ لەگەل پارەى بەشارىبون لە يانەكەدا كە دەگاتە 35 ھەزار دىنار.

ژمارەى CD	0	2	4	6	8	10	12	14
تېچون	35	51	67	83	99	115	131	147

نەخشەىەك بنووسە ئەمە بنوئىت.

35 **تەكنەلوژيا** بژمىرەى پروونكردنەوۈىى بەكاربەيئە بۇ كېشانى ھىلى پروونكردنەوۈىى دوو نەخشەكەى دوو پراھىنانى پېشوو لەھەمان پرووتەختى پۇتاندا. بەراوردى نىوان دوو خستەپروۈكە بكة. كام يانەيان خستەپروۈى باشتىر پېش كەش دەكات؟ ئەوۈ پروون بكةرەوۈ.

بەرەنگارى

روانىيىك بۆ دواوۈ

خشتەى بەھاكانى ھەر نەخشەىەك پېكبەيئە بەلەجياتىدانانى بەھاكانى

1, 2, 3, 4, 5, 10 لەجياتى x و ھىلە پروونكردنەوۈىەكەى بكيئشە.

$$y = 5x - 1$$

37

$$y = 2x + 1$$

36

بەھزرى بەھاي ژمارەىى ھەر بړىك لەمانە ھەژمىرېكە.

$$1\,000 \times 1\,000$$

41

$$\frac{480}{16}$$

40

$$10 \times 30$$

39

$$300 - 196$$

38

روانىيىك بۆ پېشەوۈ

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	1	4	9	16	25	36	49	64

42 لەخشتەى سەرەوۈ بكوۈلەوۈ ئايا نەخشەى ھىلى دەنوئىت؟

43 رېساي پەيوەندى نىوان x و y بنووسە، پېدراوۈكانى خشتەكە بە پروونكردنەوۈىى بنوئىنە و لە وەلامەكەى پېشوووت ساغبكەوۈ.

شیۆە جیاوازەکانی ھاوکیڭشەیی راستەھێڵ

Various forms of the equation of a line



وانەیی

3

ئامانجەکان

- شیۆە جۆراوجۆرەکانی ھاوکیڭشەیی راستەھێڵ دەناسی.
- ھاوکیڭشەیی راستەھێڵ بەشیۆە جیاوازەکانی دەنوسیت.

بۆچی

ھاوکیڭشەیی راستەھێڵیک رۆلێکی گرنگ لەبیرکاری دەگێڕی، وە سادەترین نەخشەیی جەبری دەنوێنی و ھەرودھا بۆ بنیات نانی نموونەیی زۆریەیی کێشەکانی ژيان بەکار دێت.

چالاکیی 1

Slope-Intercept Form

ھاوکیڭشەیی راستەھێڵ بە شیۆەیی لاری-یەکتەرپرین

نەوزاد سەردانی کۆمپانیایەکی بەکریدانی ئوتومبیلی کرد. فەرمانبەری کۆمپانیاکە پێی راگەیاندا دەبێ 100 ھەزار دینار بدات کاتیگ ئوتومبیل وەردەگریت و 1.5 ھەزار دینار بدات بۆ ھەر کیلۆمەترێگ دەبیرپیت.

1. ئەم خشتەییە دیت تەواوبکە.

ژمارەیی کیلۆمەترەکان	10	20	30	
نەوہی پێویستە بیدات	$1.5 \times 10 + 100$			

2. ھاوکیڭشەیی گۆژمەیی y کە پێویستە بیدات بەپێی ژمارەیی کیلۆمەترەکانی x بنووسە.

3. ئەم ھاوکیڭشەییە بە رۆونکردنەوہیی بنوینە.

جێبەجێکردنەکان

بازرگانی

هاوكيشه‌ی راسته‌هیل به شیوه‌ی لاری - یه‌کتربرین Slope - Intercept Form

هاوكيشه‌ی راسته‌هیل به شیوه‌ی لاری - یه‌کتربرین بریتیه له $y = mx + b$ کاتیک m و b دوو ژماره‌ی راستین، ژماره‌ی m لاری راسته‌هیل‌که‌یه و b تانی خالی یه‌کتربرینی راسته‌هیل‌که‌یه له‌گه‌ل ته‌وره‌ی y .

نمونه

1

لاری راسته‌هیل و خالی یه‌کتربرین له‌گه‌ل ته‌وره‌ی y دیاربکه.

ج $y = 5$

ب $y = -5x + 3$

ا $y = 3x - 4$

شیکار

ا لاری 3 و خالی یه‌کتربرین $(0, -4)$

ب لاری -5 و خالی یه‌کتربرین $(0, 3)$

ته‌و راسته‌هیل بکیشه که ته‌و هاوكيشه‌یه $y = 2x - 8$ ده‌نوینی.

هه‌ولبد

چالاک‌ی 2

هاوكيشه‌ی راسته‌هیل به شیوه‌ی لاری - خالیک Slope - Point Form

ئه‌گه‌ر لاری راسته‌هیل m و خالیک (h, k) که پیدایا ده‌روات بزانت، ته‌وا ده‌توانیت هاوكيشه‌که‌ی بنووسی.

1. هاوكيشه‌ی راسته‌هیل له‌سه‌ر شیوه‌ی لاری و یه‌کتربرین ته‌وه‌یه $y = mx + b$ په‌یوه‌ندی نیوان لاری m و هاوكو‌لکه‌ی x له‌م په‌یوه‌ندییه‌دا چیه؟ چۆن هاوكيشه‌ی راسته‌هیل ده‌نوسیت بۆ ده‌ربرین له‌م په‌یوه‌ندییه؟

2. هاوكيشه‌ی k استه‌هیل‌یک به‌خالی (h, k) دا ده‌روات بنووسه به‌له‌جیاتیدانانی به‌های h له‌جیاتى x و به‌های له‌جیاتى y .

3. هاوكيشه‌که‌ شیکاربکه و ده‌رته‌نجامی به‌های b به‌پیی m, k, h ده‌ربخه.

4. له‌جیاتى b به‌هاکه‌ی دابنئ، هاوكيشه‌ی راسته‌هیل‌که‌ به‌ شیوه‌ی لاری - خالیکه بنووسه.

هاوكيشه‌ی راسته‌هیل به شیوه‌ی لاری - خالیک Slope - Point Form

هاوكيشه‌ی راسته‌هیل به شیوه‌ی لاری - خالیک بریتیه له $y - y_1 = m(x - x_1)$ کاتیک m لاری راسته‌هیل‌که‌یه.

- m لاری راسته‌هیل‌که‌یه.
- (x_1, y_1) پووتانی خالیکه‌یه که راسته‌هیل‌که‌ پیدایا ده‌روات.

نمونه

2

هاوكيشه‌ی راسته‌هیل‌یک بنووسه لاریه‌که‌ی 2- و به‌خالی $(1, -1)$ دا ده‌روات پاشان وینه‌که‌ی بکیشه.

شیکار



$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - (-1) = -2(x - 1)$$

$$y + 1 = -2x + 2$$

$$y = -2x + 1$$

هه‌ولبد هاوكيشه‌ی راسته‌هیل‌یک بنووسه که لاریه‌که‌ی 3- و به‌خالی $(-2, -1)$ دا ده‌روات پاشان

وینه‌که‌ی بکیشه.

چالاكى 3

Two Points Form

هاوكيشه راستههیل به دوو خالدا پروات

هاوكيشه ئه راستههیل بنووسه كه به دوو خالى (5, 3) و (7, 4) دا ده پروات.

1. لارى راستههیل كه هه ژميركه.

2. هاوكيشه كه بنووسه به شيوه لارى - خال. پاشان به شيوه لارى - يه كتريرين.

Two Points Form

هاوكيشه ئه راستههیل به دوو خالدا ده پروات

هاوكيشه راستههیل به دوو خالى (x_1, y_1) و (x_2, y_2) دا ده پروات.

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

ده بیته

هاوكيشه ئه راستههیل كه به دوو خالى (5, 65) و (7, 71) دا ده پروات بنووسه به شيوه لارى - يه كتريرين.

هه ولبد

Standard Form

شيوه گشتى هاوكيشه راستههیل

چالاكى 4

Standard Form

هاوكيشه راستههیل له سه ر شيوه گشتى

كارگيرى باخچه ئازهلان پليتى چونه ژوروه به 10 هزار دينار ديارى كر دوو بۆگه وره كان و به 5 هزار دينار بۆ مندانان، ده سكه وتى پۆژى چوارشه ممه گه يشته 1 350 دينار.

خشته يه كى به ها	
y	x
	50
120	
70	
	120

1. به كار بهينه بۆ نيشاندانى ژماره گه وره كان و y بۆ نيشاندانى

ژماره بچووكه كان. ده سكه وتى پۆژى چوارشه ممه 1 350

دينار بوو. ئه ممه به هاوكيشه يه ك ده ريريه؟

2. خشته كه ته واوبكه بۆ پيكه ينانى خشته جووته پيخراوه كان

كه هاوكيشه ساغه ده كه نه وه.

3. به پرونكر دهنه ويى هاوكيشه ده سكه وتوه كه ت به بنوينه به

به كار بهينانى جووته پيخراوه كان. وينه پرونكر دهنه ويه كيشراوه كه چونه؟

4. دلنياه له وه لامه كه ت له تايبه تمه ندى وينه پرونكر دهنه وه كه له پيگاي شيكار كرنى هاوكيشه كه.

جيبه جيكردنه كان

بۆ خووشى

✓ خالى جاوديرى

Standard Form

هاوكيشه راستههیل له سه ر شيوه گشتى

هاوكيشه راستههیل له سه ر شيوه گشتى ئه مه يه $ax + by + c = 0$ كاتيك

• a و b و c ژماره راستين.

• يه كه له دوو ژماره a و b به لايه نى كه ممه وه يه كسان نيه به 0.

نمونه

3

هاوكيشه راستههیل به شيوه گشتى بنووسه.

$\frac{3}{4}x - 2 = 3y$ ج

$x = -13y + 4$ ب

$y = -2x + 3$ ا

شيكار

$x = -13y + 4$ ب

$y = -2x + 3$ ا

$x + 13y = 4$

$2x + y = 3$

$\frac{3}{4}x - 2 = 3y$ ج

ئهم شيوه شيوه گشتيه

چونكه دهنه وسرئ

$\frac{3}{4}x + (-3)y = 2$

$\frac{3}{4}x - 2 - 3y = 0$

$\frac{3}{4}x - 3y = 2$

هەر هاوکیشیهک به شیوهی لاری-یهکتربرین بنوسه.

ج $\frac{3}{4}y - 6x = 3$

ب $6x + 4y = 4$

ا $2y - 2x = 6$

شیکار

ب $6x + 4y = 4$

$4y = -6x + 4$

$y = -\frac{3}{2}x + 1$

ا $2y - 2x = 6$

$2y = 2x + 6$

$y = x + 3$

ج $\frac{3}{4}y - 6x = 3$

$\frac{3}{4}y = 6x + 3$

$y = 8x + 4$

ههولبد هه هاوکیشیهی $y - 23 = 5(x - 4)$ به شیوهی لاری-یهکتربرین بنوسه پاشان به شیوهی گشتی بنوسه.

Horizontal and Vertical Lines

هاوکیشیهی دوو راستههیللی ئاسوویی و ستوونی

هاوکیشیهی راستههیللی ئاسوویی بریتییه له $y = b$ کاتیك b یهکتربرینی راستههیللهکه لهگهل تهوهری y دهنوینیت، لاری راستههیلله ئاسوویهکه ههردهم دهکاته 0 .
هاوکیشیهی راستههیللی ستوونی بریتییه له $x = b$ کاتیك b یهکتربرینی راستههیللهکه لهگهل تهوهری x دهنوینیت، لاری راستههیللی ستوونی پیناسه نهکراوه.

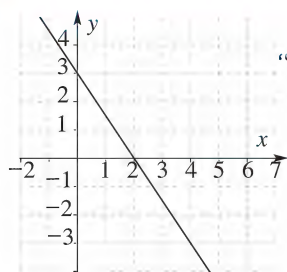
Various Form of the Equation of a Line

شیوه جیاوازهکانی هاوکیشیهی راستههیل

نمونه	شیوهی هاوکیشیهکه	ناوی شیوهکه
$y = 3x + 5$	$y = mx + b$	لاری - یهکتربرین
$3x - 2y = 5$	$ax + by = c$	گشتی
$y - 2 = -3(x - 1)$	$y - y_1 = m(x - x_1)$	لاری - خال
$y - 65 = \frac{71-65}{7-5}(x - 5)$	$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$	به دوو خالدا بپوات

راهی-نان

به رده وامبوون له بیر کاریدا



- 1 هاوکیشیهی راستههیللیک بنوسه لارییهکه m و به خالی بنه پرتدا بپوات،
- 2 چۆن راستههیللی $y = mx + b$ دهگۆرپت کاتیك به های b بگۆرپت؟
- 3 چۆن راستههیللی $y = mx$ دهگۆرپت کاتیك به های m بگۆرپت؟
- 4 چۆن شیوهی لاری - خال به کاردههینریت بۆ نووسینی هاوکیشیهی راستههیل به دوو خالی $(1, 1)$ ، $(-2, 4)$ دا بپوات؟
- 5 پرونیبکه وه چۆن هاوکیشیهی ئه و راستههیللی وینهی به رامبه ر دهنوسیت.
- 6 چۆن هاوکیشیهی $3x + 3y + 2 = 0$ دهنوسیت به شیوهی لاری - یهکتربرین؟

راهنای تاراسته کراو

هاوکیشی هەر راستههیلێک بهشیۆدی گشتی بنووسه.

$$3x = -7y - 17 \quad 9$$

$$2y = 3x - 4 \quad 8$$

$$y = 3x + 7 \quad 7$$

هاوکیشی هەر راستههیلێک بهشیۆدی لاری - یهکتبرپین بنووسه، ئهگەر لاری وئهو خالێ پێدادهروات زانراویت.

لاری خال
 $(3, -4) \quad \frac{1}{3} \quad 12$

لاری خال
 $(-3, 4) \quad -2 \quad 11$

لاری خال
 $(3, 4) \quad 2 \quad 10$

هاوکیشی هەر راستههیلێک بهشیۆدی لاری - یهکتبرپین و بهشیۆدی گشتی بنووسه.

$$y = 10(-4x + 3) \quad 15$$

$$3y = 9x + 15 \quad 14$$

$$y - 50 = 8(x - 4) \quad 13$$

هاوکیشی هەر راستههیلێک بهشیۆدی لاری - یهکتبرپین بنووسه ئهگەر دوو خال زانرا که پێیاندا دهروات.

$$(-3, -2), (3, 2) \quad 18$$

$$(-4, 4), (-3, 3) \quad 17$$

$$(-2, 5), (5, -2) \quad 16$$

راهنای و جیه جیکردن

پۆتانی خالێکانی یهکتبرپینی راستههیلێکه لهگهڵ دوو تهوهری پۆتان دیاریبکه.

$$y = -3x + 5 \quad 21$$

$$y = 8x - 1 \quad 20$$

$$y = 4x + 5 \quad 19$$

$$y = -5x - 9 \quad 24$$

$$y = 17x - 4 \quad 23$$

$$y = -2x + 13 \quad 22$$

$$5x + 4y = 12 \quad 27$$

$$3x - 2y = 12 \quad 26$$

$$y + x = 10 \quad 25$$

$$9x + y = 18 \quad 30$$

$$2x - 7y = 14 \quad 29$$

$$4x - 5y = 20 \quad 28$$

لاری راستههیلێکه و یهکتبرپینی لهگهڵ تهوهری ستوونی دیاریبکه، بهبی کیشانی وێنهکە.

$$y = 7 \quad 33$$

$$y = -5x + 3 \quad 32$$

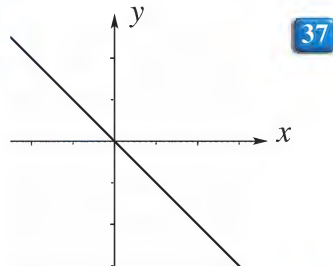
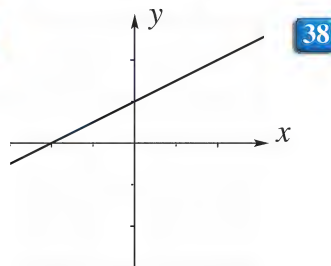
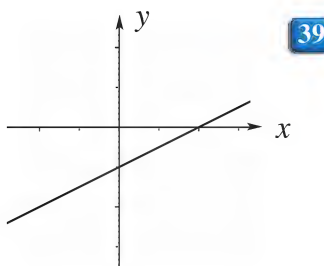
$$y = -5x \quad 31$$

$$y = \frac{1}{3}x - 5 \quad 36$$

$$y = 7 - x \quad 35$$

$$x = 7 \quad 34$$

هاوکیشی راستههیلێ لهشیۆدی لاری یهکتبرپینی بنووسه.



40 لاری راستههیلێک چهنده که هاوکیشه که $6x + 2y = 40$ ؟

ناتوانی هاوکیشی راستههیل $x = 4$ بنووسریت لهشیۆدی لاری - یهکتبرپین چونکه لارییه که یاناسه نهکراوه، بهلام دهتوانریت بهشیۆدی $1 \times x + 0 \times y = 4$ بنووسریت، ئهم خستهیه تهواوبکه.

هاوکیشی پێدراو	شیۆدی لاری - یهکتبرپین	شیۆدی گشتی
$x = 1$		
$y = 4$		
$x + y = 5$		
$y = 4x$		
$x = 4y$		

46 ويئەنى دوو راستەھىلى $4x + 2y = 12$ و $2x + y = 10$ بکيشە، چى تېيىنى دەكەيت؟

47 **زىنگە** وا دابنى كە بەرزى ئاو لە پووبارىك لە پووبارەكاندا 34 cm، و ئەو بەرزىيە زيادەكات بەتېكرای 5cm پۆزانە، ھاوكيشەيەك بنووسە بەرزى ئاوكە وژمارەى پۆژەكان بنوئىت ئەم ھاوكيشەيە بە روونكردەويى بنوئە، پاش چەندپۆژ بەرزى ئاوكە دەبىتە 260cm؟

48 **پاشەكەوت** باوكى دانا بلىتى بەشداربوونى لە يانەيەكى وەرزشى بە بەھاي 40 ھەزار دىنار بۆ كوپەكەى كرى. دانا بەپىي ئەم پلىتە ھەر پۆژىك سەردانى يانەكە بكاتە 1 ھەزار دىنار دەدات لەجىياتى ئابونەى ئاسايى كە دەكاتە 3.5 ھەزار دىنار. چەند جار دانا دەتوانىت بىروات بۆ يانەكە تاوكو باوكى زەرەرمەند نەبىت لە كرىنى بلىتەكە؟

49 **بازرگانی** نرخی بلىتى چوونە ژوورەوي ئاھەنگ 5 ھەزار دىنار بۆ گەوران و 3 ھەزار دىنار بۆ بچووكەكان بوو، ھاوكيشەيەك بنووسە دەستكەوتى ئاھەنگىك كە گەيشتە 700 ھەزار دىنار ديارى بكات بە بەكارھىنانى x بۆ ژمارەى گەوران و y بۆ ژمارەى بچووكەكان، لارى ئەو راستەھىلەى ئەو ھاوكيشەيە دەنيوئىت چەندە؟ و يەكترىپىنى لەگەل تەوهرى y چەندە؟

تېروانىيىك بۆدواو

50 رېساي $d = vt$ دوورى بەمەتر كە ئۆتۆمبىلىك دەپىرېت، كە بە خىرايى v مەتر لە چركەيەكدا لەماوہى t چركە دەردەپىرېت، ئەو رېسايە بەكاربېنە بۆ ھەژماركردى ئەو دوورىەى ئۆتۆمبىلەكە لە 4 چركە دەپىرېت، ئەگەر زانیت بەخىرايى 50 مەتر لە چركەيەكدا دەپرات.

51 رېساي ھەژماركردى چۆوہى بازنەى P بەپىي نيوەتيرەكەى r بنووسە. لەپاشان ئەم رېسايە بەكاربېنە بۆ ھەژماركردى چۆوہى بازنەيەك نيوەتيرەكەى 8cm بىت ژمارە 3.14 بەكاربېنە وەك بەھاي نىكرابۆ ژمارە π .

خشتەكە بوونسەوہ، پاشان تەواويىكە، كەرتەكان بە سادەترىن شۆوہ بنووسە.

شۆوہى كەرتى	شۆوہى دەيى	ژمارەكە وەك رېژەى سەدى
	$0.\bar{3}$	$33\frac{1}{3}\%$
	0.875	
		2%
$\frac{1}{20}$		
		$12\frac{1}{2}\%$
$\frac{2}{3}$		
$\frac{1}{6}$		
		0.01%
	0.80	
$\frac{2}{5}$		

روانىيىك بۆپيشەوہ

62 لە ھەمان پووتەختى پۆتاندا دوو راستەھىلى $y = 2.12x - 3.7$ و $y = x + 5.4$ بکيشە پۆتانى ھەموو خالە بەكترىپىنەكانى نۆوانيان ديارىبەكە.

تەرىببەون و ستوونبەونى

راستەھىلەكان Parallel and Perpendicular Lines



ئامانچەكان

- تەرىببەونى دوو راستەھىلە
يان ستوونبەونىان بە
بەراوردىكى لارىيەكانىيان
جىيادەكاتەو.
- ھاوكىشەي راستەھىلە
تەرىب بە راستەھىلەكى تر
يان ستوون لەگەلدا
دەنوسىت.

بۇجى

دوۋى ناسىنى راستەھىلە
تەرىبەكان يان ستوونەكان لەپىگەي
بەراوردىكى لارىيەكانىيان بە
ھەنگاۋىكى گرگ دادەنرىت بۇ
جىيادەكەي پەيودەنى نىوان
راستەھىلەكان بەيى ئەوۋى
ۋىتەكانىيان بىكىتىن.

جىيەجىيەرىتەكان

فىزىيا

ئاو بەشپەي جۇراۋجۇرەكانى دەردەكەۋىت بەپپى پلەكانى گەرمى، دەپبەستى لەپلەكانى گەرمى
زۇر نزم وەك لە چىيى بەفرى ۋىتەكەدا ديارە، يان دەگۇرىت بۇ ھەلم لەپلەي گەرمى بەرز وەك

كولانى ئاۋ	سەدى	فەرناھىت
373	100	212
273	0	32
سفرى روت	-273	-459

ديارە لەم ھەلمەي لەزەۋى بەرز دەپتەو.

خستەي بەرامبەر پلەكانى گەرمى بەسى پپوۋر

دياردەكات، پپوۋرى فەرناھىت و پپوۋرى

سەدى و پپوۋرى كالقن. گۇرپنى پلەي گەرمى لە

پپوانى سەدى بۇ پپوانى فەرناھىت بەپپى ياساى

$F = \frac{9}{5}C + 32$ دەپت و پپوانى كالقن بۇ پپوانى فەرناھىت

بەپپى ياساى $F = \frac{9}{5}K - 459.4$ دەپت دەتوانرىت ئەم دوو

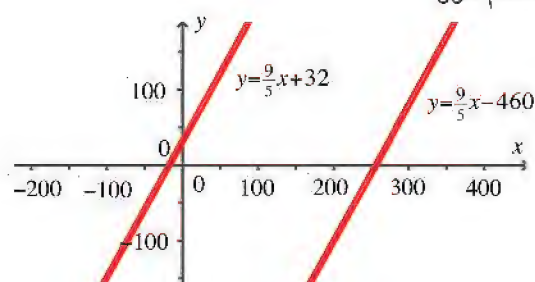
ھاوكىشەي بەلەجىياتيدانانى y

لەپرى ھەر F و x لەپرى C يان K .

$y = \frac{9}{5}x + 32$ و $y = \frac{9}{5}x - 460$ بپوانە ئەم دوو

راستەھىلەي دوو ھاوكىشەكە دەنۋىن تەرىب

و لارىيان يەكسانە.



Parallel Lines

پارستیهیل ته ریبه کان

ئەگەر لاری دوو پارستیهیل یە کسان بوون ئەوا تەریب دەبن.
ئەگەر دوو پارستیهیل نا ستوون تەریب بوون ئەوا لاریه کانیاں یە کسان دەبن (ئەستوونی سەر تەوهری سینی نەبن).

نموونه

به شیوهی لاری - یه کتر برین هاوکی شهی ئەو پارستیهیل ته ریبه به پارستیهیل $y = 3x - 7$ و تەوهری ستوونی له 4 دا بپریت بنووسه.
شیکار

لاری ئەو پارستیهیل دهکاته 3 و له بهرئەوهی تەوهری y له 4 دا دهپریت، ئەوا هاوکی شهه کی دهپریته
 $y = 3x + 4$

ههولبده

به شیوهی لاری - یه کتر برین هاوکی شهی ئەو پارستیهیل ته ریبه به پارستیهیل $y = 0.5x + 5$ و تەوهری ستوونی له 2- دا دهپریت بنووسه.
له بیرت بپت دوو پارستیهیل ئەستوون دەبن ئەگەر یه کتریاں بری و گوشه وهستاویان پیکهینا. لهم چالاکیه دی ت پهبهندی نیوان لاریهکانی دوو پارستیهیل ستوون دهوژیتهوه.

چالاکي

دوژینهوهی پهبهندی نیوان ئەستوونیوونی پارستیهیلهکان و لاریهکانیاں

Relation between Slope and Perpendicular Line

لهم چالاکیه دا پبویستمان به راستهی وهستاو و کاغزی پروونکردنهوهی هیه که دوو تەوهری رووتهختی پۆتانی له سەر بپت.

1. ئایا دوو پارستیهیل $y = -2x + 3$ و $y = 0.5x - 2$ یه کتر دهبرن؟ ئەوه پروونبکهوه.
2. ئەو دوو پارستیهیل له ههمان رووتهختی پۆتاندان بکیشه به پروونکردنهوهی، پۆتانی خالی یه کتر برینیاں دیاربکه.
3. به پای تو پهبهندی نیوان دوو پارستیهیله که چیه؟ راستهی وهستاو به کاربینه بو ساغکردنهوهی وهلامه کهت.
4. لاری پارستیهیل یه کهم و له لاری پارستیهیل دووهم لیکبده و نهجامی لیکدانه که چیه؟

Perpendicular Lines

پارستیهیل ئەستوونهکان

ئەگەر نهجامی لیکدانی لاری دوو پارستیهیل بکاته 1- ئەوا ستوون دەبن.
ئەگەر دوو پارستیهیل ستوون بن ئەوا نهجامی لیکدانی لاریهکانیاں دهکاته 1-.

نموونه

بنووسه، به شیوهی لاری - یه کتر برین هاوکی شهی ئەو پارستیهیل تهوهری ستوونی دهپریت له 4 دا و ستوونه له سەر پارستیهیل $y = 3x + 2$.
شیکار

لاری پارستیهیله که دهکاته $-\frac{1}{3}$ چونکه ستوونه له گه $y = 3x + 2$ پارستیهیل که لاریه که دهکاته 3 هاوکی شه داواکراوه که ئەمهیه $y = -\frac{1}{3}x + 4$.

ههولبده

به شیوهی لاری - یه کتر برین هاوکی شهی ئەو پارستیهیل تهوهری ستوونی دهپریت له 6 دا ستوونه له گه $y = 4x + 2$ پارستیهیل بنووسه.

نوونه

به شیوهی لاری - خال، هاوکیشهی ئه و راسته هیللهی به خالی (4, 5) دا ده پوات و ستوونه به راسته هیللی $2x + 3y = 7$ بنووسه.

شیکار

دهستکه به نووسینی هاوکیشهی راسته هیلله دراوه که به شیوهی لاری - یه کتر برین $y = -\frac{2}{3}x + \frac{7}{3}$ ده بیئت لاری راسته هیلله ستوونه که بکاته $\frac{3}{2}$. و له بهرئه وهی هاوکیشهی راسته هیللهی له شیوهی لاری - خال بریتییه له: $y - y_1 = m(x - x_1)$ ئه و هاوکیشهی داواکراوه که ده بیئه $y - 5 = \frac{3}{2}(x - 4)$

هه ولبده بنووسه، له شیوهی لاری - خال، هاوکیشهی ئه و راسته هیللهی به خالی (3, -2) ده پوات، و ستوونه له سه ر راسته هیللی $4x - 2y = -6$.

راهیان

به رده و امبون له بیر کاریدا

- 1 پوونبکه وه چۆن هاوکیشهی راسته هیللیک ته ریب به راسته هیللی $y = 4x + 3$ ده نووسی؟
- 2 راسته هیللیک لاریه که ی $\frac{2}{3}$ پوونبکه وه چۆن لاری راسته هیللی ستوون له گه لی ده دۆزیه وه؟
- 3 چۆن لاری راسته هیللی ستوون له گه ل راسته هیللی $y = \frac{1}{3}x + 2$ دیارده که ییت؟
- 4 پوونبکه ره وه چۆن هاوکیشهی راسته هیللیک ستوون بی له گه ل راسته هیللی $y = 4x + 3$ ده دۆزیه وه.

راهیانی ئا راسته کراو

بنووسه، به شیوهی لاری - یه کتر برین، هاوکیشهی ئه و راسته هیللهی ستوونی بپریت له 5 دا و ته ریب به و راسته هیلله پیدراوه که.

$$y = -6x + 2 \quad 8 \quad 4y = x \quad 7 \quad y = -3x \quad 6 \quad y = 2x + 3 \quad 5$$

بنووسه، به شیوهی لاری - یه کتر برین، هاوکیشهی ئه و راسته هیللهی ستوونی بپریت له 5 دا و ستوون بی له گه ل ئه و راسته هیلله پیدراوه که.

$$-6y = x \quad 12 \quad 5y = x \quad 11 \quad y = -3x \quad 10 \quad y = 3x - 3 \quad 9$$

بنووسه، به شیوهی لاری - خال، هاوکیشهی ئه و راسته هیللهی به خالی (4, 5) پروات و ستوون له گه ل ئه و راسته هیلله پیدراوه که.

$$-2x - 8y = 16 \quad 15 \quad x - 3y = 8 \quad 14 \quad 2x + 3y = 4 \quad 13$$

راهیان و جیه جیکردن

لاری هه ریه که له م راسته هیللانه دیاریکه.

$$10 = -5x + 2y \quad 18 \quad 3x + y = 7 \quad 17 \quad y = 4x + 10 \quad 16$$

$$3x - y = 7 \quad 21 \quad y = \frac{1}{3}x - 3 \quad 20 \quad 4x - 3y = 12 \quad 19$$

$$\begin{array}{lll} 13 = 20x - 5y & \boxed{24} & 3x + 2y = 51 & \boxed{23} & 2x - y = 14 & \boxed{22} \\ 4x + \frac{1}{4}y = 8 & \boxed{27} & \frac{2}{3}x + 6y = 1 & \boxed{26} & 3y = -4x + 2 & \boxed{25} \end{array}$$

لاری راسته‌هیللی ستوون له‌گه‌ل نهم راسته‌هیللانه دیاری بکه.

$$\begin{array}{lll} 13 = -x + y & \boxed{30} & -\frac{1}{2}x - y = 20 & \boxed{29} & y = -\frac{1}{3}x + 10 & \boxed{28} \\ 3x + y = 2 & \boxed{33} & y = 5x + 10 & \boxed{32} & 3x + 12y = 12 & \boxed{31} \\ 2y = 5x + 11 & \boxed{36} & 4x + 4y = 12 & \boxed{35} & 20 = -5x + 2y & \boxed{34} \\ 4y = 20x - 3 & \boxed{39} & 12x + 3y = 10 & \boxed{38} & -4x + 8y = 17 & \boxed{37} \end{array}$$

بنووسه، به‌شیوه‌ی گشتی هاوکیشه‌ی نهو راسته‌هیللی به‌خالی (2,3) دپروات و ته‌ریب بهو راسته‌هیللی دراوه.

$$\begin{array}{lll} y = 2x - 3 & \boxed{42} & 3x = 7y + 2 & \boxed{41} & x + y = 1 & \boxed{40} \\ 11 = 3y + 2x & \boxed{45} & 7x - 2y = 10 & \boxed{44} & 3y = 2x & \boxed{43} \end{array}$$

بنووسه، به‌شیوه‌ی لاری - یه‌کتربین، هاوکیشه‌یه‌ک بۆ نهو راسته‌هیللی بهم پیدراوانه دیاریکراوه.

ستوون له‌گه‌ل راسته‌هیللی	پروات به
$5x + 2y = 10$	$(3, -5)$
$y = 3x - 4$	$(2, 7)$
$y = 7$	$(2, -4)$
$3x + y = 5$	$(-2, 4)$
$y = 2x - 5$	$(-1, 4)$

$\boxed{51}$
 $\boxed{52}$
 $\boxed{53}$
 $\boxed{54}$
 $\boxed{55}$

ته‌ریب به راسته‌هیللی	پروات به
$5x - 2y = 10$	$(3, -5)$
$y = 3x - 4$	$(-2, 7)$
$y = 7$	$(2, 4)$
$y = 3x - 4$	$(2, -4)$
$y = 2x + 5$	$(-1, 4)$

$\boxed{46}$
 $\boxed{47}$
 $\boxed{48}$
 $\boxed{49}$
 $\boxed{50}$

وینه‌ی راسته‌هیللی $y = 5x$ بکیشه.

$\boxed{56}$ راسته‌هیللی ته‌ریب به راسته‌هیللی $y = 5x$ بکیشه و هاوکیشه‌یه‌ی بنووسه.
 $\boxed{57}$ راسته‌هیللی ستوون له‌گه‌ل راسته‌هیللی $y = 5x$ بکیشه هاوکیشه‌یه‌ی بنووسه.

چی ده‌توانیت بلیت دهریاری لاری هه‌ر یه‌که له‌م راسته‌هیللانه‌ی خواره‌وه؟

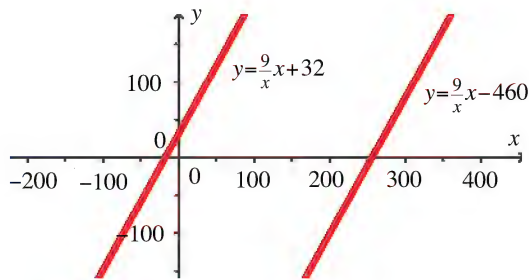
$\boxed{58}$ ته‌ریب بیت به راسته‌هیللیکی ئاسویی
 $\boxed{59}$ ستوون بیت له‌گه‌ل راسته‌هیللیکی ئاسویی
 $\boxed{60}$ ته‌ریب بیت به راسته‌هیللیکی شاولی
 $\boxed{61}$ ستوون بیت له‌گه‌ل راسته‌هیللیکی شاولی

ئه‌ندازه هاوکیشه‌کانی چوار راسته‌هیللی بنووسه که یه‌کتریان بریبت بۆ نه‌وه‌ی لاکانی چوارگۆشه‌یه‌ک دروستبکهن.

$\boxed{62}$ ته‌ریب بن به دوو ته‌وه‌ری پۆتان
 $\boxed{63}$ ته‌ریب نه‌بن به دوو ته‌وه‌ری پۆتان

به‌ستنه‌وه

ئەندازە يەككە لە لايەكانى چوارگۆشەيەك دەكەوتتە سەر راستەھيلى $y = \frac{3}{4}x + 5$ ھاوكىشەي راستەھيلىكان كە دەشيت بىكەونە سەر لاكانى ترى چوارگۆشەكە بنووسە.



ھاوكىشەي $y = \frac{9}{5}x + 32$ گۆرپىن
لە پىوانەي سەدى بۆ پىوانەي
فەرنهائىت دەكات و ھاوكىشەي
 $y = \frac{9}{5}x - 460$ بۆ گۆرپىن
لە پىوانەي كالقن بۆ پىوانە
فەرنهائىتى دەكات.

فىزىيا ياسايەك بنووسە بۆ گۆرپىن
پلەكانى گەرمى لە پىوانەي
فەرنهائىت بۆ پىوانەي سەدى،
ياسايەكى تر بۆ گۆرپىن پىوانەي
فەرنهائىت بۆ پىوانەي كالقن، ئەو
دو ياسايە لەشيوەي ھاوكىشە
بنووسە، بە بەكارھيىنانى x بۆ
پلەكانى گەرمى بە پىوانەي
فەرنهائىت و y بۆ پلەكانى گەرمى لە
پىوانەي كالقن يان پىوانەي سەدى.
دو راستەھيلىكە بكيىشە.

پەيوەندى نىوان دوو راستەھيلى راھيىنانى 65 چيىە؟ لارى ھەريەكەيان بنووسە.

پەيوەندى نىوان ئەو دوو راستەھيلى راھيىنانى 66 و ئەو دوو راستەھيلىكە گۆرپىن
پىوانەي كالقن و سەدى بۆ پىوانەي فەرنهائىت دەنوینن چيىە؟

روانىن بۆ دواوہ

كەوانەكان لە شوینى پىويست دابنى بۆ ئەوەي يەكسان بوونەكە راست بىت.

$$2 \times 7 + 35 \div 7 - 10 = 2$$

ئەمانە بەسادەترین شيوہ بنووسە.

$$3x + 2 + 4y - 2 + 3y \quad 70$$

$$2x^2 + 3y + 4y + 3x^2 \quad 69$$

$$3x + 4y + 2x + 5 - 6y \quad 72$$

$$2x + 3xy + 5x^2 - 7xy \quad 71$$

$$3xy + 2x + 4y - xy \quad 74$$

$$4x^2 + 5x + 8 + 11x^2 + 3x \quad 73$$

$$4y^2 - 12y + 6xy + 3y \quad 76$$

$$9x^2 + 5xy + 2x - 4x^2 \quad 75$$

روانىن بۆ پيشەوہ

چەند جووتە رېكخراو شيكارىك بۆ سىستىمى دوو ھاوكىشەي ھيلى بە دوو گۆراو پىكىدينىت ئەگەر
ئەو دوو راستەھيلى ئەو ھاوكىشەيە دەنوینن.

ستوون بن؟ **78**

تەريب بن؟ **77**

شىكارىردى سىستىمى ھاۋكىشە ھىلىيەكان بە پروونىردىنەۋەيى

Solving Linear Systems Graphically

۵۰۰

بۇچى

سىستىمى ھاۋكىشەكانى ھىلىيە
شىكارىردى پروونىردىنەۋەيى پۇتۇنە
زۇرەيى جار بەكارىدەت بەتايىبەتە لىكارىگىرى و
نابوورى، لەھەندى بارد، دۇزىنەۋەي شىكارى
تەۋاۋ زۇرگىرگى نىيە بەلام پىۋىستە شىكارىكى
نەزىكى بدۇزىتەۋە و لەھەندى بارد داۋىراۋ
ئەۋەيە نەگەر شىكارى ھەيىت تەنھا يەك
شىكار يان زۇرتەر لە شىكارىك، لەم بارانەدا
شىكارى پروونىردىنەۋەي بۇ سىستىمى
ھاۋكىشەكانى ھىلىيە يارمەتىمان دەدات بۇ
ۋەلامدانەۋەي پىرسىارەكرادەكە.

نامانجەكان

- سىستىمى دوو ھاۋكىشەي
- ھىلىيە شىكارىدەكات بە
- پروونىردىنەۋەي.
- سىستىمى دوو ھاۋكىشەي
- ھىلىيە پۇلپىندەكات.



شىكارىردى سىستىمى ھاۋكىشە ھىلىيەكان بە پروونىردىنەۋەيى Solving Linear Systems Graphically

لەبەشى پىشۋو چۆنىەتە شىكارىردى سىستىمى ھاۋكىشە ھىلىيەكان فېربوۋىت بە بەكارىھىنانى
لەجىياتىدانان يان لابرەن، لە ھەريەكە لەم دوو رېگايە پىۋىستە بەھاي يەككە لە دوو نەزانراۋەكە
دىارىيەكەين پاشان بەھاي ئەۋىترىان دىارىيەكەين. لە بارىكى تر، شىكارى پىرسىارىكى ژيانى پۇتۇنە
لەۋانەيە تەنھا پىۋىستە بە دۇزىنەۋەي بەھاي نەزىكەي شىكارەكەيە، و لەۋانەيە پىۋىست بە ۋەلامدانەۋەي
پىرسىارىكى سادە بىت ۋەك ئايا شىكارى سىستىمى ھاۋكىشەكان ھەيە؟ و ژمارەيان چەندە ئەگەر ھەين؟ لەم
ۋانەيە رېگاي شىكارىردى ئەو سىستەمانە فېردەبىت و ۋەلامى خىرا بۇ ئەم پىرسىارانە مەسۇگەرەكەيت.

چالاقى ۱

Solving Linear Systems Graphically شىكارىردى سىستىمى ھاۋكىشە ھىلىيەكان بە پروونىردىنەۋەيى

پىۋىستەمان بە بژمىرى پروونىردىنەۋەيى يان كاغەزى پروونىردىنەۋەي ھەيە.

$$\begin{cases} y = 3x + 1 \\ y = -x + 5 \end{cases} \text{ دىكەين.}$$

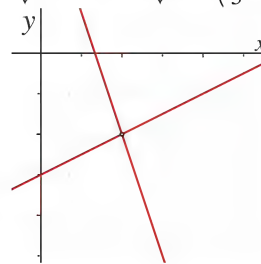
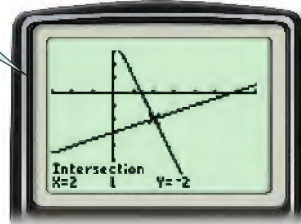
1. چى دەلىلىت دەربارەي خالى (c, d) بەپىي دوو راستەھىلىيە $y = 3x + 1$ و $y = -x + 5$ كاتىك
جووتەرپىكخراۋى (c, d) شىكارىكى ئەو سىستەمە دەپىت؟
2. ھەردو راستەھىلىيەكە لەھەمان پرووتەختى پۇتان بكىشە.
3. بەھاي نەزىكەيى بۇ پۇتانى خالى يەكتىرپىنى دوو راستەھىلىيەكە بدۇزەۋە.
4. شىكارىكى نەزىكەيى سىستەمەكە بدۇزەۋە.

✓ خال چاۋدىرى

1 به پوونکردنه وهی سستمی $\begin{cases} 3x + y = 4 \\ x - 2y = 6 \end{cases}$ شیکاریکه شیکار

بو کیشانی راسته هیلی $3x + y = 4$ ، خالی یه کتربرین له گهل ته وهری y دیاربه له پگیای دانانی سفر له جیاتی گۆراوی x و دۆزینه وهی به های گۆراوی y که به هایه به رامبه ره که یه تی $y = 4$ ده سته که ویت، که واته راسته هیله که به خالی $(0, 4)$ دا ده پوات، دیسان خالی یه کتربرینی راسته هیله که له گهل ته وهری x دیاربه به دانانی به های سفر له جیاتی گۆراوی y و دۆزینه وهی به های x به رامبه ری $x = \frac{4}{3}$ ، ده سته که ویت که واته راسته هیله که به خالی $(\frac{4}{3}, 0)$ دا ده پوات، نیستا راسته هیله که بکیشه.

شاشه که وهک ئه مهی خواره وه پیناسه کراوه 7؛ -3 ئاسویی و 3؛ -7 ستوونی بو ئه وهی وینهی به رامبه ده ست بکه وی.



پگیای پیشو به کاربینه بو کیشانی راسته هیلی

$x - 2y = 6$ دوو راسته هیله که یه کترده برین له خالی $(2, -2)$. شیکاره که $(2, -2)$.

پاسدانی شیکاره که به به له جیاتیدانانی ژماره 2 له بری x و ژماره -2 له بری y .

$x - 2y = 6$	$3x + y = 4$
$2 - 2(-2) = 6$	$3 \times 2 + (-2) = 4$
$2 + 4 = 6$	$6 - 2 = 4$
راسته	راسته

چالاکی 2

Classifying Linear Systems

پولینکردنی سستمه کانی هاوکیشه هیلیه کان

پیوستت به بژمیره ی پوونکردنه وهی یان کاغزی پوونکردنه وهیه.

$$\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = -x + 5 \end{cases}$$

1. به پوونکردنه وهی سستمی یه کهم بنوینه له خشتهی به رامبه.

A. ئایا دوو راسته هیله که یه کترده برین؟

$$\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = 2x + 1 \end{cases}$$

B. ئایا سستمه که تهنه یه شیکاری هیه؟ ئه و شیکاره چییه ئه گهر هیه؟

و ئه گهر سستمه که شیکاری نییه، سستمه که بگۆره بو ئه وهی تهنه یه که

شیکارت ده سته که وی و هه ژمیریبه که.

$$\begin{cases} y = \frac{8-3x}{4} \\ y = -\frac{3}{4}x + 2 \end{cases}$$

2. ئه وهی پی هه لساوی پوونیکه وه به به کاره یانی سستمی دووهم

له پاشان سییه م.

3. په یوهندی نیوان ئه و دوو راسته هیله که پوونیکه وه.

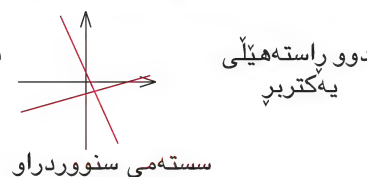
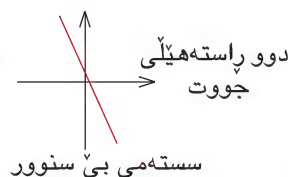
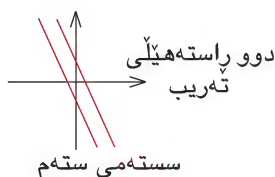
• کاتیك سستمه که شیکاری نه بیئت.

• کاتیك سستمه که ژماره یه کی ناکوتا شیکاری هه بیئت

• کاتیك سستمه که تهنه یه که شیکاری هه بیئت.

بیرکردنه وهی ره خنه گرانه

کاتیك هه ول ده دیت به پوونکردنه وهی سستمی دوو هاوکیشه ی هیلی شیکاریکه ییت، یه کیك له و سی بارانه ی خواره وه ده بیئت.



Classifying Linear Systems

پۆلېنى سىستېمەكانى ھاوكېشەى ھېلى

سىستېمەكانى ھاوكېشەى ھېلى پۆلېن دېكرېن بۇ سى جۆرى بىنەرەت:

- سىستېمە سىتەم **Inconsistent**: سىستېمىكە شىكارى نېيە.
- سىستېمە سىنوردراو **Independent**: سىستېمىكە تەنھا يەك شىكارى ھەيە.
- سىستېمە سى سىنورد **Dependent**: سىستېمىكە ژمارەيەكى بى سىنورد شىكارى ھەيە.

نمونە

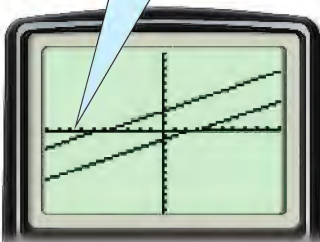
2

ھەريەكە لەم سىستېمانە پۆلېن بىكە و شىكارەكەى ديارىكە ئەگەر ھەيىت.

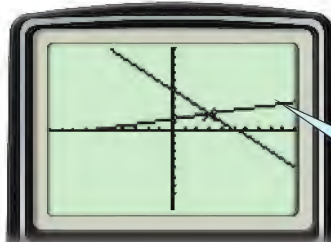
$$\begin{cases} x - 2y = 3 \\ x + 5 = 2y \end{cases} \quad \text{ب}$$

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x - 5y = -7 \end{cases} \quad \text{ا}$$

شىكار



لەبەر ئەوئى دوو راستەھېلەكە تەريپن ئەوا سىستېمەكە ئەستەمە.



لەبەر ئەوئى دوو راستەھېلەكە يەكتر دەپن ئەوا سىستېمىكى ديارىكراو شىكارەكەش (3, 2).

دوو راستەھېلەكان يەكتر دەپن چونكە لاريان جياوازن.

ھەولبدە

سىستېمى $\begin{cases} y = 3x + 4 \\ y = -2x + 4 \end{cases}$ پۆلېن بىكە و شىكارەكەى ديارىكە ئەگەر ھەيىت.

سىستېمى $\begin{cases} y = mx \\ y = nx \end{cases}$ پۆلېن بىكە كاتىك m, n جياواز بن لە سفر. لە ھەموو بارەكانى لەتوانادايە بكوئەرەو.

سەرنجىكى رەخنەگرانە

نمونە

3

جىيەجىكرەنەكان

زانستە

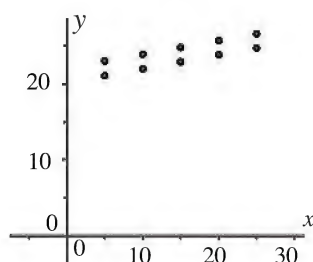
كوئمەلايەتيەكان



ئامارەكان دەربارەى تەمەنى ھاوسەرگىرى بۇ نۆرینە و مېينە لە يەككە لە ولاتان دەرکەوتوو ھەك پېدراوەكان لە وېنەى بەرامبەردا ديارىكراو. خستەيەك پېكېھنە ئەو پېدراوانە پوختاكتەو. ئايا كاتىك دېت تەمەنى ھاوسەرگىرى لای نۆرینەكان و مېينەكان يەكسان بن ئەگەر كارەكە ھەر بەم شۆوہيە پروات؟

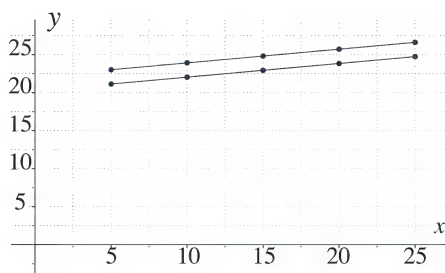
شىكار

بۇ وەلامدانەوئى ئەم پرسىارە، پېدراوە تايەتيەكانى ھەردو پەگەز لە ھەمان تەوہرى پۆتان بنوئینە.



پاش سالى	تەمەنى	تەمەنى
1970	ھاوسەرگىرى پياوان	ھاوسەرگىرى ژنان
5	23.02	21.14
10	23.92	22.04
15	24.82	22.94
20	25.72	23.84
25	26.62	24.74

بروانه خاله‌کانی په‌یوه‌ست به ه‌ردوو پرگه‌زه‌که ده‌کونه س‌ر ه‌مان پاسته‌هیل. لاری پاسته‌هیل په‌یوه‌ست به نیرینه‌کان ده‌کاته $m_1 = \frac{24.82-23.02}{15-5} = -0.18$ و ه‌روه‌ها لاری پاسته‌هیل په‌یوه‌ست به میینه‌کان ده‌کاته $m_2 = \frac{22.94-21.14}{15-5} = 0.18$. بۆ‌ئوه‌ی هاوکیشه‌ی پاسته‌هیل په‌یوه‌ست به نیرینه‌کان بنووسیت $y = 0.18x + b$ به‌به‌کاره‌ینانی خالی $(10, 23.92)$ به‌های b دیارکه واته، $23.92 = 0.18x + b$ ده‌سته‌که‌ویت و ه‌روه‌ها $b = 23.92 - 1.8 = 22.12$. و هاوکیشه‌ی په‌یوه‌ست به نیرینه‌کان ده‌بیت $y = 0.18x + 22.12$. ده‌توانیت هاوکیشه‌ی پاسته‌هیل په‌یوه‌ست به میینه‌کان به ه‌مان پرگا بدوزیتوهه $y = 0.18x + 20.24$. ته‌مه‌نی هاوسه‌رگیری لای نیرینه‌کان له‌گه‌ل ته‌مه‌نی هاوسه‌رگیری لای میینه‌کان یه‌کسان ده‌بیت ته‌گه‌ر سسته‌می هاوکیشه‌کانی دیت شیکاری ه‌بیت.



بۆ‌ئوه‌ی وه‌لام بدوزیتوهه سسته‌مه‌که به پروونکردنه‌وه‌ی شیکارکه. نواندنی ته‌م دوو هاوکیشه‌یه به پروونکردنه‌وه‌ی دوو پاسته‌هیل ته‌ریب و ته‌گه‌ر کار به ه‌مان شپوه‌ پروات ته‌وا یه‌کسان بوونی سسته‌مه‌که که ده‌کاته یه‌کسانبوونی ته‌مه‌نی هاوسه‌رگیری لای دوو پرگه‌زه‌که بی هیوايه.

ه‌ه‌ولبه سسته‌می $\begin{cases} 3x + y = 8 \\ 18x - 2y = 4 \end{cases}$ شیکارکه به‌پرگه‌ی له‌جیاتیدانان پاشان شیکارکه پاسادانبکه.

راهیان

به‌رده‌وامبوون له‌بیر کاریدا

1 پروونکه‌روهه چۆن به پروونکردنه‌وه‌ی سسته‌می $\begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ x + 4y = -9 \end{cases}$ شیکارده‌که‌یت؟

2 چۆن به پروونکردنه‌وه‌ی سسته‌می $\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 4 \end{cases}$ ده‌نویت؟ پروونکه‌روهه چۆن شیکارکه ده‌خه‌ملینی به‌سه‌یرکردنی وینه‌ی پروونکردنه‌وه‌ی. بۆچی پئویسته‌راستی خه‌ملاندنه‌که‌ت ساغبه‌یتوه.

3 پروونکه‌روهه چۆن پيسای نه‌خشه‌ی هیل ده‌دوژیتوهه به زانینی وینه‌ی پروونکردنه‌وه‌یه‌که‌ی.

راهیانی ئاراسته‌کراو

ه‌ه‌ریه‌که له‌و سیستمانه‌ به پروونکردنه‌وه‌ی شیکارکه.

$$\begin{cases} 2x + 3y = -12 \\ 4x - 4y = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} y + 2x = 0 \\ 2y = -x - 9 \end{cases} \quad \begin{cases} -2x + y = 1 \\ y = -x + 4 \end{cases}$$

ه‌ر سسته‌میک به پروونکردنه‌وه‌ی بنوینه و شیکارکه بخه‌ملینه، خه‌ملاندنه‌که نزیکه‌روهه بۆ نزیکترین ده.

$$\begin{cases} 2y - x = 6 \\ 3x + y = -5 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1}{2}x - y = 2 \\ y = -\frac{2}{3}x \end{cases}$$

9 لانه 4000 دیناری پییه له پارچه‌کانی 250 دینار و 500 دیناری ژماره‌ی ههریه‌ک له پارچه‌کان له‌هەر چه‌شنیک چه‌نده، ئەگەر ژماره‌ی ههموو پارچه‌کان 13 پارچه‌بێت.

راهنان و جیه‌جێکردن

هەر سسته‌میک پۆلین بکه.

$$\begin{cases} 3x + 4y = 12 \\ 4y - 12 = -3x \end{cases} \quad 11$$

$$\begin{cases} x - y = -4 \\ 3x + y = 8 \end{cases} \quad 10$$

به‌روونکردنه‌وه‌یی ههریه‌ک لهو سسته‌مانه‌ بنوێته و پۆلینان بکه. شیکاره‌که به‌روونکردنه‌وه‌یی

دیاریکه‌ کاتیك سیستمه‌که سنورداریت.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ -3x + 4y = -10 \end{cases} \quad 13$$

$$\begin{cases} 6x + 4y = 12 \\ 2y = 6 - 3x \end{cases} \quad 12$$

$$\begin{cases} x + 3y = 13 \\ 2x - 3y = -9 \end{cases} \quad 15$$

$$\begin{cases} y = 2x - 1 \\ 6x - y = 13 \end{cases} \quad 14$$

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 4x + 2y = 6 \end{cases} \quad 17$$

$$\begin{cases} y = -2x - 7 \\ 4x + 2y = 6 \end{cases} \quad 16$$

$$\begin{cases} 3x - 6y = 9 \\ \frac{1}{2}x = y + \frac{3}{2} \end{cases} \quad 19$$

$$\begin{cases} -\frac{1}{2}x + y = 4 \\ x + 2y = 8 \end{cases} \quad 18$$

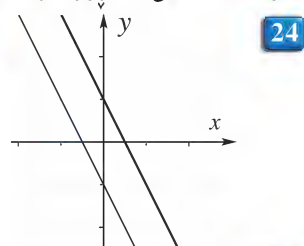
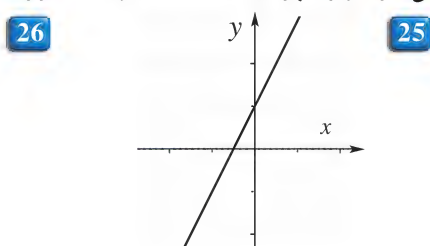
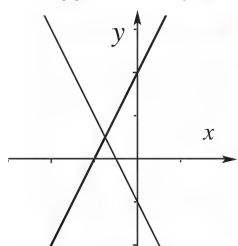
$$\begin{cases} -x + 2y = 3 \\ 2x - 4y = -6 \end{cases} \quad 21$$

$$\begin{cases} 4x + 5y = -7 \\ 3x - 6y = 24 \end{cases} \quad 20$$

$$\begin{cases} 6x - 3y = 9 \\ 3x + 7y = 47 \end{cases} \quad 23$$

$$\begin{cases} 3x - y = 2 \\ -3x + y = 1 \end{cases} \quad 22$$

ئه‌و سسته‌مهی به‌روونکردنه‌وه‌یی نوێتره‌وه‌ پۆلین بکه. شیکاره‌که بنووسه ئەگەر تاکانه‌ بوو.



27 ئایا ئەم جووته‌ پێکخراوانه‌ شیکاری سسته‌مه‌که‌ پیکدیڤی؟

$$\begin{cases} 4x - 3y = 26 \\ 2x + y = 8 \end{cases} \quad \text{ب} \quad (5, -2)$$

$$\begin{cases} 5x + 2y = 11 \\ x - y = 11 \end{cases} \quad \text{ا} \quad (1, 3)$$

$$\begin{cases} 4x - 2y = 16 \\ -8x + 4y = -32 \end{cases} \quad \text{د} \quad (5, 2)$$

$$\begin{cases} 2x - y = 8 \\ x + 3y = 5 \end{cases} \quad \text{ج} \quad (2, 1)$$

ه. یه‌ک له‌و چوار سسته‌مهی پێشوو سنوردراو نیه، بیدۆزهره‌وه، پاشان سی جووته

پێکخراوی تر بنووسه ههریه‌که‌یان شیکاریک بێت بۆی

هەر سىستەمىك بە پروونكردنەوهىيى بنوئنه و پۆلىنىى بكة. شىكارى سىستەمەكە بدۆزهوه بۆ نىكتىرىن بەش لەسەد ئەگەر پۆلىستىوو.

$$\begin{cases} y = 4.3x - 0.44 \\ y = -2x + 4.6 \end{cases}$$

29

$$\begin{cases} y = 5x + 2.72 \\ y = 3.6x + 3.126 \end{cases}$$

28

$$\begin{cases} \frac{1}{7} = \frac{1}{14}x + \frac{11}{2}y \\ y = 4x + 14 \end{cases}$$

31

$$\begin{cases} -\frac{2}{5}x + y = -\frac{1}{10} \\ 3y - 2x = -\frac{5}{6} \end{cases}$$

30

$$\begin{cases} 0.001y + \frac{4}{5}x = 0.2014 \\ 0.8x - 0.02y = 0.172 \end{cases}$$

33

$$\begin{cases} 0.7y = 0.8x + 0.78 \\ -\frac{1}{5}x + \frac{1}{2}y = 2.1 \end{cases}$$

32

ئەندازە باخىكى لاكىشەيى چىۆدەكى 130m. سى ئەوهندەى درىژىەكەى دەكاته دە ئەوهندەى پانىيەكەى.

درىژى و پانى باخەكە هەژمىركە. 35 پووبەرەكەى هەژمىركە.

34

تاقىگەكان كارمەندىكى تاقىگە دووگىراوهى تىكەلكرد سوئرى يەكەمىيان 10% وسوئرى دووهمىيان 4% برەى هەريەك لەگىراوهكان چەندە بۆئەوهى گىراوه دەستكەوتووهكە 500mg بىت وسوئرىەكەى 6% بىت.

36

فرۆكەوانى فرۆكەيەك لەبەرزی 7000m نزمبۆوه بەتیکراى 450m لەخولەكێكدا. فرۆكەيەكى تر لەبەرزی 375m بەرزەبىتەوه بەتیکراى 575m لە خولەكێكدا. سىستەمىك لەدوو هاوكێشەى هێلى بنوسە پىگابادات بە هەژمىركردنى ژمارەى خولەكەكان پىش ئەوهى هەردوو فرۆكەكە لەهەمان بەرزى دابن سىستەمەكە بە پروونكردنەوهىيى شىكاربە.

37

روانىك بۆ دواوه



ئەو برانە سادەبەكە.

$$x - y + x$$

40

$$3y + (-2x) - 3y$$

39

$$-4x + 2x$$

38

$$9^{\frac{3}{2}}$$

44

$$25^{\frac{1}{2}}$$

43

$$36^{\frac{1}{2}}$$

42

$$5b^0$$

41

$$\left(\frac{2q^3b^{-2}}{-q^2b^{-3}} \right)^{-1}$$

47

$$\left(\frac{y^{-1}n^2}{n^{-3}} \right)^{-3}$$

46

$$\left(\frac{2x^3}{x^{-2}} \right)^2$$

45

$$3(5 - 2x) - (8 - 6x) = -9 + 2(3x + 4) - 10$$

48

روانىك بۆ پىشەوه



ئەو سىستەمەى دىت كە يەككىيان هاوكێشەى هێليە و ئەوى تریان هێلى نىە شىكاربەكە بە

49

$$\begin{cases} y = x^2 + 3 \\ y = 4x \end{cases}$$

نهخشه‌ی به‌های پروت Absolute Value Function



نامانجه‌کان

- به‌های پروتی ژماره‌ی راستی دهناسیت و هه‌ژمارده‌کات.
- نهخشه‌ی به‌های پروت دهناسیت و دانه‌کانی دیاریده‌کات.
- نهخشه‌ی به‌های پروت به پروونکردنه‌وه‌یی دهنوینیت.

بوچی

نه‌و بیوهرانه‌ی بیی هه‌لده‌ستین که ریژه‌یه‌کی گونجایی هه‌له‌ی تیدایه به به‌کاره‌یتانی نرخ‌ی پروت ده‌ری ده‌پین نه‌مه‌ش له‌زور بواردا پروده‌دات وهک پیشه‌سازی.

چالاک‌ی ۱

Exploring Absolute

کارکردن به نهخشه‌ی پروت

خویندکار	کاتی مه‌زنده‌کراو به خوله‌ک	هه‌له	هه‌له‌ی پروت
لافین	49		
دالیا	59		
دوین	51		
کلارا	65		
نهردین	68		
دهوهن	77		
نارین	66		
یارا	54		
نالان	67		
نوزاد	46		
په‌یوه‌ند	62		
تارا	61		
سارا	53		
شارا	64		

قوتابیان‌ی پۆلی ده هه‌لسان به چالاکیه‌ک، که ئامانجه‌که‌ی پۆوانی نه‌و هه‌له‌یه، که مروّف تییده‌که‌ویت، کاتیک مه‌زنده‌ی تیپه‌ریوونی کاتی یه‌ک خوله‌ک ده‌کات. خویندکاران به‌ش بوونه چهند کۆمه‌لیکی دوو دوو، یه‌ک‌کیان هه‌ردوو چاوی هاو‌پیکه‌ی به‌ست و داوای لی‌کرد ده‌ستی به‌رزکاته‌وه پاشان نرمی بکاته‌وه، پاش نه‌وه‌ی که وایزانی که یه‌ک خوله‌ک تیپه‌ریووه، خویندکاری یه‌که‌م ئامیری پۆوانه‌ی کاتی به‌کاره‌ینا بو پۆوانی کاتی نیوان به‌رزکردن و دابه‌زینی ده‌ستی خویندکاری دووهم، و نه‌وه‌ی ده‌ستی که‌وت تۆماری کرد، پاش نه‌وه دوو خویندکاره‌که پۆلیان گۆپیه‌وه. خشته‌ی به‌رامبه‌ر نه‌نجامه‌کانی نه‌و چالاکیه‌ی پیشان ده‌دات.

1. نه‌و هه‌له‌یه‌ی هه‌ر خویندکاریک تییده‌که‌ویت هه‌ژماریکه به‌لیده‌رکردنی 60 له‌ژماره‌ی چرکه‌کان مه‌زنده‌کراوه که له‌یه‌ک خوله‌ک و نه‌وه‌ش له‌ستوونی سییهم تۆماریکه. نه‌گه‌ر نه‌و جیاوازییه‌ی سالب بوو، نه‌وه ده‌گه‌ینیت که خه‌ملاندنی خویندکاره‌که که‌متربووه له خوله‌کیکی ته‌واو، به‌لام نه‌گه‌ر جیاوازییه‌که موجه‌ب بوو نه‌وه ده‌گه‌یه‌ینیت مه‌زنده‌ی خویندکاره‌که پتربووه له خوله‌کیکی راستی.

جیه‌جیکردنه‌کان

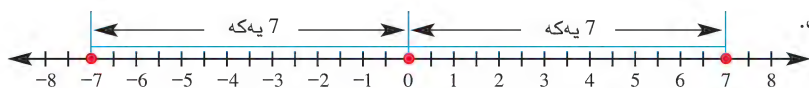
ئامار

زاناکان به زوړی گړنگی به ماوې دووړی خهملاندن له بهه‌ای راسته‌قینه ددهن، بی وهستان له‌سره‌ئو‌وې خهملاندنه‌که زیاتره یان که‌متره له‌به‌ها راسته‌قینه‌که‌ی ئه‌و دووړیه‌ پئی دهوتریت هه‌له‌ی پروت **Absolute Error**. نمونه له‌سره‌ئو‌وې پښان وای خهملاند که خوله‌کک ټیپه‌پو‌وې پاش 67 چرکه هه‌له‌که‌ی $67 - 60 = 7$ ، و سارا وای خهملاند که ټیپه‌پو‌وې پاش 53 چرکه هه‌له‌که‌ی $53 - 60 = -7$ ، هه‌ریه‌که‌یان 7 چرکه له‌به‌های راستی دووړکه‌وته‌وه ئه‌مه‌ش ئه‌وه درده‌پرئ که هه‌ریه‌که‌یان هه‌له‌یه‌کی راستی کردوه بره‌که‌ی دهکاته 7 چرکه، ژماره 7 به‌های پروت **Absolute Value** بو هه‌ریه‌که له دوو ژماره‌ی 7 و -7 واته پروتی هه‌ریه‌که‌یانه بو دربرپنی ئه‌مه دهنوسین $7 = |-7| = |7|$.

2. له‌ستوونی چوارم دووړی خهملنراوی له‌به‌های راستی خوله‌کک ټو‌ماریکه واته به‌ها پروته‌که‌ی.

3. به‌راورد له‌نیوان هر ژماره‌یه‌که له‌ستوونی سییم و به‌ها‌که‌ی له‌ستوونی چوارم بکه، په‌یوه‌ندی نیوان نیشانه‌ی ژماره‌که و نیشانه‌ی به‌ها پروته‌که‌ی چییه؟

ده‌توانی به‌های پروتی ژماره‌ی راستی بنویښت به به‌کاره‌یانی هیلی ژماره‌کان. به‌های پروتی ژماره‌ی راستی دهکاته دووړی نیوان ئه‌و خاله‌ی ده‌نیوینی له‌سره‌ هیلی ژماره‌کان و خالی بنه‌پرت.



دووړی نیوان خالی ژماره 7 و خالی بنه‌پرت دووړی نیوان خالی ژماره -7 و خالی بنه‌پرت دهکاته 7 یکه به‌های پروتی ژماره که‌دهکاته 7 واته دهکاته 7 یکه به‌های پروتی ژماره -7 واته $|-7| = 7$ $|7| = 7$

نواندنې ئه‌ندازه‌ی پیشو دهمان گه‌ینټه ئه‌م لیکدانه‌وه جهریه‌ی دیت: به‌های پروتی ژماره‌یه‌کی راستی ههمان ژماره‌یه، ئه‌گه‌ر ژماره‌که سالب نه‌بیټ، و پیچه‌وانه‌که‌ی ئه‌گه‌ر سالیب بو.

Absolute Value of Real Number

به‌های پروتی ژماره‌ی راستی

$$\begin{cases} |x| = x & \text{پیناسه‌ی جهری} \\ |x| = -x & \text{پیناسه‌ی نه‌جهری} \end{cases} \quad \begin{matrix} x \geq 0 \\ x < 0 \end{matrix}$$

پیناسه‌ی ئه‌ندازه‌ی $|x|$ ئه‌و دووړیه له‌سره‌ ته‌وهره‌ی ژماره‌کان له‌نیوان خالی x و خالی بنه‌پرت.

نونه

هه‌ژمیریکه.

ج $|3 - 3|$

ب $|2 - 8|$

ا $|8 - 2|$

شیکار

ج $|3 - 3| = |0| = 0$

ب $|2 - 8| = |-6| = 6$

ا $|8 - 2| = |6| = 6$

هه‌ژمیریکه

هه‌ولبد

ب $|12 - 2|$

ا $|5 - 14|$

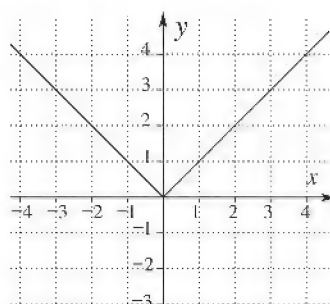
Absolute Value Function

نه‌خشه‌ی به‌های پروت

نه‌خشه‌ی به‌های پروت ئه‌و نه‌خشه پیناسه‌کراو‌یه به‌پسای $f(x) = |x|$.

ا بوارى نهخشى بهاى پروت و مهوداكهى چيه؟
ب هيلى پروونكردهوى نهخشى بهاى پروت بكيشه.

شيكار



ا له بهرئوهى تو ده توانيت هه ژميرى بهاى پروتى هه ژماره يهكى راستى بكهيت، ئهوا بوارى نهخشى بهاى پروت برىتييه له كۆمهلهى هه موو ژماره راستيه كان. و له بهرئوهى بهاى پروتى هه ژماره يهكى راستى ده كاته ژماره كه خۆى ئه گهر سالب نه بىت و پچه وانه كهى ئه گهر ساليب بىت، ئهوا بهاى پروتى هه ژماره يهكى راستى هه موو كات ژماره يهكى سالب نيه كه واته مهوداى نهخشى بهاى پروت كۆمهلهى ژماره راستيه كانى سالب نين.

ب خشتهى بهاى نهخشى بهاى پروت پكبهينه.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	3	2	1	0	1	2	3

به پروونكردهوى خاله ديارى كراوه كانى ئه م خشتهى بنوينه و بيانگه يه نه به هيلكى گونجاو.

هه ولبد ه بوارى هه ريه كه له نهخشانه و مهوداكه يان ديارى كه پاشان ويته پروونكردهوه كه نيان بكيشه.

ا $y = 2|x|$ ب $y = |x-2|$

چالاكى 2

Exploring Absolute Value Functions كاركردن له سهه نهخشى بهاى پروت

پيوستت به كاغەزى پروونكردهوى يان بژميرى پروونكردهوى ههيه.

- له هه مان پروتهختى پروونكردهوى، هيلى پروونكردهوى بو هه ريه كه له دوو نهخشى $y = |x|$ و $y = |x-3|$ بكيشه.
- چون كه مكردهوى 3 له گوروى x كارده كاته سه رهيلى پروونكردهوى نهخشى بهاى پروت.
- له هه مان پروتهختى پروونكردهوى، هيلى پروونكردهوى بو هه ريه كه له دوو نهخشى $y = |x|$ و $y = |x-3|$ بكيشه.
- چون كه مكردهوى 3 له گوروى y كارده كاته سه رهيلى پروونكردهوى نهخشى بهاى پروت.
- له هه مان پروتهختى پروونكردهوى هه ريه كه له دوو نهخشى $y = |x|$ و $y = -|x|$ بكيشه.
- چون پچه وانه كردهوى گوروى لا شوينى سه رهيلى پروونكردهوى نهخشى بهاى پروت كارده كات.

✓ خالى چاو ديڤرى

✓ خالى چاو ديڤرى

✓ خالى چاو ديڤرى

له نمونهى پيشو دهر بارهى هه ندئ نهخشه كرادارت كرد له نهخشى بهاى پروتهوه وهر گيرابوون، واته نهخشى بهاى پروت روللى پكبهينه رى ئه نهخشانه يه ليره وه پي دهوتريت: نهخشى بنه رت (دايك) هه روه ها نهخشه پكبهينه راوه كان له نهخشى بنه رت (دايك) ده ست ده كه ون به چه ند جيگورپكه يه كى جه برى و ده سكه وتنى هيلى به يانى ئه نهخشانه به چه ند جيگورپكه يه كى ئه نده زه يى ده بن، كه له هيلى پروونكردهوى نهخشى بنه رت (دايك) په يدا ده بن. خشتهى به رامبه ر جيگورپكى ئه نده زه يى به رامبه ر به جيگورپكى جه برييه كه پيشان ده دات، و پرده دات به كيشانى هيلى پروونكردهوى نهخشى دروست بوو له هيلى پروونكردهوى نهخشى دايك $y = |x|$.

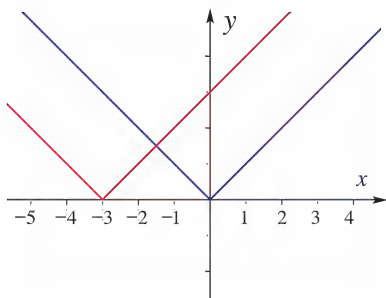
جيگورپكى جه برى	جيگورپكى نه نده زه يى
$y = x \rightarrow y = x - a $	راكيشانى ئاسويى بولاي راسته a يه كه.
$y = x \rightarrow y = x + a $	راكيشانى ئاسويى بولاي چه په a يه كه.
$y = x \rightarrow y = x - b $	راكيشانى ستوونى بوخواره وه b يه كه.
$y = x \rightarrow y = x + b $	راكيشانى ستوونى بو سه روه b يه كه.
$y = x \rightarrow y = - x $	وينه دانه وه كهى له ته وه ردى سيني
$y = x \rightarrow y = -x $	وينه دانه وه كهى له ته وه ردى صادى

$b > 0 \quad a > 0$

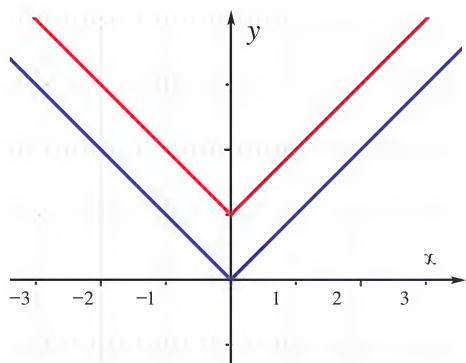
له ههمان پووتهختی پۆتاندا هیلی پوونکردنهوهی نهخشهی بنه پرت $y = |x|$ بکیشنه له پاشان جیگۆرکی گونجاو دیاربه و به کاربهینه بۆ کیشانی هیلی پوونکردنهوهی نهخشهی پهیداوو.

ب $y = |x| + 1$ ا $y = |x + 3|$

شیکار



ا زیادکردنی 3 بۆ گۆراوی x له نهخشهی بنه پرت ده بێته راکیشانی هیله پوونکردنهوهییه که ئاسۆیی 3 یه که بۆلای چهپ.



ب زیادکردنی 1 بۆ گۆراوی y له نهخشهی (بنه پرت) دایک ده بێته هۆی راکیشانی هیلی پوونکردنهوهی به ستوونی 1 یه که بۆ سه ره وه.

راهی نمان

به رده و امبون له بیر کاریدا

- 1 جیهان خهملاندی که خولهکیک تیپه ربووه پاش 51 چرکه و ئاری خهملاندی که خولهکیک تیپه ربووه پاش 68 چرکه پوونیکه وه چۆن به راوردی بری دووه له که ده که یت.
- 2 نمونه یه که له سه ر ژماره ی b بینه وه پاسادانی $-b$ بکات پوونیکه ره وه.
- 3 باسی پوونکردنه وهی نهخشهی به های پووت بکه.
- 4 ئایا به های پووتی ژماره یه که ده کریت سالب بیته؟ پوونیکه ره وه.
- 5 ئایا به های پووتی ژماره یه که ده کریت بکاته سفر؟ پوونیکه ره وه.

راهی نانی ئاراسته کراو

هه ژمیری که.

6 $|5 - 12|$ 7 $|13 - 12|$ 8 $|-3 - 3|$ 9 $|4 - 4|$

10 بواری نهخشه و مه ودا که ی دیاربه پاشان هیلی پوونکردنه وهی بکیشنه.

ا $y = |x + 1|$ ب $y = |x| + 3$

11 له ههمان پووتهختی پۆتاندا هیلی پوونکردنه وهی نهخشهی پووت $y = |x|$ بکیشنه و هیلی پوونکردنه وهی هه ریه که له وسی نهخشه یه ش بکیشنه. ئه و جیگۆرکی ئه نده ازیه یه دیاربه که په یدهدات به ده سته وتنی هیلی پوونکردنه وهی نهخشهی پیکه اتوو که له هیلی پوونکردنه وهی نهخشهی دایک (بنه پرت) ده رده چیته.

ا $y = |x + 1|$ ب $y = |x| + 1$ ج $y = -|x| + 1$

راهنان و جیه جیکردن

به های پروتی هریهك لهو ژمارانه هه ژمیریکه.

8.67	15	-7.11	14	-33	13	17	12
79.2	19	$-3\frac{5}{11}$	18	-2.5	17	$\frac{4}{3}$	16

هه ژمیریکه.

$ 1-11 $	23	$ 4-12 $	22	$ 0-3 $	21	$ 13-24 $	20
$ -14-(-14) $	27	$ 11-3 $	26	$ 1-27 $	25	$ 0-(-3) $	24
$ -11-11 $	31	$ 5-(-3) $	30	$ -5-2 $	29	$ -13+13 $	28
$ -5-10 $	35	$ 5-10 $	34	$ 0-5 $	33	$ -5+(-5) $	32

بوار و مهوادی هریهك لهو نهخشانه دیاریک.

$y= x +2$	38	$y= x-5 $	37	$y= x+4 $	36
$y=- x-5 $	41	$y=- x+4 $	40	$y= x -4$	39
$y=-4 x $	44	$y=- x -4$	43	$y=- x +2$	42
$y=4 x-1 $	47	$y=4 x -1$	46	$y=\frac{1}{2} x $	45

لههه مان پروتهختی پۆتاندا هیلی پروونکردنهووی نهخشهی به های پروت $y=|x|$ و هیلی پروونکردنهووی هه نهخشیهك بکیشه، جیگۆرکیی ئەندازی دیاریک که پیده دات به ده سکه و تنی هیلی پروونکردنهووی نهخشهی بنه پرت.

$y= x +2$	50	$y= x-5 $	49	$y= x+4 $	48
$y=- x-5 $	53	$y=- x+4 $	52	$y= x -4$	51
		$y=- x -4$	55	$y=- x +2$	54

$|a-b|$ و $|b-a|$ له پرسیاری 56 تا 59 هه ژمیریکه.

$a=5; b=-3$	57	$a=5; b=3$	56
$a=3; b=5$	59	$a=-5; b=3$	58

60 کام پوخته ده سته که ویت به پشت به ستن بهووی هه ژمیرت کردووه له پرسیاری 56 تا 59 که تاییه ته به $|a-b|$ و $|b-a|$.

61 جیگۆرکییه کان نهخشهی پیکهاتوو له نهخشهی بنه پرت $y=|x|$ بنووسه بهم جیگۆرکییه دیارکراوه.

- ا راکیشانی ئاسویی بۆلای چهپ ماوهی 4 یه که.
- ب راکیشانی ستوون بۆلای خوارهوه ماوهی 2 یه که.
- ج راکیشانی بۆلای چهپ 5 یه که له پاشان کشان بۆ خوارهوه 2 یه که.
- د راکیشانی بۆ سهروهه 5 یه که، له پاشان وینه دانهوه له دهوری تهوهری سینی.
- ه وینه دانهوهی به دهوری تهوهری سینی له پاشان کشان به رهو سهروهه به 2 یه که.

62 كيميا چوار خويندكار برى سۇدېئومى كەلە 4 تۈرگە خويۇ دۆزىيەنەتەۋە بەم شېۋەيەى خوارەۋە بو، ھەلەى ھەر خويندكارىك و ھەلە پروتەكەيان دياربەكە ئەگەر زانیت وەلامى راست 8.2mg .

ا شۇنى دۆزىيەۋە 8.2mg

ب پوناك دۆزىيەۋە 9.0mg

ج نورى دۆزىيەۋە 8.1mg

د ھەۋار دۆزىيەۋە 8.4mg

گەشتەكان دانا بە ئوتومبىلەكەى لە دەۋك دەرچوو بۇ خانەقین بەخىرايىەك تىكپرايىەكەى 140 كىلۆمەتر لەكاتژمىركدا و بە كەركوك داتىپەرى پاش 3 كاتژمىر ئەگەر ھىماى گۇپاوى x بۇ كات بەكاتژمىر لەدەستپىكى دەرچوونى دانا لە دەۋك دابىرى، دورى نىۋان دەۋك و كەركوك دەكاتە $d = 140 \times |x - 3|$.

63 دانا چەند كىلۆمەترى برى پاش دوو كاتژمىر لە دەستپىكەۋە؟ دورىيەكەى لە كەركوكەۋە لەو دەمە چەندە؟

64 دانا چەند كىلۆمەترى برى پاش 4 كاتژمىر لە دەستپىكەۋە؟ دورىيەكەى لە كەركوكەۋە لەو دەمە چەندە .

تېروانىيىك بۆ دواۋە

65 دوا سى ژمارە بنووسە: 2، 6، 10، 14، 18، ۹، ۹، ۹ .

66 مازن 6 ھەزار دىنارى لايە چەند وینە دەتوانىت بکرىت ئەگەر نرخى ھەر وینەيەك يەك ھەزار و چارەگىك بىت. ھەژمىرىكە.

67 $-3 + 4$ **68** $-3 \times (0.3)$ **69** $-15 - (-15)$ **70** $60 \div 3$

71 $\sqrt[3]{125}$ **72** $-1.4 - (-3)$ **73** $4(-1\frac{1}{2})$ **74** $(-3.2) \div 4$

75 لەھەمان پروتەختى پۇتاندا ھىلى پرونكردنەۋەى ھەر نەخشەيەك بكىشە ئەم ھىلانە لە چىدا لەيەكەچن و لەچىدا جىاۋان.

ا $y = x + 2$ ب $y = \frac{3}{2}x - 1$ ج $y = x$

ھەريەك لەم ھاۋكىشانە لەشېۋەى لارى - يەكتىرىپىن بنووسە.

76 $3x + 2y = 1$ **77** $4x = 2y$

78 $4y = 0$ **79** $2x - 2y = 17$

ھەريەك لەم لاسەنگانە شىكارىكە و كۆمەلەى شىكار لەسەر ھىلى ژمارەكان بنوینە.

80 $x + 7 \leq 3$ **81** $x - 3 \geq 2$

82 $x + 15 \leq -1$ **83** $x - 3 > 4$

تېروانىيىك بۆ پىشەۋە

84 دورى نىۋان خالى بنەرەت و خالى (x, y) لە پروتەختى پۇتاندا ھەژماردەكرىت بە رىساي $d = \sqrt{x^2 + y^2}$ دورى نىۋان خالى بنەرەت و ھەريەك لەم خالانە ھەژمىرىكە.

ا $(3, 4)$ ب $(12, 5)$ ج $(-8, 6)$ د $(-15, -20)$

هاوكيشهكان و لاسهنگهكان كه بهاي پروتيان

تيدايه Absolute Value Equations and Inequalities

وانهي

7



بوجي

له پيوانهكاني زانستي زوريه جاري پراويزي هله هيه دهواتري فراموش بكرت. هم پراويزه دهواتري دربريت به بهكارهيناني هاوكيشهكان و لاسهنگهكاني پروت بگرنهخو و نهمهش گرنگه لهواره جوراوجورهكان وهك له پيشهسازي و پزيشكي و فيزيكيديا.

نامانجهكان

- بهجهبري و بهپروونكرندنهوهيي هاوكيشه سادهكاني نهخشهي پروت دهگرنهخو شيكاردهكات.
- بهجهبري و بهپروونكرندنهوهيي لاسهنگه سادهكاني نهخشهي پروت دهگرنهخو شيكاردهكات.
- به بهكارهيناني بهاي نهخشهي بهاي پروت پرسيارهكان شيكاردهكات.

يهكك له كومپانياكان پهپكي دداناي بهرهم دهيني، كه له دروستكرني ئوتومبيلهكاندا بهكارديت بهپي ستاندهري دياركراو نهگهر تيره پيكهكه له پيوست گهرهتر بو، ئهوا پيكهيناني نهسته دهيت و نهگهر بچووكترين ئهوا ئوتومبيلهكه بهشيوي گونجاو ناروات پراويزي هله ريپيدراو لهپيواني تيره هم پهپكه چنده؟

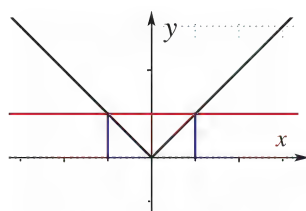
جيهجيكردنهكان

پيشهسازي

Absolute Value Equations هاوكيشهكان كه نهخشهي بهاي پروتيان تيدايه

هيلى پروونكرندنهوهيي بو نهخشهي پروت بهاي يارمهتيدره بو تيگهيشتنى هاوكيشهكاني نهخشه پروت و شيكاركرديان، لهم ويته پروونكرندنهويانهي ديت ووردبهرهوه:

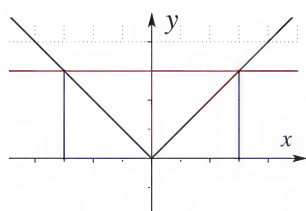
$$y = 1 \text{ و } y = |x|$$



نهگهر $|x| = 1$

ئهوا $x = -1$ يان $x = 1$

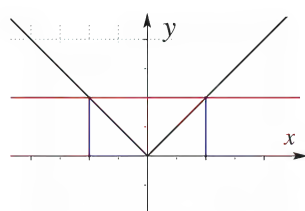
$$y = 3 \text{ و } y = |x|$$



نهگهر $|x| = 3$

ئهوا $x = -3$ يان $x = 3$

$$y = 2 \text{ و } y = |x|$$



نهگهر $|x| = 2$

ئهوا $x = -2$ يان $x = 2$

لهووی پېشوو ئهم دهرئنهجامانهمان دهستدهكهوئيت.

Absolute Value Equation

هاوكيشه نهخشه بههه پووت

كوومهله شيكاري هاوكيشه $|x| = a$ كاتيك a ژمارهيكې راستي موجب بيت پيكدت له دوو ژماره a و $-a$.

كوومهله شيكاري هاوكيشه $|x| = 0$ پيكدت له ژماره 0

هاوكيشه $|x| = a$ شيكاري نيهه كاتيك a ژمارهيكې راستي سالب بيت.

$|x|$ ژمارهيكې سالب نيهه چونكه بهپي پينا سهكه دووري نيوان خالي بنهپرت و ئه و خاله ي پوي x له سهر هيلي ژمارهكان دهنوي، بهلام ئه و هاوكيشانه بههه پووتيان تيديه لهوانهيه شيكاريان بيته سالب.

هاوكيشه $|x| = 5$ شيكاريكه.

✓ خالي چاوډيري

هاوكيشه $|2x + 3| = 4$ شيكاريكه و كوومهله شيكاري له سهر تهوهره ژمارهكان بنويته.

1 غورونه

شيكاري

هاوكيشه $|2x + 3| = 4$ له دوو باره دا پاسادان بكه.

$$2x + 3 = -4 \quad \text{يان} \quad 2x + 3 = 4$$

$$2x = -7 \quad \text{يان} \quad 2x = 1$$

$$x = -3.5 \quad \text{يان} \quad x = 0.5$$

پاسادان بكه: كه $x = 0.5$ ئه و $|2x + 3| = |2(0.5) + 3| = |4| = 4$

و كه $x = -3.5$ ئه و $|2x + 3| = |2(-3.5) + 3| = |-4| = 4$

دهتوانيت دووباره به بهكارهيناني بزميري پوونكر دهنوهي پاساداني شيكاريكه بكهيت.

هيلي پوونكر دهنوهي ههريكه له دوو نهخشه $y = |2x + 3|$ و $y = 4$

بكيشه له هه مان پووتهختي پوتاندا پويهكاني سيني يهكترپيني دوو

هيلي پوونكر دهنوهي دياربكه، دهبييني له

خالي $(-3.5, 4)$ و له خالي $(0.5, 4)$ $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$

يهكتر دهنوي. بهلام نواندن كومهله شيكاري له سهر تهوهره ژمارهكان ئه مهيه.

هاوكيشه $|3x + 5| = 7$ شيكاريكه و كوومهله شيكاري له سهر تهوهره ژمارهكان بنويته.

ههولبد

چالاي

Exploring Solutions

دوژينه وهي شيكاريكه

وينه بهرامبر هيلي پوونكر دهنوهي ههريكه له دوو نهخشه $y = |x|$

$y = 2x - 2$ دهنوي واته شيكاري پوونكر دهنوهي هاوكيشه

$|x| = mx + n$ كاتيك $m = 2, n = -2$ دهنوي.

1. له هه مان پووتهختي پوتاندا دوو هيلي پوونكر دهنوهي دوو نهخشه

$y = |x|$ و $y = 2x - 2$ بكيشه، ژماره خالهكاني يهكترپين چنده؟

به پوونكر دهنوهي شيكاري هاوكيشه دياربكه.

بخه ملبته و پاسادان بكه: بير له ژماره شيكاريكهاني هاوكيشه $y = |x| = mx + n$ بكه وه.

2. ههولېده به‌هایه‌کی گۆپاوی m بدۆزیتوه و به‌هایه‌کی تر بۆ گۆپاوی n به‌مهرجیک دوو هیله پروونکردنه‌وه‌یی دوو نه‌خشه‌ی $y = mx + n$ و $y = |x|$ یه‌کتر بېرن له‌دوو خالدا، به‌پروونکردنه‌وه‌یی له‌باشی هه‌لبژاردنه‌که دلنیا به و شیکاری هاوکیشی $|x| = mx + n$ بنوسه.

3. ههولېده به‌هایه‌کی گۆپاوی m بدۆزیتوه و به‌هایه‌کی تر بۆ گۆپاوی n به‌مهرجیک دوو هیله پروونکردنه‌وه‌یی دوو نه‌خشه‌ی $y = mx + n$ و $y = |x|$ یه‌کتر نه‌بېرن به پروونکردنه‌وه‌یی له‌باشی هه‌لبژاردنه‌که دلنیا به.

4. ههولېده به‌هایه‌کی گۆپاوی m بدۆزیتوه و به‌هایه‌کی تر گۆپاوی n به‌مهرجیک دوو هیله پروونکردنه‌وه‌ی دوو نه‌خشه‌ی $y = mx + n$ و $y = |x|$ یه‌کتر بېرن له ژماره‌یه‌کی ناکوتا له‌خالدا به پروونکردنه‌وه‌ی له‌باشی هه‌لبژاردنه‌که دلنیا به.

5. به‌پشت به‌ستن به‌مانه‌ی پێشه‌وه، ژماره‌ی شیکاره توانرا واکانی هاوکیشی $|x| = mx + n$ به‌کورتی باسبکه.

نورونه

2 هاوکیشی $|x - 3| = 3x + 5$ شیکاریکه.

شیکار

$$|x - 3| = 3x + 5$$

$$\text{یان } x - 3 = 3x + 5$$

$$\text{یان } 2x = -8$$

$$\text{یان } x = -4$$

$$x - 3 = -(3x + 5)$$

$$4x = -2$$

$$x = -0.5$$

پاسادان

$$x = -0.5$$

$$x = -4$$

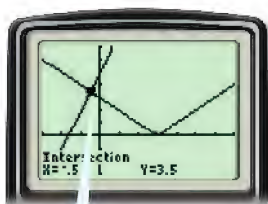
$$|-0.5 - 3| \stackrel{?}{=} (3(-0.5) + 5) \quad |-4 - 2| \stackrel{?}{=} 3(-4) + 5$$

$$|-3.5| \stackrel{?}{=} -1.5 + 5 \quad |-7| \stackrel{?}{=} 3(-4) + 5$$

$$\stackrel{?}{=} 3.5 = 3.5 \quad \text{پاسته} \quad \stackrel{?}{=} 7 = -7 \quad \text{هه‌له‌یه}$$

شیکاره‌که $x = -4$ فهرامۆش ده‌کری چونکه ده‌بیته هۆی هه‌له‌ی « $7 = -7$ » به‌لام شیکاری $x = -0.5$ په‌سهنده ده‌توانیت پاسادانی وه‌لامه‌که‌ت

به پروونکردنه‌وه‌یی بکه‌یت له‌هه‌مان پرووته‌ختی پۆتاندا هیله پروونکردنه‌وه‌یی هه‌ریه‌که له دوو نه‌خشه‌ی $y = |x - 3|$ و $y = 3x + 5$ وینه‌ی به‌رامبه‌رت ده‌ستده‌که‌ویت.



$(-0.5, 3.5)$

ههولېده هاوکیشی $|x - 4| = x + 1$ شیکاریکه.

Absolute Value Inequalities

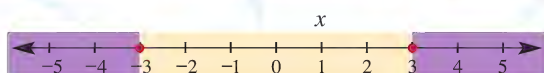
ئه‌و لاسه‌نگانه‌ی به‌های پرووتیان تیدایه

دوو خالی 3 و -3 کۆمه‌له شیکاری هاوکیشی $|x| = 3$ له‌سه‌ر ته‌وه‌ره‌ی ژماره‌کان ده‌نویئن، ئه‌و دوو ژماره‌یه ته‌وه‌ره‌که بۆ سێ به‌ش به‌شده‌که‌ن.

خاله‌کانی لای چه‌پی -3

خاله‌کانی نیوان -3 و 3

خاله‌کانی لای راستی 3

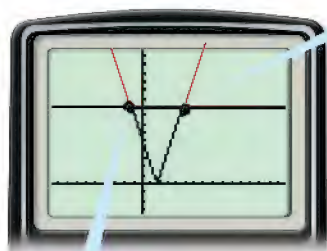


لاسه‌نگهی نه‌خشهی به‌های رووت

کۆمەلە شیکاری لاسەنگەى $|x| \geq a$ کاتىك a ژمارەيەكى راستى ناموجەبە پىكدىت لە ھەموو ژمارە راستىيەکاندا. لاسەنگەى $|x| < a$ شیکارى نىيە کاتىك a ژمارەيەكى راستى موجب نەبىت.

لاسەنگەي $|5-3x| > 9$ شيكاريكه و كوّمەلە شيكاردكه لەسەر تەوهرى ژمارەكان بنوینە.

3

 $(4.67, 9)$  $(-1.33, 9)$

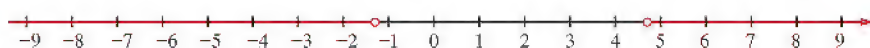
$$(|x| > a \text{ جوړی له لاسه نځه له جوړی } |5 - 3x| > 9)$$

$$5-3x < -9 \qquad \text{يان} \qquad 5-3x > 9$$

$$-3x < -9 - 5 \qquad \Delta \qquad -3x > 4$$

$$x > \frac{14}{3} \qquad \text{and} \qquad x < -\frac{4}{3}$$

کۆمەڵە شیکارەکه لەسەر تەوهری ژمارەکان دەنوینین وەك لە خوارەوە.



یاسادان

راستی وەلامەکه بە پروونکردنەوهیی پاسادان بکه لەهەمان تەوهرەیی پۆتاندا وێنە
 پروونکردنەوهیی نەخشەی $y=9$ و هێڵی پروونکردنەوهی نەخشەی $y=|5-3x|$ بکێشه، وێنەکه
 دیاردەکات ئەگەر $-1.33 \approx -\frac{4}{3} < x$ یان $4.67 \approx \frac{14}{3} > x$ ئەوا ئەو خالەیی پۆتانی x لەسەر هێڵی
 پروونکردنەوهی بۆ نەخشەی $y=|5-3x|$ بەرزترە لەو خالەیی پۆتانی x لەسەر هێڵی
 پروونکردنەوهیی $y=9$ ئەمەش ئەو دەسەلمێنێت کە پۆتانی y یەکەم $(|5-3x|)$ گەورەترە لەپۆی
 صادی دووهم.

بیرکردنه وهی ره‌خنه‌گرانه

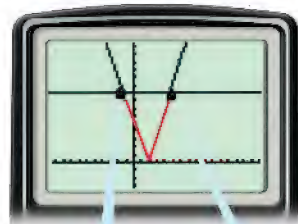
بوچی ئاراستهى لاسهنگه لهشيكارى راهينانى پيشوودا گورا.

ههولیده

لاسهنگه‌ی $|3x - 7| > 1$ شیکاربه‌ی و کوّمه‌لّهی شیکاره‌کش له‌سه‌ر ته‌وه‌ره‌ی ژماره‌کان بنویسه.

4

شیکار

 $(-1.33, 9)$ $(4.67, 9)$

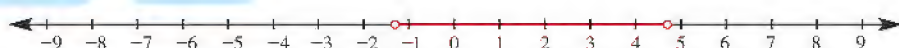
$$|5 - 3x| < 9 \quad (\text{لاسهنگه له جوړی } |x| < a)$$

$$5 - 3x > -9 \qquad \text{and} \qquad 5 - 3x < 9$$

$$-3x > -14 \quad \text{و} \quad -3x < 4$$

$$x < \frac{14}{3} \qquad \text{و} \qquad x > -\frac{4}{3}$$

کۆمهلهی شیکار له سه‌ر ته‌وه‌ری ژماره‌کان به‌م شیوه‌یه ده‌ییت.

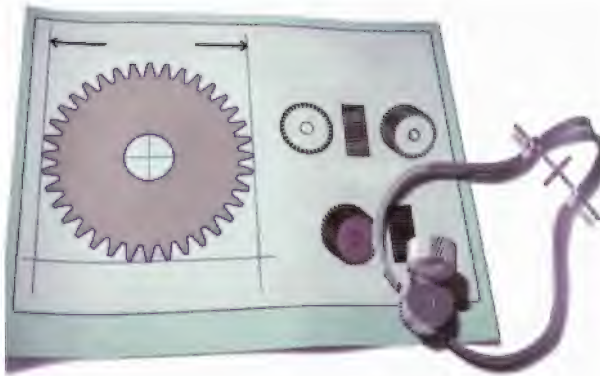


پاسادان بکه

نمونه‌ی پیش‌وو دیاریده‌کات $\frac{14}{3} < x < \frac{4}{3}$ - ئه‌وا ئه‌و خال‌ه‌ی پۆیه‌که‌ی له‌سه‌ر هیل‌ی پروونکردنه‌وه‌یی نه‌خشه‌ی $y = |5 - 3x|$ بی‌ نزمتره له‌پۆی ئه‌و خال‌ه‌ی پۆیه‌که له‌سه‌ر هیل‌ی پروونکردنه‌وه‌یی نه‌خشه‌ی $y = 9$ بی‌ ئه‌مه‌ش ئه‌وه ده‌سه‌لمینی‌ که تانی یه‌که‌م $(|5 - 3x|)$ بچوو‌کتره له‌تانی دووهم 9.

به‌راورد له‌نیوان دوو لاسه‌نگه‌ی دوو نمونه‌که‌ی پیش‌وو بکه؟ پروونی‌که‌ره‌وه.

✓ خالی چاودیری



لاسه‌نگه‌یه‌ک بنوسه نه‌خشه‌ی به‌های پرووت بگریته‌خۆ بۆ دیارکردنی په‌راویزی هه‌له‌ی په‌سه‌ندکراو له‌پپوانی تیره‌ی ددانای دیارکراو له‌سه‌ره‌تای وانه‌که، ئه‌گه‌ر زانیت تیره‌ی په‌پکه‌که ده‌بی‌ت بکاته 3.5 له‌گه‌ل په‌راویزی هه‌له که ده‌کاته ± 0.01 یه

5 نمونه

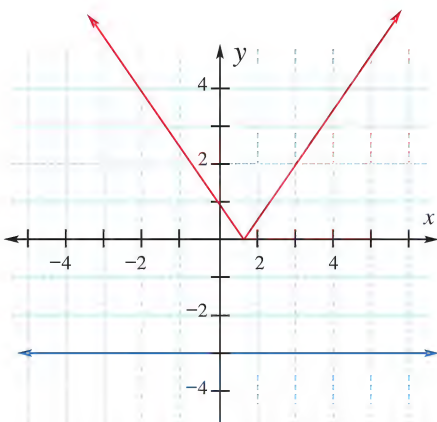
جێبه‌جێکردنه‌کان
پیشه‌سازی

شیکار

با هیمای d بۆ تیره‌ی په‌پکه‌ی ددانای بی‌ت، پیویسته ئه‌و گۆپراوه مهرجی $3.5 - 0.01 \leq d \leq 3.5 + 0.01$ پاسادان بکات، واته $-0.01 \leq d - 3.5 \leq 0.01$ لاسه‌نگه‌ی $|d - 3.5| \leq 0.01$ په‌راویزی هه‌له‌ی په‌سه‌ند دیاریده‌کات.

هه‌ولبده

لاسه‌نگه‌ی $12.00 - 0.01 \leq a \leq 12.00 + 0.01$ له‌شیوه‌ی لاسه‌نگه‌یه‌کی نه‌خشه پرووت له‌خۆبگری



بنوسه. ئه‌و لاسه‌نگانه‌ی نه‌خشه‌ی پرووت له‌خۆده‌گرن هه‌یانه شیکاری نییه، له‌کاتی‌کدا لاسه‌نگه‌ی تریان هه‌یه کۆمه‌له‌ شیکاریان کۆمه‌له‌ی هه‌موو ژماره راستیه‌کان ده‌بی‌ت، لاسه‌نگه‌ی $|2x - 1| < -3$ شیکاری نییه، چونکه ژماره $|2x - 1|$ نا‌کریت بچوو‌کتر بی‌ت له ژماره‌یه‌کی سالب. له‌باریککی تر دا وینه‌ی به‌رامبه‌ر دیاری ده‌دات که هه‌ر ژماره‌یه‌کی راستی شیکاره بۆ لاسه‌نگه‌ی $|2x - 1| > -3$ و له‌مه‌وه کۆمه‌له‌ی شیکاری ئه‌م لاسه‌نگه‌یه کۆمه‌له‌ی هه‌موو ژماره راستیه‌کانه.

لاسه‌نگه‌یه‌کی به‌های پرووت هیمای \geq له‌خۆبگری‌ت بنوسه و بی‌ شیکاری‌بی‌ت، لاسه‌نگه‌یه‌کی تر به‌های پرووت هیمای \leq له‌خۆبگری‌ت بنوسه، و کۆمه‌له‌ شیکاری کۆمه‌له‌ی ژماره راستیه‌کان بی‌ت.

ئه‌گه‌ر لاسه‌نگه‌ی $|x| \leq a$ بی‌ شیکاری‌بی‌ت، ئه‌وا چی ده‌لپیت ده‌رباره‌ی به‌ها توانراوه‌کانی ژماره a و ده‌رباره‌ی کۆمه‌له‌ی شیکاری لاسه‌نگه‌ی $|x| > a$ ؟

✓ خالی چاودیری

بیرکردنه‌وه‌ی په‌خنه‌گرانه

بهردهواميون له بير كاريدا

- 1 نایا هاوکیښه $3 = |3x - 5| + 4$ شیکاری ههیه؟ پوونیکه رهوه.
- 2 بوچی هه موو جاریک پاسادانی راستی شیکارده کهیت که هاوکیښه یه که بهای پرووتی تیابی.
- 3 بوچی دهشی هاوکیښه یه که بهای پرووتی تیابی، دوو شیکاری هه بیت؟ پوونیکه رهوه.
- 4 نواندنی پوونکردنه وهی به کار بهینه بو چونیه تی باسکردنی کو مهله شیکاری لاسه نگیه که که بهای پرووتی تیابی یه کسان بیت به کو مهله هه موو ژماره راستیه کان.

راڻینانی ناراسته کراو

نهم هاوکیښانه شیکار به و پاسادانی شیکارده که ش بکه.

$10 = 7 - 3x $ 7	$ 2x - 5 = 3$ 6	$ x - 10 = 4$ 5
$\frac{1}{2}x + 1 = x + 3 $ 10	$\frac{1}{2}x + 1 = x - 2 - 1$ 9	$x + 4 = x - 2 $ 8

نهم لاسه ننگانه شیکار به و کو مهله شیکارده که ش له سهر ته وهردی ژماره کان بنویته.

$ x + 5 < \frac{1}{2}$ 13	$ 2x + 1 \geq 5$ 12	$2 < x - 4 $ 11
$3 x + 1 + 3 > 2$ 16	$3 x + 1 \leq 2$ 15	$\frac{1}{2} 2x + 1 \geq 2$ 14

17 نارام تیریکی گرتنه نیشانه یه که 9 مه تر لیوهی دور بوو تیره که له دوری که متر له 60cm له نیشانه که وه که و ته وه.

- ا لاسه ننگه یه که بنووسه که بهای پرووتی تیابی و نهو دوریه دهریپر که تیره که بریویه تی.
- ب نهو لاسه ننگه یه شیکار به و کو مهله شیکارده که ش له سهر راسته هیلی ژماره کان بنویته.

راڻینان و جیه جیکردن

18 هیلیک بکیښه که هه ریه که له هاوکیښه کان یان لاسه ننگه کان لای راست بو شیکارده که لای جپ بگهینی.

$-6 < x < 2$	$ x + 2 = 4$
$x = -6$ یان $x = 2$	$ x + 2 < 4$
$x < -6$ یان $x > 2$	$ x + 2 < -4$
شیکاری نییه.	$ x + 2 > -4$
کو مهله شیکار کو مهله ژماره راستیه کان.	$ x + 2 > 4$
شیکارده که باس نه کراوه.	$ x + 2 = -4$

هه ریه که لهم هاوکیښانه شیکار به.

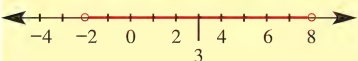
$ 2 + x = 10$ 21	$ x - 5 = 12$ 20	$ x + 4 = 8$ 19
$ x + 5 = 1$ 24	$ x - 2 = 9$ 23	$ 8 - x = 1$ 22
$ 10 - 4x = 28$ 27	$ 3x + 12 = 18$ 26	$ 2x - 15 = 11$ 25
$ 10 - 3x + 5 = \frac{1}{2}$ 30	$ 5x - 6 = 2$ 29	$ 5 + 4x = 17$ 28
$ 2x - 8 + 2 = 1$ 33	$ 4 - 3x - 9 = 3$ 32	$ 10x + 2 - 18 = 120$ 31

شیکاری هەریەک لەم لاسەنگانە بکە.

$ 3x > 15$ 36	$ x+5 \leq 7$ 35	$ x-4 > 1$ 34
$ 3-x \geq -5$ 39	$ 4x \leq -8$ 38	$ -2x \leq 12$ 37
$ 4x+6 \leq 14$ 42	$ 2x-3 < 11$ 41	$ 2+5x \leq 3$ 40
$ 2x-1 \geq -5$ 45	$ 4x-5 \geq 15$ 44	$ \frac{2x+3}{-5} < 3$ 43
$ 9x+4 \leq -11$ 48	$ 7-6x < -4$ 47	$ 5x+3 > -2$ 46
$ \frac{3}{2}-\frac{5}{2}x < -7$ 51	$-2 4x+2 \geq -4$ 50	$-2 4x+1 \leq -4$ 49

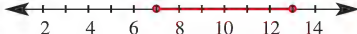
پوخته

دەتوانیت لاسەنگەیهك به‌های پووتی تیایی به‌سی شیوه‌ی دەربرپیت

پوونکردنه‌وه‌یی	جەبیری	زارەکی
	$ x-3 < 5$	دووری نیوان x و ژمارە 3 کەمتەرە لە ژمارە 5

ئەو دوو شیوه‌ی دەربرپینە لە پرسیارەکانی 52 تا 54 دا نیه بیانووسه.

52 دووری نیوان x و ژمارە 7 کەمتەرە لە 4 **53** $|x-4| < 1$

54 

بەرەنگاری

55 لاسەنگە $|x+5| \leq 2x+5$ شیکاربکە و کۆمەڵەی شیکارەکە لە تەوهرە ژمارەکان بنوینە.

لاسەنگەیهك بنووسه كه به‌های پووتی تێدابیت و دەربرپین بۆ هەریەکە لە پرسیار 56، 57 پاشان شیکارەکە بنووسه.

56 کیشی رزگار 60kg بەلام پزیشکەکە پێ راگەیانداوه که کیشەکە لە کیشی نمونەییەوه دووره بەرپژە 5%، ئەو به‌ها پەسەندە چەندە بۆ کیشی رزگار؟

57 یه‌کێک لە پەیمانگەکانی ئامار بلأویکردهوه که 68% ئەو کەسانە سەیری فیلمی سینەمایی دەکەن لەکاتی سەیرکردنەکانیاندا کێک دەخۆن. پێژە سەدی بەرزترین و نزمترین ئەو کەسانە دیاریبکە که کێک دەخۆن لەکاتی سەیرکردنیاندا بۆ فلیمه‌کان ئەگەر بزانی پێژە هەلە بلأوکراوه‌کە پەیمانگا که 3% بێت.

پروانیێک بۆ دواوه

شیکاری ئەم هاوکیشانه بکە.

$\frac{10x}{-60} = \frac{2x-10}{8}$ **60** $\frac{x-3}{4} = \frac{2x}{16}$ **59** $\frac{2}{x} = \frac{4}{5}$ **58**

61 شیکاری هاوکیشە $P = 2v + 2w$ بکە به‌هەژمی گۆراوی v به‌پێی گۆراوه‌کانی تر.

هەریەک لەم لاسەنگانە شیکاربکە و کۆمەڵە شیکارەکانیشیان لەسەر تەوهرە ژمارەکان بنوینە.

$x-9 \geq \frac{1}{6}(21+x)$ **63** $4x-5 < \frac{1}{3}(8x+3)$ **62**

هەریەکە لەم لاسەنگە ناویتانه شیکاربکە و کۆمەڵە شیکارەکانیشیان لەسەر تەوهرە ژمارەکان بنوینە

$(x \leq -2) \vee (x > -4)$ **65** $(x > 2) \wedge (x \leq -1)$ **64**

پروانیێک بۆ پیشه‌وه

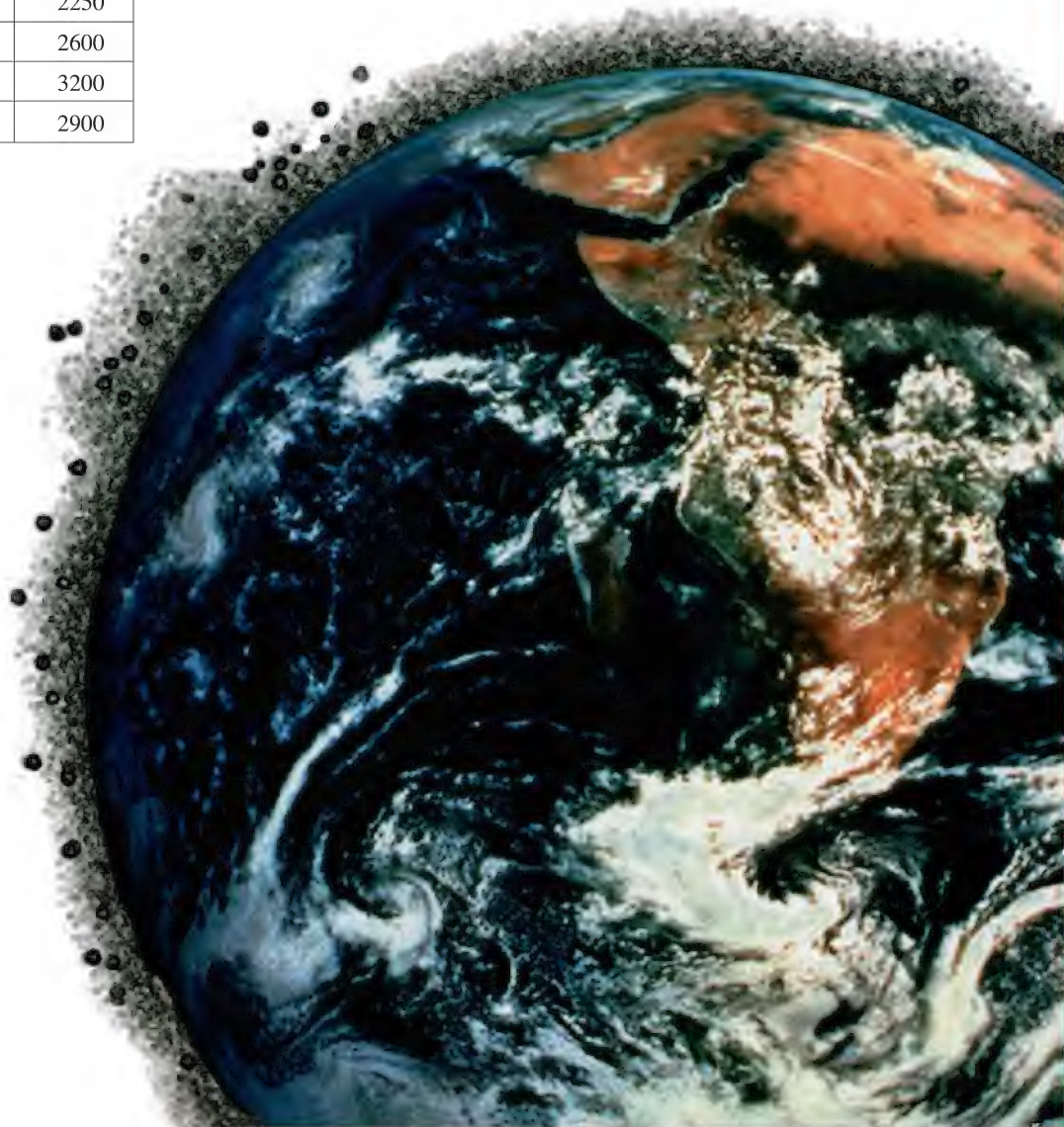
66 هێلی پوونکردنه‌وه‌یی نه‌خشە $f(x) = (x-3)(x+2)$ بکیش به‌ دیاریکردنی یه‌کتەرپینه‌کە لەگەڵ تەوهری ئاسوویی. به‌راورد بکە له‌ نیوان هاوکۆلکە راده‌دارە که له‌پێناسە نه‌خشە که ده‌کات و یه‌کتەرپینی له‌گەڵ تەوهری x

پاشماو وە گانی بو شای ئاسمان

مرۆف لە ساڵی 1957 هەوێ هەستاو بە هەزارەها چالاکی لە بو شاییدا، لە میانەی ناردنی مانگە دەستکردەکان و هەڵسان بە گەشتی بو شای. ئەم ئەرکانە بە ملیۆنەها پاشماوێان بەجێ هێشتوو و لە بو شایەیی نزیکە لە زەویەو. بوونی ئەم پاشماو قەبارە جیاوازانە وای پێویست کردوو کە لە چالاکیە تازەکاندا لەبەر چاوبگیریت. ئەگەر پاشماو قەبارە بچوو کەکان ترسناک نەبن لەسەر چالاکیە تازەکان، بێ گومان پاشماو قەبارە گەورەکان ترسناک. بۆیە پێویستە ئەو پاشماوانە تۆماربکری و پێدراوەکان بە بەر دەوامی نوێ بکریتهو.

خشتەیی پاشماو وە گانی بو شای		
سالی	مانگەکان	پارچەیی لێبوو وە
1965	175	900
1970	350	1850
1975	525	2250
1980	700	2600
1985	875	3200
1990	1050	2900

ئەم خشتەییە بەرامبەر ژمارەکانی مەزەندە کراو دەنوینیت
بۆ پاشماو وە گانی مانگە دەستکردەکان و پارچەبوو وە گانی
لە نیوان ساڵانی 1965 و 1990 کە بەسەر ماو وە گانی
بۆ 5 ساڵ بەشکراو.





چالاكى 1

1 پېدراوهكانى خىشتەكەي پېشوو
بەكاربەينە بۇ ھەژمىرى تېكپاي گۆپانى
ژمارەي مانگە دەستكردەكان لەنيوان
سالى 1965 و 1990 ئەم تېكپايە لە
ماوەكانى 5 سالدا ھەژماربەكە و
بەراوردى ئەم تېكپايانە لەگەل تېكپاي
گۆپان لەسەر ماوەي گشتى نيوان 1965 و
1990 بەكە.

2 نمونەيەكى بېركاريانە پېك بېنە لەسەر
شېوہى نەخشەيەكى ھېلى بۆگشت
پېدراوهكانى مانگە دەستكردەكان. ھېماي
 x بۆ سال دابنى و سالى 1965 با سالى
سفر بېت.

پاسادانى نمونەكەت بەكە بە بەكارھېنانى پېدراوهكانى خىشتەكە.

چالاكى 2

1 پېدراوهكانى پارچە لېبۆوھەكان لە خىشتەكەدا بنويئە بەمەرجى تەوہرەي سېنەكان
نواندى سالەكان بېت (سفر بۆ سالى 1965 دابنى) و تەوہرەي صادەكان نواندى
پارچە لېبۆوھەكان بېت.

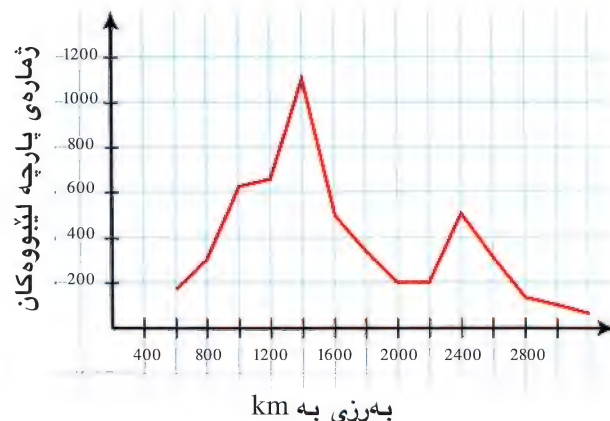
2 ويئەيەكى پوونكردنەوہيى بكيئشەكە بەگونجاوى دەزانى بۆ نواندى ژمارەي پارچە
لېبۆوھەكان بەدرىزايى سالەكان. ئەو باوہ باس بەكە لە ويئەكەوہ ھەلیدەھيئى.
ئايە باوہرپت وايە نمونەي دەستكەوتووەكەت رېگات پيدەدات بۆ دانانى مەزەندەي دواروژ
كەپشتى پېبەستريئە؟ ئەمە پوونبەكەوہ.

چالاكى 3

1 ويئەي پوونكردنەوہيى بەرامبەرت بەكاربەينەكە
دابەشكردنى پاشماوہەكانى بۆشايى بەپيى بەرزى نيشان
دەدات پوونبەكەرەوہ چۆن ژمارەيان دەگۆرپت بەگۆپانى
بەرزى.

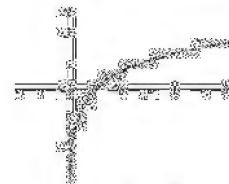
2 تېبىنى بەكە ھېلى پوونكردنەوہيى نەخشەكەكە ژمارەي
پاشماوہەكان بەپيى بەرزى ديارى دەكات، برىتين لە چەند
پارچە راستەھيلىك ئەمەش ئەو دەگەينى كە رېساي ئەم
نەخشەيە دەگۆرپت بەگۆرپنى ماوەكانى بەرزى، كە ھيلىن
لەھەموو ماوەكاندا، ئەم ماوانە ديارىبەكە و ھاوكيشەي ئەم
پارچە راستەھيلىكە بەسەر ماوەكان ديارىبەكە.

3 ھاوكيشەكان بەكاربەينەكە پيى گەيشتووى بۆ مەزەندەكردنى
ژمارەي پاشماوہەكان لەبەرزى 725km پاشان لەبەرزى
2100km. گفتوگۆبەكە لە سوودى ئەو نمونەي دەستكەوتووە.

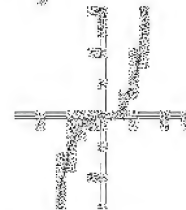


پیداچوونهوهی بهش

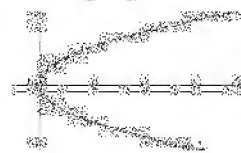
ئایا ئەم وێنە پوونکردنەوه نەخشە دەنویئێ؟



1



2



3

x	y
2	3
1	-2
0	0
2	-5
3	6

4 ئایا خستەى بهرامبەر نەخشە دەنویئێ؟
بوارى نەخشەو مەوداکەى دیاریکە.

5 $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$

6 $f(x) = 11x - 2$

7 $f(x) = 3x^2 - 2$

8 $f(x) = 2 - 3x$

دەرو ناسى زانایانى دەروونناسى پلەى زیرەکی کەسێک دیاردەکن لەرێگەى هەژمیری رێژەى تەمەنى هەزرى بۆ تەمەنى بە سال، و لیکدانى ئەو رێژەیه لە ژمارە 100 لەپاشان نزیکردنەوهى ئەنجام بۆنزیکتەین ژمارەى تەواو.

9 پلەى زیرەکی کەسێک تەمەنى بە سال 15 سال بێت و تەمەنە هەزریەکەى بەدواپەیکدا 10، 14، 15، 18، 25.

10 پەيوەندى نۆوان تەمەنى هەزرى و پلەى زیرەکی بۆ ئەو کەسە دەربەرە بەهۆى خستە و وێنەى پوونکردنەوهی و پێسا.

11 ئایا پەيوەندى نۆوان تەمەنى هەزرى و پلەى زیرەکی نەخشەیه؟

12 کام نەخشە هێلى نییه؟

ا $f(x) = -2x + 1$ ب $f(x) = 11x - 2$

ج $f(x) = 3x^2 - 2$ د $f(x) = 2 - 3x$

هاوکیشەى راستەهێل بنووسە لە پرسیارەکانى 13 تا 18.

13 لاری 3- و بەخالی (5, 8) دەپروات.

14 لاری سفر و بەخالی (-5, 4) دابروات.

15 بەدوو خالی (3, 4) و (5, 4) دابروات.

16 بەدوو خالی (6.8, 2) و (3.6, 6) دابروات.

17 بەخالی (4, -1) دابروات و ستوون بێت لەسەر راستەهێلى $y = -3x - 5$.

18 بەخالی (-3, -2) دابروات و تەریب بێت بە راستەهێلى $y = 3.6x - 5$.

هاوکیشەى هەریەک لەم راستەهێلە بەشێوەى گشتى بنووسە.

19 $y + 9 = 4x - 8$

20 $3x + y + 6 = 9$

بەروونکردنەوهی ئەم سستەمە هێلیە شیکاریکە.

21 $\begin{cases} x + 6y = 3 \\ 3x + y = -8 \end{cases}$

22 $\begin{cases} 8x + 6y = 2 \\ x + 2y = -3 \end{cases}$

23 وێنەى پوونکردنەوهی ئەم نەخشەیه دروستیکە.

$f(x) = \frac{1}{2}|x| + 1$

24 ئەو جیگۆرپکیانە چین کە نەخشەى $f(x) = -|x + 2| - 3$ پەیدادەکن لەنەخشەى دایک (بنەرەت)؟
هاوکیشەکە شیکاریکە.

25 $\left|\frac{1}{2}x\right| = 20$ 26 $12|2x| = 108$

27 $\frac{3}{2}|x + 4| - 5 = 22$

لاسهنگەکە شیکاریکە.

28 $\left|\frac{1}{2}x\right| > 20$ 29 $-5|6x - 7| \leq 35$

30 $|6x - 7| \leq -35$

ئەندازە لە سیگۆشەکانى 90 - 60 - 30 پەيوەندى نۆوان درێژى ژى (d) و درێژى لا (s) بەرامبەر گۆشەى 30° پەيوەندى راستەوانەیه واتە رێژەى یەکەم بۆ دووهم ناگۆرێت.

31 ئەو رێژەیه دیاریکە ئەگەر زانیت درێژى ژى دەکاتە 45 کاتێک درێژى لا 22.5 بێت.

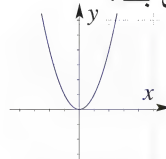
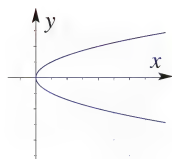
32 بەپێى s بنووسە.

33 بەهای s هەژمیریەکە کاتێک $d = 13\text{cm}$.

تاقیکردنه‌وهی به‌ش

ئه‌گهر وینه‌ی پوونکردنه‌وه‌یه‌یه‌کان نه‌خشه‌ی ده‌نوینن

باسیان بکه.



به‌های هه‌ریه‌که له‌م نه‌خشانه هه‌ژماریه‌که کاتیك x به‌های

2-، سفر، 2 یه‌که له‌دواییه‌که وه‌ریگریت

$$f(x) = 5x^2 - 4x + 7 \quad 3$$

$$f(x) = x^2 + x - 4 \quad 4$$

5 **به‌کارچوون** کارگری زانکویه‌که باجی تو‌مارکردنی

به‌م شیویه‌ی دانا: 480 هه‌زار دینار باجی به‌ئەندام

بوون، 900 هه‌زار دینار بو‌هه‌ر وانه‌یه‌که که

خویندکار هه‌لیده‌بژیژی، نه‌خشه‌یه‌که بنووسه‌که

تیچوونی تو‌مارکردنی خویندکاریك بنوینی له x

وانه‌دا و تیچوونی تو‌مارکردن له 3 وانه‌دا چهنده؟

6 **بازرگانی کارگری** ده‌زگایه‌کی چاککردنی ئوتومبیل

50 هه‌زار دینار وه‌رده‌گری بو‌ وه‌رگرتنی ئوتومبیلیك

و ده‌ست نیشانکردنی هو‌ی له‌کارکه‌وتنه‌که‌ی و 45

هه‌زار دینار بو‌هه‌ر ده‌مژمیړیك که کریکاره‌کانی

کاری چاککردنی تیا‌ده‌که‌ن، نه‌خشه‌یه‌که بنووسه‌که

تیچوونی چاکردنه‌وه‌ی ئوتومبیلیك به‌پیی ژماره‌ی

کاتژمیړکانی چاکردنه‌وه‌ی دیارده‌کات.

وینه‌ی پوونکردنه‌وه‌یه‌ی هه‌ریه‌که له‌م نه‌خشانه بکیشه.

$$y = 2x + 5 \quad 8 \quad y = 2x \quad 7$$

$$x = 2 \quad 10 \quad y = 1 \quad 9$$

هاوکیشه‌ی هه‌ریه‌که له‌م راسته‌هیلانه له‌سه‌ر شیویه‌ی لاری

یه‌کتریرین و برگیه‌ی صادی بنووسه.

11 لاریه‌که‌ی 2 و به‌خالی $(-1, 5)$ دابروات.

12 لاریه‌که‌ی سفر و به‌خالی $(-5, 7)$ دابروات.

13 به‌دوو خالی $(3, 5)$ ، $(4, -7)$ دابروات.

14 به‌راسته‌هیلی $y = 4x + 3$ ته‌ریب بی‌ت به‌خالی

(1, 2) دابروات.

15 به‌خالی $(-5, 9)$ دابروات، ئه‌ستوون بی‌ت له‌سه‌ر

$$2x + 3y = 4$$

16 **نه‌خشه‌کان** سارا ته‌ماشای نه‌خشه‌ی عیراقی کرد که

به‌پیوه‌ری $\frac{1}{5000000}$ کیشرابوو واته هه‌ریه‌که

سه‌نتیمه‌تر له‌سه‌ر نه‌خشه‌که له‌سه‌ر زه‌وی

5000 000 cm ده‌نوینی، سارا له‌سه‌ر نه‌خشه‌که

دووری نیوان هه‌ولیر و که‌رکوی پیوا که 8.4cm بوو

دووری نیوان ئه‌م دوو شاره له‌سه‌ر زه‌وی چهنده؟

به‌ پوونکردنه‌وه‌یه‌ی هه‌ریه‌که له‌م سسته‌مانه بنوینه و جو‌رده‌که‌ی

(ئه‌سته‌مه یان سنورداره یان بی سنوره) دیاری بکه.

$$\begin{cases} 4x + 2y = 24 \\ 2x - 12 = -y \end{cases} \quad 18 \quad \begin{cases} x + y = 1 \\ x - 2y = -8 \end{cases} \quad 17$$

$$\begin{cases} 4x + 3y = 0 \\ y + \frac{4}{3}x = -7 \end{cases} \quad 20 \quad \begin{cases} \frac{1}{3}x - y = 4 \\ 2x - 6y = 12 \end{cases} \quad 19$$

21 **ئه‌ندازه** کو‌ی دوو گو‌شه‌ی ته‌واو‌که‌ر 90 پله‌یه

پیوانه‌ی هه‌ریه‌که له‌و دوو گو‌شه‌یه‌ی چهندن ئه‌گه‌ر

پیوانه یه‌کیکیان 30 پله‌ی زیاتریت له‌وی تریان؟

شیکاری پوونکردنه‌وه‌یه‌ی بو‌ هه‌ریه‌که له‌م سسته‌مانه

جیبه‌جی بکه.

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + 3y = 3 \end{cases} \quad 23 \quad \begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ y = x - 2 \end{cases} \quad 22$$

هه‌ریه‌که له‌م هاوکیشانه شیکاریه‌که.

$$|5x - 7| = 7 \quad 25 \quad |3x + 1| = 4 \quad 24$$

$$|x - 5| = 2 \quad 27 \quad \left| \frac{1}{2}x - 4 \right| = 3 \quad 26$$

هه‌ریه‌که له‌م لاسه‌نگانه شیکاریه‌که.

$$|2x + 13| \leq -3 \quad 29 \quad |5x + 3| \geq -2 \quad 28$$

$$\left| \frac{3}{2}x + 8 \right| < 3 \quad 31 \quad \left| \frac{3}{5}x + 6 \right| \geq 9 \quad 30$$

جی‌گو‌رکی ئه‌ندازه‌یه‌ی که وینه‌ی پوونکردنه‌وه‌یه‌ی نه‌خشه‌ی

بنه‌رته‌ی $y = |x|$ ده‌گو‌ریت بو‌ وینه‌ی پوونکردنه‌وه‌یه‌ی

نه‌خشه‌که دیاریه‌که.

$$y = |x + 5| \quad 33 \quad y = |x - 3| \quad 32$$

$$y = |x| - 3 \quad 35 \quad y = |x| + 2 \quad 34$$

به‌ پوونکردنه‌وه‌یه‌ی ئه‌مانه شیکار بکه.

$$|x - 5| + 3 = 0 \quad 36$$

$$|x + 4| = 5 \quad 37$$

$$|x + 13| \leq -3 \quad 38$$

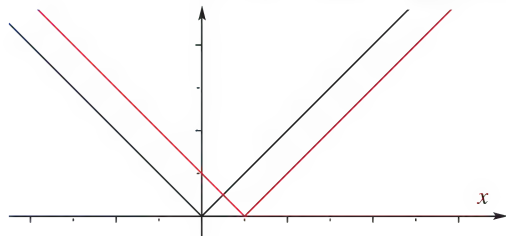
تاقیکردنه‌وه‌ی که‌له‌که‌بوو

8 کام له‌مانه‌ی خواره‌وه راسته‌هیلک که ته‌وه‌ری y نابریت

$$\begin{array}{ll} \text{ب} & x = -4 \\ \text{د} & y = 3x \\ \text{ا} & y = 4 \\ \text{ج} & x + y = 2 \end{array}$$

9 هاوکیشه‌ی $|2 + 3x| = 14$ شیکاریکه.

10 هاوکیشه‌ی $y = 5x - 3$ و به‌خالی $(10, 3)$ دا ده‌پوات کامه‌یه.



11 لاسه‌نگه‌ی $|2 + 3x| \geq 14$ شیکاریکه.

12 کام له‌مانه‌ی خواره‌وه ته‌ریبه به راسته‌هیلک $y = -2x - 3$

$$\begin{array}{ll} \text{ب} & y = 2x - 2 \\ \text{د} & y = -0.5x - 2 \\ \text{ا} & y = -2x + 2 \\ \text{ج} & y = 2x + 2 \end{array}$$

13 $y = 3x - 5$ له‌گه‌ل ته‌وه‌ری y کامه‌یه؟ بیدۆزه‌روه.

14 لاری راسته‌هیلک $3x - 5y = 2$ دیاریکه‌و وینه‌که‌ی بکیشه.

15 مه‌ودای نه‌خشه‌ی $f(x) = -\left(\frac{x}{3}\right)^2$ کامه‌یه؟

16 ئایا سسته‌می هیلک $\begin{cases} 3y = 4x - 1 \\ x = \frac{4}{3}y \end{cases}$

17 سنوورداره یان سته‌مه یان بی سنووره.

18 هاوکیشه‌ی $y = |x|$ به پراکیشانیکی ستوونی بۆ سه‌روه به‌مه‌ودای 2 بنووسه.

1 هاوکیشه‌ی $y = 5x - 3$ و به‌خالی $(10, 3)$ دا ده‌پوات؟

$$\begin{array}{ll} \text{ب} & y = -\frac{1}{3}x + 9 \\ \text{د} & y = -3x - 7 \\ \text{ا} & y = \frac{1}{2}x + 7 \\ \text{ج} & y = 3x - 1 \end{array}$$

2 هاوکیشه‌ی $y = -\frac{1}{5}x - 3$ و به‌خالی $(10, 3)$ دا ده‌پوات کامه‌یه.

$$\begin{array}{ll} \text{ب} & y = -\frac{1}{5}x - 3 \\ \text{د} & y = -5x - 5 \\ \text{ا} & y = -\frac{1}{5}x + 5 \\ \text{ج} & y = -5x - 3 \end{array}$$

3 کام له‌مانه‌ی خواره‌وه وه‌سفی جیگۆرکی له‌وینه‌ی پرونکردنه‌وه‌ی نه‌خشه‌ی به‌های پروت ده‌کات بۆ وینه‌ی پرونکردنه‌وه‌ی نه‌خشه‌ی $f(x) = -|x - 2|$.

ا پراکیشانی ئاسویی به‌مه‌ودای 2 بۆ لای راست و به‌وینه‌ی دانه‌وه به‌ده‌وری ته‌وه‌ری ساده‌کاندا.

ب پراکیشانی ئاسویی به‌ماوه‌ی 2 بۆ لای راست پاشان وینه‌دانه‌وه به‌ده‌وری ته‌وه‌ری x .

ج پراکیشانی ئاسویی به‌ماوه‌ی 2 بۆ لای چه‌پ پاشان وینه‌دانه‌وه به‌ده‌وری ته‌وه‌ری y .

د پراکیشانی ئاسویی به‌ماوه‌ی 2 بۆ لای چه‌پ پاشان وینه‌دانه‌وه به‌ده‌وری ته‌وه‌ری x .

4 نموونه‌یه‌ک به‌هینه‌وه بۆ په‌یوه‌ندییه‌ک نه‌خشه‌ی پیک نه‌هینیت، وه‌بایی بکه له‌به‌رچی؟

5 کام له‌مانه‌ی خواره‌وه لاری و یه‌کتربرینی له‌گه‌ل ته‌وه‌ری y دیاریده‌که‌ن بۆ راسته‌هیلک $2x + 3y = 2$

$$\begin{array}{ll} \text{ب} & y = \frac{3-4x}{7} \\ \text{د} & y = 3 - x \\ \text{ا} & y = -\frac{2}{3}x + \frac{11}{3} \\ \text{ج} & y = \frac{7}{3-4x} \end{array}$$

6 کام له‌مانه‌ی خواره‌وه لاری و یه‌کتربرینی له‌گه‌ل ته‌وه‌ری y دیاریده‌که‌ن بۆ راسته‌هیلک $2x + 3y = 2$

$$\begin{array}{ll} \text{ب} & \frac{2}{3}; -\frac{2}{3} \\ \text{د} & 2; -2 \\ \text{ا} & -\frac{2}{3}; \frac{2}{3} \\ \text{ج} & -2; 2 \end{array}$$

7 لاری $y = |x|$ به پراکیشانیکی ستوونی بۆ سه‌روه به‌مه‌ودای 2 بنووسه.

$$\begin{array}{ll} \text{ب} & -3 \\ \text{د} & -\frac{1}{7} \\ \text{ا} & -7 \\ \text{ج} & \frac{1}{7} \end{array}$$

بهشی سیهم

برهکان و نهخشه

دووجاکان

Quadratic Functions and Terms

1. نهخشه دووجاکان.

2. شیتهلکردنی بره جهبریه دووجاکان.

3. شیکارکردنی نهخشه دووجا بهرپگای تهواوکردنی دووجا.

4. شیکارکردنی نهخشه دووجا به یاسا (دهستور).

5. لاسهنگه دووجاکان.

پروژهی بهشهکه.

پیداچوونهوه.

تاقیکردنهوهی بهش.

تاقیکردنهوهی کهلهکهبوو.

برهكان و نهخشه‌ی دووجاكان

Quadratic Functions and Terms

كتیبی (الجبر والمقابلة) ی زانای ئسلامی محمد بن موسی الخوارزمی له کتیبه به‌راییه‌کان بوو که باسی جهبری ده‌کرد. جیهان له‌و کتیبه ووشه‌ی جهبری بۆ به‌جیما که دواتر له زۆریه‌ی زمانه‌کانی جیهان به‌کاردهات له‌گه‌ل چهند گۆرانیك له ده‌ربهرین. خوارزمی ووشه‌ی «الجبر» ی به‌کاره‌ینا له مامه‌له‌کردن له‌گه‌ل هاوکیشه‌کان به‌مه‌به‌ستی شیکارکردنیان. جهبری هاوکیشه به‌پیی خوارزمی واتا زیادکردنی ژماره‌یه‌ک بۆ هه‌ردوو لای هاوکیشه‌که بۆ ئازادکردنی له‌ نه‌زانراو و دیاری کردنی به‌هاکه‌ی. خوارزمی پشته به‌زانستی جهبر به‌ست بۆ ئه‌نجامدانی لیکۆلینه‌وه‌ی زانستی له‌ بواره‌کانی جوگرافیاو گه‌ردوون زانی.

وانه‌کان

1. نه‌خشه دووجاكان.
2. شیته‌لکردنی بره
3. جه‌برییه دووجاكان.
4. شیکارکردنی نه‌خشه‌ی دووجا به‌پریگی
5. ته‌واوکردنی دووجا.
4. شیکارکردنی نه‌خشه‌ی دووجا به‌ یاسا (ده‌ستوور).
5. لاسه‌نگه دووجاكان.
- پرۆژه‌ی به‌ش.

ئه‌سته‌رلاب سه‌ره‌تاییتیرین ئامیروو که زاناکان بۆ لیکۆلینه‌وه‌ی شوینی ئه‌ستیره‌کان به‌کاریان ه‌ینا.

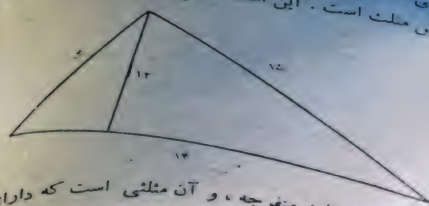


چهند لایه پرهیهك له كتیبی
خوارزمی دهربارهی جهر.

بابه مساحت
اما مدورة (= دایره) : اقسام دایره پیش از این توضیح شد.
برای تعیین مساحت آنها در ابتدای این باب سخن گفتیم. مثلاً دایره‌ای
است که قطرش هفت ذراع و پیرامونش بیست سخن گفتیم. مثلاً دایره‌ای
تعیین مساحت این دایره باید نصف قطر را . که عبارت است از سه
و نیم ، در نصف پیرامون ، که عبارت است از پاره ، ضرب کنی . پس
مساحت آن سی و هشت و نیم است . راه دیگر آن است که قطر را
که متدارش هفت است . در مانند خودش ضرب کنی ، حاصل ضرب
می‌شود: چهل و نه ، یک هفتم و نصف یک هفتم آن را ، که عبارت است از
ده و نیم ، از چهل و نه کم کنی ، سی و هشت و نیم باقی می‌ماند که برابر
است با مساحت دایره . این است شکل آن :
اگر کسی بگوید : ستونی
مخروطی شکل داریم که قاعده آن
چهار ذراع در چهار ذراع و ارتفاعش
ده ذراع ، و مساحت رأس آن
ده ذراع در دو ذراع است .
احمل آن چنین است :



ترجمة خبر و مقابلة خواندنی
و به واسطه راست بودن عمود نامیده شده است، پس عمود را در نصف
قاعده ، یعنی هفت ، ضرب می‌کنی می‌شود : هشتاد و چهار و آن مقدار
مساحت این مثلث است . این است شکل آن :



نوع سوم : مثلث متفرجه ، و آن مثلی است که دارای زاویه
متفرجه و اضلاع متفاوت باشد ، یعنی اندازه يك ضلعش شش و ضلع
متفرجه و اضلاع متفاوت باشد ، یعنی اندازه يك ضلعش شش و ضلع
دیگرتش پنج و ضلع سومش نه‌است ، برای شناختن مساحت این مثلث ،
از عمود و محل پای عمود استفاده می‌شود ، و محل پای عمود در این
مثلث ، تنها روی ضلع بلندتر قرار می‌گیرد ، پس این ضلع را قاعده
مانند ، و دو ضلع دیگر یکی از دو ضلع کوتاه‌تر را قاعده
میان می‌چسباند و اگر بخواهی مثلث واضح می‌شود : شناختن

دهربارهی پرورژهی بهش

بی‌گومان زور نمونهت دیوه نه‌خشهی دوو جای تیدا به‌کارهی‌نراوه، بۆ دروست
کردنی نمونه‌یه‌کی بیرکاری به‌مه‌به‌ستی لی‌کۆلینه‌وه له باریکی ژیا‌نی
پرۆژانه‌مان. له‌م به‌شه‌په‌یوه‌ندی نیوان نه‌خشهی دوو جاو جیاوازی نیوان
ژماره‌یه‌ک و دواییه‌که‌ی له‌شیوازی ژماره‌یت بۆ روونده‌بیته‌وه.

دوا‌ی ته‌واو‌کردنت بۆ به‌شه‌که‌توانات ده‌بی‌ت له‌سه‌ر به‌کارهی‌نای:

• به‌کارهی‌نای پێگه‌ی جیاوازی دوا‌هاتوو بۆ دیاری‌کردنی پێسای نه‌خشه‌که.





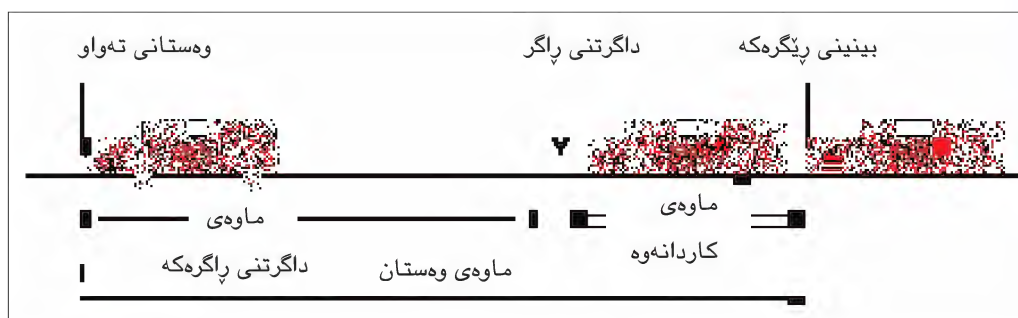
ئامانچەكان

- ناسىنەوئە نەخشە دووجا
 $f(x) = ax^2 + bx + c$
ونواندى بەپوونكرەنەوئەي.
- وئە پوونكرەنەوئەي نەخشە
دووجاكان دەنۆئىت و ناوى
(برگەى ھاوتا) بەكار
دەھىت بۇ ھىلكارى
پوونكرەنەوئەيەكەي.
- سەرى برگە ھاوتا
تەوەرەكەي دەناسىت.
- پوولە زىادەوون و پوولە
لەكەمبونى نەخشە دىارى
دەكات بەپوونكرەنەوئەي.
- بارى كراوئەي برگە ھاوتا
دىارىدەكات بەپىي نىشانەي
ھاوكلەي a

Quadratic Algebraic Expressions

برە جەبرىيە دووجاكان

ئەو دوورىيە كە ئۆتۆمبىلەك دەيخايەتتە لە كاتى تىبىنكرەنە شوفىرەكەي بۇرپىگىرەك تاوەستانى
بە تەواوئەتە لە دوو دوورى پىكەتتە وەك لەم وئەنەيەدا دىارە:



x	y
0	0
10	2.625
20	10.5
30	23.625
40	42
50	65.625
60	94.5

دەتوانىن ماوئەي پىوئىست بۇ وئەستانى ئۆتۆمبىلەكە بەم برە جەبرىيە دەربىرەن

$$d(x) = \frac{1}{5}x + \frac{1}{160}x^2, \text{ كاتىك } x \text{ خىرايى ئۆتۆمبىلەكە بە km/h}$$

$d(x)$ دوورى وئەستانى تەواوئەتە بەمەتەر، برى $d(x)$ پىكەتتە لە كۆي پادەي

$\frac{1}{5}x$ كە دوورى كاردانەوئەكە و پادەي $\frac{1}{160}x^2$ دوورى شىلانى پاكىرەكە دەنۆئىت.

ئەگەر خىشتەيەكت دروستكرە بۇ بەھاي $d(x)$ بە بەكارھىنەن بىرەي پوونكرەنەوئەي،

سەرنجى ئەو دەدەيت كە دوورى پىوئىست بۇ وئەستانى تەواو 25m كاتىك خىرايى 50km/h و 82m،

كاتىك خىرايى 100km/h بەو پىيە دوورى تەواوى پىوئىست بۇ پادەستان سى ئەوئەندە زىادى كىرە

كاتىك خىرايەكە دوو ئەوئەندە زىاد بىكات.

ئايە پەيەندە نىوان خىرايى x و دوورى وئەستان d پەيەندەيەكە ھىلپىيە؟ پوونىكەرەوئە.

تەكنەلۇجىيە

بىرەي
پوونكرەنەوئەي

بىرەنەوئەي پەخنەكرەنە

بره دوجاييهکان Quadratic Expressions

بره دوجاييهکان ته وېرانه که به شپوهی: $ax^2 + bx + c$ دهنوسرین کاتیک که a, b, c ژماره پاستین و $a \neq 0$ و به a, b, c دوتریت هاوکلهکانی بره دوجاکه.

سادهترین بری دوجا x^2 . به شپوهیهکی گشتی تهگر بریکی هیلی له بریکی هیلی تر بدیت تهوا بریکی دوجات دهندهکهویت وهک لهم چالاکیهدها دهنیریت.

چالاکي 1

Quadratic and Linear Expressions

بره دوجاکان و بره هیلییهکان

1. ته خشتهیه تهواو بکه.

بري يهکهم	بري دووهم	تهنجامی ليکدانی هر دو برهک
$2x - 2$	$2x + 1$	$(2x - 2)(2x + 1) = 4x^2 - 2x - 2$
$x + 1$	$x + 1$	
$2x$	$-2x + 1$	
$-x + 2$	$0.5x + 1$	

2. هاوکلهکانی بره دوجاکه لههر باریکی پرسپاری پيشوو دياريبکه.

3. بری $(mx + n)$ له بری $(px + q)$ بده. تهنجامهکه به شپوهی بریکی دوجا بنوسه، هاوکلهکانی بری ثامانج به پپی q, p, m, n دياريبکه.

خالی چاودیری ✓

Quadratic Functions

تهخشه دوجا

لهبهشی پيشوودا نهخشه هیلییهکان فیروویت ولهم بهشدها جوریکی نوی له نهخشهکان فیرودهبیت که نهخشه دوجایه، بیرت بی $f(x) = mx + b$ شپوهی گشتی نهخشه هیلییه به برههیل ناسراوه، بهلام نهخشه دوجا وهک بریکی دوجا دهناسریت.

تهخشه دوجا Quadratic Function

تهخشه دوجا نهخشهیهکه پساکی بههوی بریکی دوجای یهک گورپاوه دهنوسریت و بهشپوهی $f(x) = ax^2 + bx + c$ کاتیک a و b و c ژماره پاستین و $a \neq 0$ و به a و b و c دوتریت هاوکلهکانی نهخشه دوجاکه.

سادهترین شپوهی نهخشه دوجاکان $f(x) = x^2$ یه، دهنانریت ههمو نهخشهیهکی دوجا لهم نهخشهیهوه پیک بهینریت به بهکارهینانی جیگورکی ساده یان ناویت بهش $f(x) = x^2$ به نهخشه بنهپرت دهنریت بو ههمو نهخشه دوجاکان. نهخشه $d(x) = \frac{1}{5}x + \frac{1}{160}x^2$ نمونهیهکی نهخشه دوجاکانه.

هاوکلهکی رادهکانی نهخشه دوجاکه کامانه که دوری راوهستانی ئوتومبیلکه دهنوینیت؟ بیرکندنهوهی رهنهگرانه

شیکار

رێگای یهکهه

رێگای دووهه

$$f(x) = (2x-1)(3x+5)$$

$$f(x) = (2x-1)(3x+5)$$

$$= 2x(3x+5) - (3x+5)$$

$$= (2x-1)3x + (2x-1)5$$

$$= 6x^2 + 10x - 3x - 5$$

$$= 6x^2 - 3x + 10x - 5$$

$$= 6x^2 + 7x - 5$$

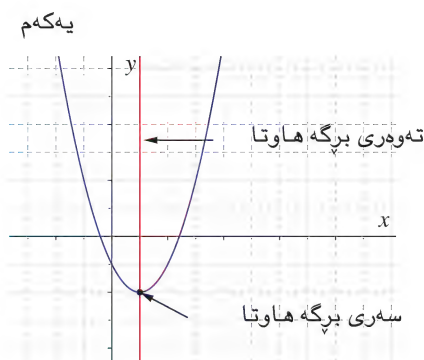
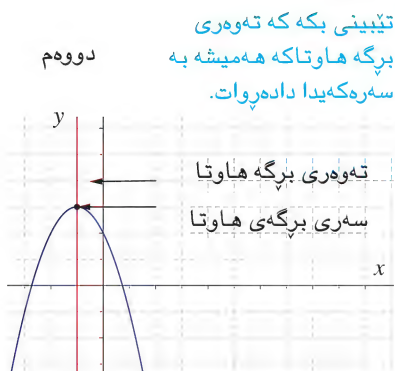
$$= 6x^2 + 7x - 5$$

لهبهه ئهوهی $f(x) = 6x^2 + 7x - 5$ نهخشهیهکی دووجایه وهاوکۆلکهکانی بریتین له

$$c = -5, b = 7, a = 6$$

ههول بده پوونیکهوه که $f(x) = (2x-5)(x-2)$ نهخشهیهکی دووجایه وهاوکۆلکهکانی رادهکانی دیاریبکه.

وینهی پونکردنهوهی نهخشه دووجا ناویکی تایبهتی ههیه که برگه هاوتایه *Parabola* ئهم وینه دوو جووری جیاوازان له برگه هاوتا پیشان دهدات.



تایبینی ئهوه بکه برگه هاوتا خالیکی ناسراوی ههیه که پێی دهوتریت سهه و تهوهیهکی هاوجیبوونی ههیه. که برگه که دهکات به دوو بهشی جووتبوو. ههروهها سههی برگه که له وینهکهدا، گهوهترین یان بچووکترین بههای نهخشه که دیاریدهکات. ئهگهر له نهخشه دووجای $f(x) = ax^2 + bx + c$ وردبیتهوه. بۆت دههکهوئیت بههای $f(x)$ به پێی x ههژمیر دهکریت. واتا بوازی نهخشه دووجا که کۆمهلهی ههموو ژماره راستیهکانه و بهلام مهوداکه وک له دوو وینه پونکردنهوهیهکهی سههوه دههکهوئیت بریتیه لهکۆمهلهی ئهه ژماره راستیهکانه که مترنین له بچووکترین بههای نهخشه که (جووری یهکهه) یان ژماره راستیهکانی بچووکتر له گهوهترین بههای نهخشه که (جووری دووهه).

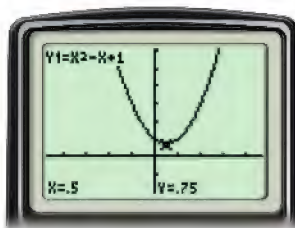
نمونہ

2

نایا سہری نهم نهخشه دووجایه $f(x) = x^2 - x + 1$ گه ورتترین یان بچو وکترین بهها دهنوینیت؟
دهتوانیت بژمیره دی پروونکردنه ویدی یان خشته ی بههاکان بهکار بهینیت.
شیکار

رینگای بهکهم

دهتوانیت بژمیره دی پروونکردنه ویدی «نهگه»
هه بیت» بهکار بهینیت بو نه ویدی بو
دهریکه ویت نهخشه که بههای بچو وکترینی
ههیه.



نهگه له هیلی پروونکردنه ویدی نهخشه که
وردبینه وه دهردهکه ویت که پووتانی
سهره که ی $(0.5, 0.75)$

رینگای دووهم

دهتوانیت بژمیره دی پروونکردنه ویدی
بهکار بهینیت بو دروست کردنی خشته ی
بههاکانی نهخشه که له خشته که وه دهردهکه ویت
نهخشه که دهگاته بچو وکترینی بههاکه ی کاتیک
 $x = 0.5$ ، بیت و نهم بچو وکترین بههایهش دهگاته
 0.75 .

X	Y1
-2.00	7.00
-1.50	4.75
-1.00	3.00
-.50	1.75
0.00	1.00
0.50	.75
1.00	1.00

له خشته که وه دهردهکه ویت سهری برکه هاوتاکه
بریتیه له خالی $(0.5, 0.75)$



ههول بده

نایا سهری نهخشه دووجای $f(x) = -2x^2 - 4x + 1$ گه ورتترین یان بچو وکترین بهها
دهنوینیت؟

نایا دهتوانیت هاوکیشه ی ته وری هاوجیبوونی نهخشه ی دووجای $f(x) = x^2 - x + 1$ دیاری
بکهیت نهگه زانیت که $f(0) = f(1)$ ؟

دهتوانیت به سهرنجدان له نیشانه ی هاوکۆله ی a ، بزانت که نهخشه دووجای $f(x) = ax^2 + bx + c$
بههای گه ورتترین یان بچو وکترین ههیه.

بیرکردنه ویدی پهخنه گرانه

بههای گه ورتترین یان بچو وکترین؟ Maximum and Minimum values

• پروونکردنه ویدی نهخشه دووجای $f(x) = ax^2 + bx + c$ کاتیک a و b و c ژماره ی راستی بن و
 $a \neq 0$ بریتیه له برکه ی هاوتا.

- نهگه a هاوکۆله ی x^2 موجب بیت نه و برکه هاوتاکه کراودیه بهروه سهر وه. و سهره که ی
نزمترین خالی برکه که یه و بههای y تیایدا بچو وکترین بههای نهخشه که یه.
- نهگه a هاوکۆله ی x^2 سالب بیت نه و برکه هاوتاکه کراودیه بهروه خواره وه. و سهره که ی
به رزترین خالی برکه که یه و بههای y تیایدا گه ورتترین بههای نهخشه که یه.
- بههای y سهری برکه هاوتاکه ده بیت نه و به پری بههای نهخشه که، بههای نه و به پری به
ده بیت گه ورتترین یان بچو وکترین بهها.

نمونہ

3

نهم برکه هاوتایانه بهرو سهر وه یان خواره وه کراوه ن. نایا سهره که شی گه ورتترین یان
بچو وکترین بهها دهنوینیت؟

$f(x) = 5 + 4x - x^2$ ب

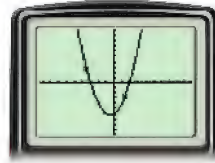
$f(x) = x^2 + x - 6$ ا

ا) هاوکۆلکەى x^2 لەنەخشەى

$$f(x) = x^2 + x - 6$$

هاوتاکە کراوەیە بۆ سەرەوهى نەخشەکە و بچووکتەین بەهەى هەیه لە سەرەکیدا.

پاسەدان بکە

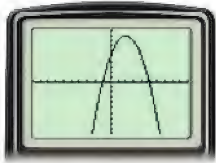


ب) هاوکۆلکەى x^2 لەنەخشەى

$$f(x) = 5 + 4x - x^2$$

هاوتاکە کراوەیە بۆ خوارەوهى نەخشەکە و گەوترەین بەهەى هەیه لە سەرەکیدا.

پاسەدان بکە



چالاکى 2

جیگۆرکى نەخشە دووجای بنەرەتى x^2 Transforming Quadratic Base Function

پێویستیت بە پەرەى ڕوونکردنەوهى یان بژمێرى ڕوونکردنەوهى دەبێت.

1. خستەى بەهاکان دروست بکە، پاشان هێلکاری ڕوونکردنەوهى ئەم نەخشانه بکێشە.

$$y = x^2 - 1$$

$$y = x^2 + 1$$

$$y = x^2$$

2. چ گۆرانیك بەسەر هێلکاری نەخشەى بنەرەتى دێت، ئەگەر 1 مان زیاد یان كەمکرد لە نەخشەكە؟

3. خستەى بەهاکان دروست بکە، پاشان هێلکاری ڕوونکردنەوهى ئەم نەخشانه بکێشە.

$$y = (x - 2)^2$$

$$y = (x + 2)^2$$

$$y = x^2$$

4. چ گۆرانیك بەسەر هێلکاری نەخشەى بنەرەتى دادیت، ئەگەر 2 مان زیاد یان كەمکرد بۆ گۆراوه سەرەستەكە؟

5. خستەى بەهاکان دروست بکە، پاشان هێلکاری ڕوونکردنەوهى ئەم نەخشانه بکێشە.

$$y = (x + 2)^2 + 1$$

$$y = (x - 2)^2 - 1$$

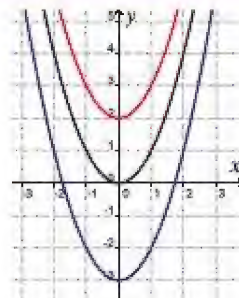
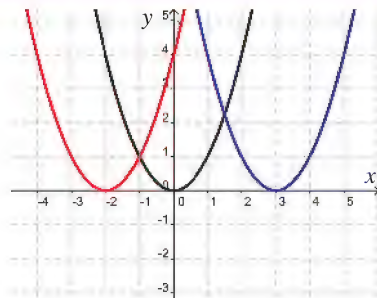
$$y = (x - 2)^2 + 1$$

$$y = x^2$$

6. چ گۆرانیك بەسەر هێلکاری نەخشەى بنەرەتى دادیت كاتیك 2 لە x كەمبکړیت و 1 بۆ نەخشەكە زیادبکړیت؟ زیاد کردنى 2 بۆ x و كەمکردنى 1 لەنەخشەكە.

✓ خالى جاودێرى

✓ خالى جاودێرى



هەریەك لە دوونەخشەى $y = x^2 + 2$ و $y = x^2 - 3$ هەریەك لە دوونەخشەى $y = (x + 2)^2$ و

$y = (x - 3)^2$ كشانەوهیەكى ئاسۆیی

Horizontal هێلکەى ڕوونکردنەوهى نەخشەى

بنەرەتى $y = x^2$ دەنۆینیت، كە لە زیادکردنى

یان كەمکردنى ژمارەیهك بۆ گۆراوه سەرەستەكە

دروستبوون. بەمەش هێلکە ڕوونکردنەوهیەكە

ئاسۆیی بەرەوى راست یان چەپ دەكشیت.

Vertical هێلکەى ستوونى

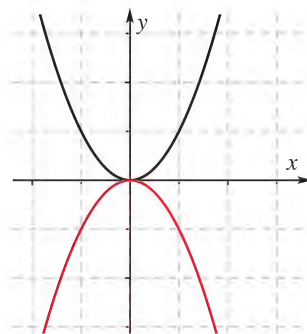
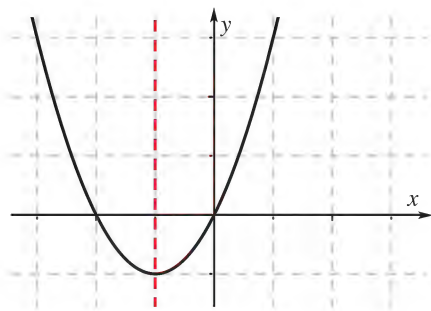
ڕوونکردنەوهى نەخشەى بنەرەتى $y = x^2$

دەنۆینن كە لە زیادکردنى یان كەمکردنى

ژمارەیهك بۆ نەخشەكە دروست بوون.

بەمەش هێلکە ڕوونکردنەوهیەكە بەرەوى سەرەوه

یان بەرەوى خوارەوه دەكشیت.



ئەو راستەھێڵە ستوونییەکی کە بە سەری بپرگە
ھاوتاکەدا دەپروات تەوەرە ی ھاوجیپونی وێنە
پوونکردنەوێەکیە، لەبەر ئەوەی ئەو
راستەھێڵە بپرگە ھاوتاکە دەکات بە دوو بەشی
جووتبوو بە راستەھێڵەکەش دەوتریت تەوەرە ی
بپرگە ھاوتاکە **Axis of Parabola**.

هێلکاری پوونکردنەوێەکی نەخشە ی $y = -x^2$
وێنەدانەوێەکی هێلکاری نەخشە ی بنەرەتییە بە
دەوری تەوەرە ی سینی بەلام سەری بپرگە
ھاوتای نەخشە ی بنەرەت بچووکترین بەهای
دەنویئت و هەمان سەر گەورەترین بەهای
نەخشە ی $y = -x^2$ یە.

راھێنان

بەردەوامبوون لە بیرکاریدا

- 1 جیاوازی نۆوان هێلکاری پوونکردنەوێەکی هێڵە نەخشە و هێلکاری پوونکردنەوێەکی
نەخشە ی دووجا پوونبکەرەو.
- 2 جیاوازی نۆوان بری جەبری هێڵە نەخشە و بری جەبری نەخشە ی دووجا پوونبکەرەو.
- 3 چۆن دەزانیت سەری بپرگە ھاوتا بەھاکی گەورەترین یان بچووکترینی نەخشە ی دووجایە؟
- 4 پەيوەندی چییە لە نۆوان هێلکاری پوونکردنەوێەکی نەخشە ی بنەرەتی و هێلکاری
پوونکردنەوێەکی $y = x^2 - 8$.
- 5 پەيوەندی چییە لە نۆوان هێلکاری پوونکردنەوێەکی نەخشە ی بنەرەتی و هێلکاری
پوونکردنەوێەکی $y = (x - 8)^2$.

راھێنانی ئاراستە کراو

پوونبکەرەو ئەم نەخشانە، نەخشە ی دووجان، ھاوکۆلکەکانیان دیاریبکە.

$$f(x) = (x+2)(x+5) \quad 7$$

$$f(x) = (x+1)(x-7) \quad 6$$

$$f(x) = (2x+5)(3x+1) \quad 8$$

گەورەترین یان بچووکترین بەھا؟ وەلامی پرسیارەکانی 9 تا 14 بدەو:

أ ئایا ئەم بپرگە ھاوتایە کراوێە بۆ سەرەو یان بۆ خوارەو؟

ب ئایا بەهای ئەو پەری ئەم نەخشانە، گەورەترین یان بچووکترینە؟

$$f(x) = 2 - 3x - x^2 \quad 10$$

$$f(x) = x^2 - 3x + 5 \quad 9$$

$$f(x) = x^2 - 2x + 7 \quad 12$$

$$f(x) = x^2 + 5x + 3 \quad 11$$

$$f(x) = -2x^2 - 5x + 1 \quad 14$$

$$f(x) = -x^2 + 8x + 14 \quad 13$$

راھبەن و جەبە جەکردن

پوونىبەكەو ئەم نەخشەنە دووجان، ھاوئۆلكەى رادەكانىش ديارىبەكە.

$$f(x) = (4-x)(7+x)$$

16

$$f(x) = (x-3)(x+8)$$

15

$$f(x) = (2x+3)(4-x)$$

18

$$f(x) = -(x-2)(x-6)$$

17

$$f(x) = (x-6)(x+6)$$

20

$$f(x) = x(x-3)$$

19

ئایا ئەم نەخشەنە دووجان يان نا؟ پوونىبەكەو؟

$$y = 3-x$$

22

$$y = 3-x^2$$

21

$$y = \frac{2x^2+5}{x+3}$$

24

$$y = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{2}{3}$$

23

$$y = |x^2 + 5x - 2|$$

26

$$y = x^2 - x^2(x+7)$$

25

ئەم بېرگە ھاوتايانە بەرەو سەرەو يان بەرەو خوارەو كراودن. بەھای ئۆپەپى نەخشەكە بچوكتىرینە يان گەرەترینە؟

$$y = -8x^2 - x$$

28

$$y = 2x^2 - 2x$$

27

$$y = 4 - x^2 - 2x$$

30

$$y = 3 - x^2$$

29

ھېلكارى پوونكردنەوھىي نەخشەكە بکېشە و بەنزىكەىي بەھای پۆوتانى سەرى بېرگە ھاوتاکان ديارىبەكە.

$$y = -x^2 - 2x + 9$$

32

$$y = x^2 - x + 9$$

31

$$y = -0.5(x+4)^2$$

34

$$y = 4x^2 - 2x - 2$$

33

$$y = -(x-2)(x+6)$$

36

$$y = (x-2)^2 - 1$$

35

چۆن ھېلكارى پوونكردنەوھىي نەخشەى بنەپەرتى دەگۆپت بۆ ھېلكارى پوونكردنەوھىي ئەم نەخشەنە.

$$y = (x-5)^2 - 2$$

38

$$y = (x-2)^2 + 3$$

37

$$y = -(x+6)^2 - 2$$

40

$$y = -(x-2)^2 + 1$$

39

$$y = (x+4)^2 - 7$$

42

$$y = -(x-3)^2 - 2$$

41

بە چ رېگايەك پۆوتانى سەرى بېرگە ھاوتای $y = (x+a)(x-a)$ ديارىدەكەيت؟ پوونىبەكەو.

43

جېگۆپكى ھېلكارى پوونكردنەوھىي ئەم نەخشەنە بکېشە پاشان وەلامى پرسىارەكان بدەو.

44

$$y = 2(x+2)(x-4)$$

ب

$$y = (x+2)(x-4)$$

ا

$$y = -(x+2)(x-4)$$

د

$$y = \frac{1}{2}(x+2)(x-4)$$

ج

$$y = -\frac{1}{2}(x+2)(x-4)$$

و

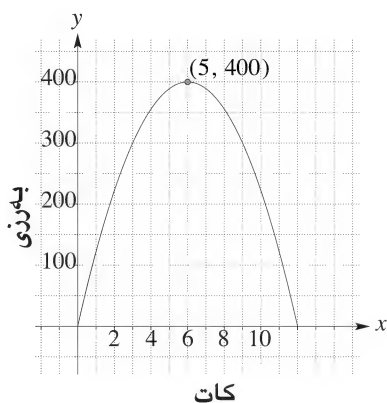
$$y = -2(x+2)(x-4)$$

ه

• ئەو شەش ھېلكارى پوونكردنەوھىي لە چى ھاوبەشن؟

• كاميان كراوھىيە بەرەو خوارەو؟

• كاميان كراوھىيە بەرەو سەرەو؟



45 **فيزيا** ئەو ھىللە پرونکردنەودىيەى بەرامبەر پەيوەندى نىۋان كات بە چركە وبەرزى گوللە توپىك بە مەتر كە بۇ سەرەوۋە ھەلداوۋە ديارىدەكات. گەوەرترىن بەرزى كە گوللە تۆپەكە دەيگاتى چەندە؟



46 بە چەند چركە دەگاتە گەورەترىن بەرزى؟ تەوۋرى ھىلكارىيە پرونکردنەودىيەكە ديارىيەكە؟

47 **فيزيا** جوامىر تىرىكى بۇ سەرەوۋە بە خىرايى 40 مەتر لە چركەيەك ھاويشت، بەرزى تىرەكە دواى 5 چركە چەندە بە بەكارھىنەنى نەخشەى $y = 40x - 5x^2$ كاتىك كە x كات بىت بە چركە و y بەرزى بىت بە مەتر، وەلامەكەت بۇ نىزىكتىن بەش لە دە نىزىكەوۋە.

روانىيىك بۆدواوۋە

بىرى $2(x-3)^2 + 1$ لىكدان وكردارى لىدەركردن لە ناوكەوانەكە وبەرزىكردنەودى بۇ توانى 2 و كردارى كۆكردنەودى تىدايە.

48 كام لەم كردارەنە پىشتەر ئەنجام دەدەين؟

49 دووۋەم كردار چى ئەنجام دەدەين؟

50 سىيەم كردار چى ئەنجام دەدەين؟

ئەمانە شىكارىكە.

$$\begin{cases} y = 4 \\ 3y = 2x \end{cases} \quad \mathbf{52}$$

$$\begin{cases} 3y + 2x = 2 \\ y = x \end{cases} \quad \mathbf{51}$$

53 ئەو ژمارە دوو رەنۋوسە كامەيە كە دووى لە سى ئەوۋەندەى سەرچەمى ھەردوو رەنۋوسەكەى زىاتەر، رەنۋوسى دەيانى 4 لە رەنۋوسى يەكانى كەمترە؟

روانىيىك بۆپىشەوۋە

54 لە پروتەختى پۈوتانەكاندا ھىلكارى پرونکردنەودىيى ئەم نەخشانە بكيۋشە $y = x^2 - 14x + 49$ و $y = x^2 + 7x + 6$ و $y = x^2 - 3x + 5$ خالە ھاوبەشەكانى نىۋان بىرگە ھاوتاكەن و تەوۋرى سىنى ديارىيەكە؟

جىيەجىيەكردنەكان

شیتەلکردنی برە جەبریە دووجاگان

Factoring Quadratic Expressions



بۆچی
برە جەبریە دووجاگان
بەکار دێت بۆ زۆر نمونە زانی
رۆژانەمان وەک شێوەی خەوزی ئەو
وێنە.

ئامانجەکان

- برە جەبریە دووجاگان
شیتەل دەکات.
- شیتەلکردن بەکار دەهێنێت
بۆ شیکارکردنی هاوکێشە
دووجا و دۆزینەوی
سفرەکانی نەخشە دووجا.

جێبەجێکردنەکان

ئەندازە تەلارسازی

ئەنداز یاریکی تەلارسازی خەوزیکی لە باخچەپەکی گشتیدا دروستکرد، وەک وێنە سەرەو
لەناویدا چەند خشتەکیکی هاوشێوەی لەسەر شێو هێمای x ریز کرد بە چەند ئاستیکی جیاوازان،
بە جۆرێک کە ژمارە خشتەکانی هەر بایکی شێو هێماکەپەکی کەمتری بێت لەوەی ژێر خۆی.
رێسای $m = 2n^2 - n$ هەژمیری ژمارە خشتەکانی n مان بۆدەکات بۆ دروستکردنی خەوزیک
لە n ئاستدا. ژمارە ئاستەکانی ناو خەوزیک چەندە کە 66 خشتەکی تیا بێت.

شیتەلکردنی برە جەبریە دووجاگان Factoring Quadratic Expressions

کاتیکی فێری لیکدان دوو بری جەبری وەک $2x$ و $x+3$ بوی، ئەنجامی لیکدانە کە گۆپی بۆ
سەرجمی کۆمەلێک پادە. شیتەلکردن کرداری پێچەوانە لیکدانە، واتە دەتوانیت سەرجمی
کۆمەلێک پادە بگۆریت بۆ ئەنجامی لیکدان.
بۆ شیتەلکردنی بریکی دوو پادەیی یان زیاتر، گەرەترین کۆلکە هاوبەش (گ.ک.ه) دەربێنە
(ئەگەر هەبوو) بۆ دوو پادەکە وەک لەم نمونانەدا دەبینیت.

$$3x(4x+5) - 5(4x+5) \quad \boxed{\text{ب}}$$

$$3m^2 - 12m \quad \boxed{\text{ا}}$$

شیکار

گەرەترین کۆلکە هاوبەش دەربێنە:

$$3m^2 - 12m = 3m \times (m) - 3m \times (4) \quad \boxed{\text{ا}}$$

$$3m \quad \text{گ.ک.ه. بریتیه له}$$

$$= 3m(m - 4)$$

$$3x(4x+5) - 5(4x+5) = (3x-5)(4x+5) \quad \boxed{\text{ب}}$$

$$4(2x-1) + (2x-1)x \quad 5x^2 + 15x$$

هەولێدە

شیوهی گشتی برپکی دووجا بریتییه له $ax^2 + bx + c$ کاتیك $a \neq 0$

دهتوانیت زۆر له بره جه برییه دووجاكان شیتهلکەیت. سهرنجی شیتهلکردنی ئەم برانهی خوارهوه
بده کاتیك $a = 1$

بگهڕی به دوای شیوازیک سهری شیوهی شیتهلکردنی ئەم بره دووجایانه بکه، سهرنج بده که کۆی
دوو پاده نهگۆرکه له کۆلکهکاندا یه کسانه به هاوکۆلکهی x لهو بره دووجایه دا پیش شیتهلکردن و
ئهنجانی لیکدانیان یه کسانه به پاده نهگۆرکه.

$x^2 - 7x + 10 = (x-5)(x-2)$ <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> $(-5) + (-2) = -7$ </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> $(-5) \times (-2) = 10$ </div> </div>	$x^2 + 7x + 10 = (x+5)(x+2)$ <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> $5 + 2 = 7$ </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> $5 \times (2) = 10$ </div> </div>
$x^2 - 3x - 10 = (x-5)(x+2)$ <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> $(-5) + 2 = -3$ </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> $(-5) \times (2) = -10$ </div> </div>	$x^2 + 3x - 10 = (x+5)(x-2)$ <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> $5 + (-2) = 3$ </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> $5 \times (-2) = -10$ </div> </div>

سهرنجدان لهو شیوازانهی پیشوو وا دهکات ریسایه کمان بۆ شیتهلکردنی بری $x^2 + bx + c$
دهستدهکهوئیت.

بۆ شیتهلکردنی بری $x^2 + bx + c$ کاتیك b و c دوو ژمارهی تهواوین، بگهڕی بۆ دوو ژماره r و s
که سه رجه میان b بیئت و لیکدانیان c بیئت پاشان بره که بهم شیوهیه شیتهلکە.
$$x^2 + bx + c = (x+r)(x+s)$$

کاتیك c ژمارهیهکی موجه بیئت، بۆ ئهنجانی لیکدانی دوو ژماره شیتهلکە که هه مان
نیشانهیان هه بیئت.

بري $x^2 + 5x + 6$ شیتهلکە.

شیکار

بخه ملینه وساغبکه وه دهست به نووسینی $(x) (x)$ بکه. بگهڕی به دوای دوو هاوکۆلکهی
ژماره 6 هه مان نیشانهیان هه بیئت و سه رجه میان 5 بیئت.

$(x-2)(x-3)$ $(-2)x + (-3)x$ $\underline{\quad}$ $-5x$ هه له یه	$(x-1)(x-6)$ $(-1)x + (-6)x$ $\underline{\quad}$ $-7x$ هه له یه	$(x+2)(x+3)$ $2x + 3x$ $\underline{\quad}$ $5x$ راسته	$(x+1)(x+6)$ $1 \times x + 6x$ $\underline{\quad}$ $7x$ هه له یه
---	---	---	--

کهواته، $x^2 + 5x + 6 = (x+2)(x+3)$

هه ولبده بری $x^2 - 10x - 11$ شیتهلکە.

کاتیك c ژمارهیهکی سالب بیئت له $x^2 + bx + c$. به دوای دوو کۆلکهی جیاواز له نیشانه دا بگهڕی.

نموونه

2

برای $x^2 - 7x - 30$ شیته لیکه.

شیکار

بخه ملینه و پاسه دان بکه. دهست به نووسینی $(x) (x)$ بکه. بگه پئی به دوای دوو هاوکۆلکه له هاوکۆلکه کانی ژماره (-30) بگه پئی که سه رجه میان بکاته -7 - ئاگاداریه دوو هاوکۆلکه که له نیشانه جیاوازی بن.

$$(x-2)(x+15)$$

$$\boxed{} \boxed{}$$

$$(-2)x + 15 \times x$$

$$\underline{\underline{5}}$$

$$13x$$

ههلهیه

$$(x+1)(x-30)$$

$$\boxed{} \boxed{}$$

$$1 \times x + (-30)x$$

$$\underline{\underline{5}}$$

$$-29x$$

ههلهیه

$$(x-1)(x+30)$$

$$\boxed{} \boxed{}$$

$$(-1)x + 30x$$

$$\underline{\underline{5}}$$

$$29x$$

ههلهیه

$$(x+3)(x-10)$$

$$\boxed{} \boxed{}$$

$$3 \times x + (-10) \times x$$

$$\underline{\underline{5}}$$

$$-7x$$

راسته

$$(x-3)(x+10)$$

$$\boxed{} \boxed{}$$

$$(-3)x + 10 \times x$$

$$\underline{\underline{5}}$$

$$7x$$

ههلهیه

$$(x+2)(x-15)$$

$$\boxed{} \boxed{}$$

$$2x + (-15) \times x$$

$$\underline{\underline{5}}$$

$$-13x$$

ههلهیه

$$x^2 - 7x - 30 = (x+3)(x-10) \text{ کهواته ،}$$

ههولبده

برای $3x^2 + 11x - 20$ شیته لیکه.

جیاوازی دوو دووجا

له لیکدانی دوو بری $x+3$ و $x-3$ ووردبیهوه.

$$(x+3)(x-3) = x^2 + 3x - 3x - 9 = x^2 - 9 = x^2 - 3^2$$

شیته لکردن به جیاوازی نیوان دوو دووجا

Factoring The Difference Of Two Squares

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

له نهجامی دووجای $x+3$ و $x-3$ بپشکنه

$$(x-3)^2 = (x-3)(x-3)$$

$$= x^2 - 3x - 3x + 9$$

$$= x^2 - 2 \times 3 \times x + 3^2$$

$$= x^2 - 6x + 9$$

$$(x+3)^2 = (x+3)(x+3)$$

$$= x^2 + 3x + 3x + 9$$

$$= x^2 + 2 \times 3 \times x + 3^2$$

$$= x^2 + 6x + 9$$

دووجای تهواو

شیته لکردن به دووجای تهواو Factoring Perfect Squares

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

نمونە

4

ئەم برانە شىتەلېكە

$$x^4 - 16 \quad \boxed{\text{ا}}$$

شىكار

$$4x^2 - 24x + 36 \quad \boxed{\text{ب}}$$

$$\begin{aligned} 4x^2 - 24x + 36 &= 4(x^2 - 6x + 9) \\ &= 4[x^2 - 2(3)x + 3^2] \\ &= 4(x-3)^2 \end{aligned} \quad \boxed{\text{ب}}$$

$$\begin{aligned} x^4 - 16 &= (x^2 + 4)(x^2 - 4) \\ &= (x^2 + 4)(x+2)(x-2) \end{aligned} \quad \boxed{\text{ا}}$$

هەولېدە ئەم برانە شىتەلېكە $9x^2 - 49$ و $3x^2 - 6x + 3$

شىكارکردنى ھاوکیڭشە دووجاكان بە بەکارھېتانی شىتەلېكەردن Using Factoring to Solve Quadratic Equations

ھەندېك جار دەتوانىت شىتەلېكەردن بەکارھېتەن بۇ شىكارکردنى ھاوکیڭشە يان بۇ دۆزىنەوھى
سفرەكانى نەخشەكە..سفرى نەخشەي $f(x)$ برىتييە لە ھەر ژمارىەكى وەك r كە پاسەدانى
 $f(r) = 0$ بكات.

سيفەتى ليكدانى سفرى Zero Product Property

ئەگەر $p \times q = 0$ ئەوا $p = 0$ يان $q = 0$

شىۋەي گشتى ھاوکیڭشەي دووجا بەم شىۋەيە دەنوسرىت $ax^2 + bx + c = 0$ ئەگەر توانىت برى
 $ax^2 + bx + c$ شىتەلېكەيت، ئەوا بە جېبەجېكردنى سيفەتى سفرى دەتوانىت ھاوکیڭشەكە شىكار
بەكەيت چۆن ليكدانى سفر جېبەجې دەكەيت؟ برەكە شىتەلېكە وئەنجامى ليكدانىان يەكسان بەكە بە
سفر.

ھاوکیڭشەي $x^2 + 6x = -5$ شىكارېكە.

5

نمونە

شىكار

ھاوکیڭشەكە بە شىۋەي گشتى بنوسە $x^2 + 6x + 5 = 0$ لەسەرەتادا برى $x^2 + 6x + 5$ شىتەلېكە،
 $x^2 + 6x + 5 = (x+5)(x+1)$ دەستەكەويٹ، پاشان $(x+5)(x+1) = 0$ يەكسان بەكە بە سفر. چۆن
رەگەكانى ھاوکیڭشەكە $(x+5)(x+1) = 0$ دىارى دەكەيت. لە ھاوکیڭشەكەي پېشووۋە دوو ھاوکیڭشەي
 $(x+5) = 0$ يان $(x+1) = 0$ مان دەست دەكەويٹ و رەگەكانىان $x = -5$ يان $x = -1$ دەبيٹ واتە
رەگەكانى ھاوکیڭشەكە برىتييە لە -1 و -5 .

سيفەتى ليكدانى سفرى بەكارھېتە بۇ دۆزىنەوھى سفرەكانى نەخشەكە.

$$g(x) = x^2 - 14x + 45 \quad \boxed{\text{ب}}$$

$$f(x) = 2x^2 - 11x \quad \boxed{\text{ا}}$$

شىكار

$$x^2 - 14x + 45 = 0 \quad \boxed{\text{ب}}$$

$$2x^2 - 11x = 0 \quad \boxed{\text{ا}}$$

$$(x-5)(x-9) = 0$$

$$x(2x-11) = 0$$

$$x-5 = 0 \quad \text{يان} \quad x-9 = 0$$

$$x = 0 \quad \text{يان} \quad 2x-11 = 0$$

$$x = 5 \quad \text{يان} \quad x = 9$$

$$x = 0 \quad \text{يان} \quad x = \frac{11}{2}$$

ههولبده

سيفهتي ليكداني سفرى بهكاربهينه بو دوزينهوى سفرهكاني نهخشهكه.

$$f(x) = 3x^2 + 12x \quad \boxed{\text{أ}} \quad g(x) = x^2 + 4x - 21 \quad \boxed{\text{ب}}$$

بیرکردنهوى پهخنهگرانه بیسهلمینه نهخشه $f(x) = ax^2 + bx$ کاتیك $a \neq 0$ دوو پرگی هیه که 0 و $\frac{b}{a}$ یه.

نمونه

7

بهگه پانهوه بو نمونهى حهوزهکى سهرهناى وانهکه، ژمارهى ئاستهکانى حهوزهکه چنده؟ کاتیك ژمارهى خستهکهکان 66 بیټ.

شیکار

هاوکیشهى $2n^2 - n = 66$ شیکاربه به شیتهلکردن.

هاوکیشهکه به شیوهى گشتى بنوسه

$$2n^2 - n - 66 \quad \text{شیتهلکه}$$

سيفهتي ليكداني سفرى بهكاربهينه

$$2n^2 - n - 66 = 0$$

$$(2n+11)(n-6) = 0$$

$$2n+11=0 \quad \text{يان} \quad n-6=0$$

$$n = -5.5 \quad \text{يان} \quad n = 6$$

ژمارهى ئاستهکان = 6 چونکه ژمارهى ئاستهکان تهنه دهبیټ ژمارهى تهواوى موجه بن.

راهیانان

بهردهوامبون له بیر کاریدا

- 1 چۆن b و c دهدوزیتهوه ئهگهر $x^2 + 34x + 285 = (x+b)(x+c)$.
- 2 چى دهزانى دهربارهى شیتهلکردنى بره دووجای $x^2 + bx + c$ کاتیك c موجه بیټ؟
- 3 ئهگهر ليكدانى b و c سفر بیټ $(bc=0)$ چى دهلیت سهارهت به b و c کاتیك c سالب بیټ؟ نیشانهى b چ زانیاریهکت پى دهبهخشیت لههر یهکه لهویارانهدا.

راهیانانی ئاراسته کراو

ئهم بره دووجایانه شیتهلکه.

- | | |
|-----------------------------|----------------------------|
| $2x^2 - 6x$ 5 | $2x^2 - 8x$ 4 |
| $4x(x+3) - 7(x+3)$ 7 | $5x^2 - 15x$ 6 |
| $8d(9d-5) + 3(9d-5)$ 9 | $3(4b+7) - 2b(4b+7)$ 8 |
| $x^2 + 8x + 7$ 11 | $x^2 + 5x + 6$ 10 |
| $x^2 - 4x - 12$ 13 | $x^2 - 5x + 4$ 12 |
| $x^2 + 10x - 24$ 15 | $x^2 - 9x - 36$ 14 |
| $3x^2 + 5x + 2$ 17 | $2x^2 + 9x + 10$ 16 |
| $8x^2 + 24x - 14x - 42$ 19 | $5x^2 + 13x - 6$ 18 |
| $72x^2 - 56x - 36x + 28$ 21 | $12x^2 + 21x - 8x - 14$ 20 |
| $2x^2 - 8$ 23 | $x^2 - 81$ 22 |
| $x^2 + 8x + 16$ 25 | $16x^2 - 25$ 24 |

یارمهتی

دهستپیکه به دههینانى کۆلکهى هاوبهش ئهگهر ههبوو.

سيفهتي ليكدانى سفرى بهكاربهينه بو دوزينهوهى دوو سفرى هەر نهخشهيهك.

$$f(x) = x^2 + 3x - 10 \quad \boxed{28} \quad f(x) = x^2 + 6x + 9 \quad \boxed{27} \quad f(x) = x^2 + 7x \quad \boxed{26}$$

29 ئەندازە كهژال بو بهيهك گهياندى چەند خالايك 36 پارچه راستههيلي كيشا ژمارهى خالەكان چەندن؟ ئەگەر بزانيت گهياندى n خال پيوستى به $\frac{n(n-1)}{2}$ پارچه راستههيل ههيه.

راهيان وجيهه جيكردن

ئەم برانه شينهلبكه.

$$\begin{array}{ll} 3x^2 + 18 & \boxed{31} \\ x - 4x^2 & \boxed{33} \\ 3x^2 - 15x & \boxed{35} \\ (x+3)(2x) + (x+3) \times 7 & \boxed{37} \end{array} \quad \begin{array}{ll} 3x + 6 & \boxed{30} \\ 10n - n^2 & \boxed{32} \\ 6x - 2x^2 & \boxed{34} \\ 5x(x-2) - 3(x-2) & \boxed{36} \end{array}$$

ئەم برانه شينهلبكه.

$$\begin{array}{ll} x^2 + 8x + 16 & \boxed{39} \\ x^2 + 4x - 32 & \boxed{41} \\ x^2 - 10x - 24 & \boxed{43} \\ 2x + x^2 - 24 & \boxed{45} \\ 56 + 10x - x^2 & \boxed{47} \\ 24 + 10x - x^2 & \boxed{49} \\ 2x^2 + 5x + 2 & \boxed{51} \\ 3x^2 + 7x + 2 & \boxed{53} \\ 3x^2 - 5x - 2 & \boxed{55} \end{array} \quad \begin{array}{ll} x^2 - 16x + 15 & \boxed{38} \\ x^2 - 26x + 48 & \boxed{40} \\ x^2 + 7x - 30 & \boxed{42} \\ -22x - 48 + x^2 & \boxed{44} \\ x^2 - 56 - 10x & \boxed{46} \\ 30 + x - x^2 & \boxed{48} \\ 3x^2 + 10x + 3 & \boxed{50} \\ 2x^2 + 3x + 1 & \boxed{52} \\ 12x^2 - 3x - 9 & \boxed{54} \end{array}$$

سيفهتي ليكدانى سفرى بهكاربهينه بو شيكاركردى ئەم هاوكيشانه.

$$\begin{array}{ll} 3x^2 - 5x = 2 & \boxed{57} \\ 3x^2 + 3 = 10x & \boxed{59} \\ 6x^2 - 17x = -12 & \boxed{61} \\ t^2 - 9 = 0 & \boxed{63} \\ x^4 - 1 = 0 & \boxed{65} \\ 25x^2 - 16 = 0 & \boxed{67} \\ x^2 + 4x + 4 = 0 & \boxed{69} \\ 4x^2 + 1 = 4x & \boxed{71} \\ 40x + 25 = -16x^2 & \boxed{73} \\ 9 - 6x + x^2 = 0 & \boxed{75} \end{array} \quad \begin{array}{ll} 15x^2 = 7x + 2 & \boxed{56} \\ 4x - 4 = -15x^2 & \boxed{58} \\ 2x^2 - 15 = -7x & \boxed{60} \\ x^2 - 36 = 0 & \boxed{62} \\ x^4 - 81 = 0 & \boxed{64} \\ 4x^2 - 9 = 0 & \boxed{66} \\ x^2 - 2x + 1 = 0 & \boxed{68} \\ 9x^2 = -6x - 1 & \boxed{70} \\ -4 + 20x - 25x^2 = 0 & \boxed{72} \\ 64 + 16x + x^2 = 0 & \boxed{74} \end{array}$$

شیتەلکردن وسیفەتی لیكدانی سفری، بەکاربەینە بۆ دۆزینەوێ دوو سفری نەخشە دووجاكان.

$$g(x) = t^2 - 2t - 15 \quad 77 \quad f(x) = x^2 - 7x + 10 \quad 76$$

$$g(x) = 6x^2 + 3x - 9 \quad 79 \quad f(x) = 4x^2 + 4x - 24 \quad 78$$

$$k(x) = x^2 - 15x + 56 \quad 81 \quad f(x) = t^2 + 7t - 60 \quad 80$$

$$g(x) = x^2 - 3x - 40 \quad 83 \quad f(x) = x^2 + 8x + 12 \quad 82$$

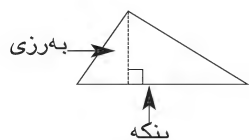
$$k(x) = 4x^2 - 8x + 3 \quad 85 \quad g(x) = 6x^2 + 20x - 16 \quad 84$$

ئەمانە شیتەلکە.

$$x^{2n} - 2x^n + 1 \quad 88 \quad x^{2n} - 1 \quad 87 \quad (a+b)^4 - (a-b)^4 \quad 86$$

بەرنکاری

ئەندازە پێسای هەژمارکردنی پروبەری سیگۆشە بریتییه لە $A = \frac{1}{2}bh$ کە A پووبەر و b درێژی بێکە و h بەرزی بێت. ئەم پێسایە بەکاربەینە بۆ شیکارکردنی پرسیارەکانی 89 و 90. بەرزی ئەو سیگۆشەییە بدۆزەوێ کە پووبەرەکی 42cm^2 یە بێکەکی 5cm زیاتر بێت لە بەرزییەکی.



90 درێژی بێکە ئەو سیگۆشەییە بدۆزەوێ کە پووبەرەکی 12cm^2 و بەرزییەکی 5cm کەمترە لە لە درێژی بێکەکی.

91 **وهرز** شەق لیكدانی گۆلچیهك لە تۆپێکی پێ کە لەسەر زووییه بە نەخشە

$h(t) = -4.9t^2 + 19.6t$ دەنویتریت بۆ پێوانی بەرزی تۆپەکە لە پووی زووییهو بە مەتر.

پاش t چرکە، بە چەند چرکە تۆپەکە بەر زووی دەکەوێت جاریکی تر؟

جێبەجێکردن

تێروانییەك بۆ دوایه

ئەم لاسەنگانە شیکاریکە وکۆمەلە شیکار لەسەر تەوهری ژمارەکان بنوێنە.

$$2x - \frac{3}{4} \geq 7 \quad 93 \quad 2x - 4 > 12 + 5x \quad 92$$

$$-2(\frac{2}{3}x + 5) - 13 < 0 \quad 95 \quad 3(3x + 7) - 12 \leq 8 - (\frac{1}{2}x + 9) \quad 94$$

لیکبە.

$$(-2x + 9)(-4x + 7) \quad 97 \quad (3x + 4)(-x - 5) \quad 96$$

$$(\frac{1}{3}x + \frac{1}{4})(-5x - 2) \quad 98$$

تێروانییەك بۆ پیشهوه

ئەگەر توانرا ئەم برە دووجایانە شیتەلکە.

$$(x-1)^2 - 16 \quad 101 \quad (x+9)^2 + 36 \quad 100 \quad (x+2)^2 - 4 \quad 99$$

شىكارکردنى نەخشەى دوجا بەرپىگى

Solving Quadratic Function by Completing The Square

وانەى
3



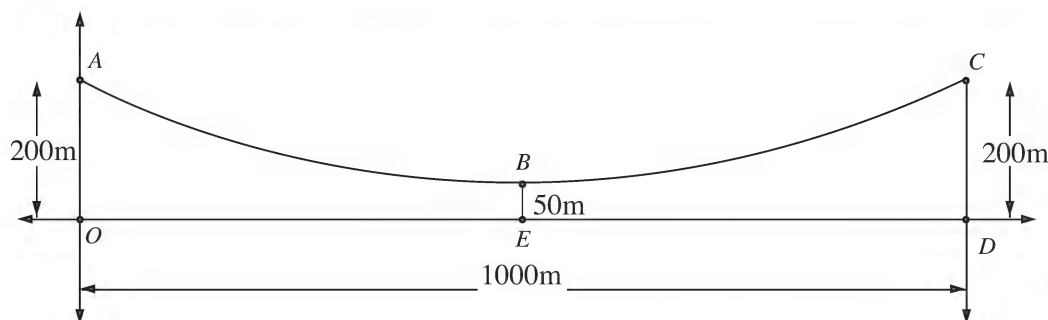
بۇجى
زۆر لە راھىنانەكانى ژيان وەك
دىارىکردنى بەرزى بچوكتىن خالەكانى
سىمىك كە پردىكى ھەلگرتووە، دەتوانىن
شىكارى بكەين لە رېگى شىكارکردنى
ھاوكىشەى دوجا بە پوونكرندنەوھى.

نامانجەكان

- ھاوكىشەى دوجا بە تەواو
کردنى دوجا شىكار
دەكات.
- سەرى برگەى ھاوتا
دەناسىتەو و پۆتانەكانى
دىارىدەكات.
- بە پوونكرندنەوھى
ھاوكىشەى دوجا شىكار
دەكات.

جىيەجىكر دنەكان

ئەندازەى پردەكان



ئەندازىاران نەخشەى پردىكى ھەلواسراو دەكىش وەك لە وىنەى سەرەو دەردەكەوئىت. لەوینەكە
شۆوئى تەلىكى كانزايى دەردەكەوئىت كە پردەكەى ھەلگرتووە. ئەو شۆوئى نەزىكە لە ھىلگارى
پوونكرندنەوئى نەخشەىكى دوجا، دەتوانرئىت شۆوئى ئەو سىمەى پردەكەى ھەلگرتووە بەنەزىكەى
وەك نەخشەى $f(x) = \frac{3}{5000}x^2 - \frac{3}{5}x + 200$ كاتىك $0 \leq x \leq 1000$ بنوئىرئىت ئەم نەخشە دوجاىە
بە شۆوئىكە بنووسە كە بتوانرئىت پۆتانى خالى بچوكتىن بە ئاسانى دىارىبكەيت، بەرزى
خالەكەش دىارىبكە.

لەبىرمەكە ھاوكىشەى $x^2 = k$ بە دىارى كردنى پەگە دوجاكانى شىكاردەكرد.

لەبىرت بى كە لە پۆلى نۆيەم فېربوئىت كە چۆن ھاوكىشەىكە لە جۆرى $x^2 = k$ شىكار دەكەيت بە
دىارىکردنى پەگى دوجا.

ھاوكىشەى $x^2 = 9$ شىكاربەكە.

شىكار

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm\sqrt{9}$$

$$x = \pm 3$$

دەتوانىت ھەمان رېگا بەكاربھيئىت بۆ شىكارکردنى ھاوكىشەى لە جۆرى $(a+x)^2 = k$

نەونە

نموونه

هاوكيشه $(x+3)^2 = 16$ شيكاريكه

شيكار

$$\begin{aligned}(x+3)^2 &= 16 \\ x+3 &= \pm\sqrt{16} \\ x+3 &= \pm 4 \\ x &= 1 \text{ يان } x = -7\end{aligned}$$

كاتيك بره جه برييه كه له هاوكيشه دوو جا كه دا دوو جاى ته واو نه بيت. ده توانيت بيكهيت به دوو جاى ته واو، ئه م ريگايه يارمه تيت ده دات بو شيكار كردنى هاوكيشه كان به شپته لكردن. له پهيوه ندى نيوان پاده كانى دوو جا ته واو كه وورد بيه وه.

بارى گشتى

$$x^2 + bx + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2$$

$\frac{1}{2}b = \frac{b}{2} \rightarrow \left(\frac{b}{2}\right)^2$

بارى تاييه ت

$$x^2 + 8x + 16 = (x+4)^2$$

$\frac{1}{2}(8) = 4 \rightarrow 4^2 = 16$

پاده نه گورى c له دوو جا ته واو كه دا بريتيه له دوو جاى نيوهى هاوكولكه x كه يه كسانه به $\left(\frac{b}{2}\right)^2$ نه گهر $a = 1$.

نموونه

ژماره يه كه بو ههر برپك زياد بكه تا ببينه دوو جاى ته واو.

<p>ب $x^2 \pm 15x$</p> <p>له بهر ئه وهى هاوكولكه $x^2 = 1$ و هاوكولكه</p> <p>$\frac{1}{2}(15) = \frac{15}{2} \rightarrow \left(\frac{15}{2}\right)^2$ كه واته $x = 15$</p> <p>كه واته دوو جا ته واو كه</p> <p>$x^2 + 15x + \left(\frac{15}{2}\right)^2 = \left(x + \frac{15}{2}\right)^2$</p>	<p>ا $x^2 - 6x$</p> <p>له بهر ئه وهى هاوكولكه $x^2 = 1$ و هاوكولكه</p> <p>$\frac{1}{2}(-6) = -3 \rightarrow (-3)^2 = 9$ كه واته $x = -6$</p> <p>كه واته دوو جا ته واو كه:</p> <p>$x^2 - 6x + 9 = (x-3)^2$</p>
--	--

هه ولبد هه ژماره يه زياد بكه كه وا ده كات ئه مانه ببنه دوو جاى ته واو

ا $x^2 - 7x$ ب $x^2 + 16x$

شيكار كردنى هاوكيشه دوو جا به ته واو كردنى دوو جا ته واو Solving Quadratic Equation by Completing The Square

نموونه

هاوكيشه $x^2 + 6x - 16 = 0$ شيكاريكه

شيكار

$$\begin{aligned}x^2 + 6x - 16 &= 0 \\ x^2 + 6x &= 16 \\ x^2 + 6x + \left(\frac{6}{2}\right)^2 &= 16 + \left(\frac{6}{2}\right)^2 \\ x^2 + 6x + 9 &= 16 + 9 \\ (x+3)^2 &= 25\end{aligned}$$

به زياد كردنى $\left(\frac{6}{2}\right)^2$ بو ههر دوو لاي هاوكيشه كه.

$$x+3=\pm 5$$

$$x+3=5 \text{ يان } x+3=-5$$

$$x=2 \text{ يان } x=-8$$

ههولبده هاوكيشه $x^2+10x-24=0$ شيكاربكه.

نورونه

هاوكيشه $2x^2+6x=7$ شيكاربكه

شيكار

پيگاي يه كه م: به جه بري هاوكيشه كه به
تهواوكردي دوو جا شيكاربكه.

$$2x^2+6x=7$$

$$2(x^2+3x)=7$$

$$x^2+3x=\frac{7}{2}$$

$$x^2+3x+\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{7}{2}+\left(\frac{3}{2}\right)^2$$

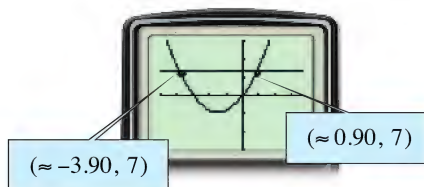
$$\left(x+\frac{3}{2}\right)^2=\frac{7}{2}+\frac{9}{4}$$

$$x+\frac{3}{2}=\pm\sqrt{\frac{23}{4}}$$

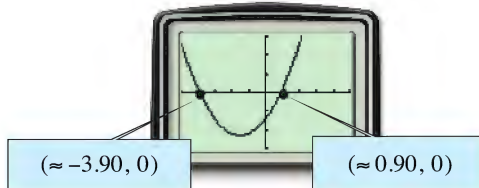
$$x=-\frac{3}{2}-\sqrt{\frac{23}{4}} \text{ يان } x=-\frac{3}{2}+\sqrt{\frac{23}{4}}$$

$$x\approx-3.90 \text{ يان } x\approx0.90$$

پيگاي دووهم: به پروونكرده وي،
پروونكرده وي دوو نه خسه $y=7$ و
 $y=x^2+6x$ بكيشه وپاشان خالي
يه كتربرينه كان دياريبكه



يان وينه پروونكرده وي نه خسه دوو جاي
 $y=2x^2+6x-7$ بكيشه وخاله كان
يه كتربريني له گه تهره سيني دياريبكه.



ههولبده هاوكيشه $2x^2+10x=6$ شيكاربكه.

شيوه پيوانه يي هاوكيشه برگه هاوتا Standard Form Equation of Parabola

دهزانيت هيلكاري پروونكرده وي نه خسه $y=ax^2+bx+c$ برگه هاوتا ده نوينيت. پيگاي
تهواوكردي دوو جا به كارده هينيت بو به دست هيناني شيويه كه پوتاني سهرى برگه كه
به پرووني دهست بكه ويت.

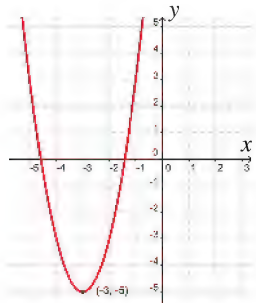
شيوه پيوانه يي هاوكيشه برگه هاوتا

دهتوانيت هاوكيشه $y=ax^2+bx+c$ له باري پيوانه يي $y=a(x-h)^2+k$ بنوسين له م باره شدا
خالي h, k پوتاني سهرى برگه هاوتا كه يه و $x=h$ هاوكيشه ته وهره كه يه تي.

نموونه

6

هاوکیشه برکه هاوتای $y = 2x^2 + 12x + 13$ به شیوهی پیوانهیی بنووسه وهاوکیشه تهرهکهی بنووسه.



شیکار $y = 2x^2 + 12x + 13$

$$= 2(x^2 + 6x) + 13$$

$$= 2(x^2 + 6x + 9 - 9) + 13$$

$$= 2(x^2 + 6x + 9) - 18 + 13$$

$$= 2(x + 3)^2 - 5$$

$$= 2(x - (-3))^2 + (-5)$$

سهری برکه هاوتاکه بریتیه له $(-3, -5)$ هاوکیشه تهرهکهی $x = -3$.

ههولبد

هاوکیشه برکه هاوتای $y = 3x^2 - 9x - 2$ به شیوهی پیوانهیی بنووسه و ههروه هاوکیشه تهرهکهی بنووسه.

نموونه

7

به گهرانهوه بۆ سهرهتای وانکه هاوکیشه $f(x) = \frac{3}{5000}x^2 - \frac{3}{5}x + 200$ به شیوهی پیوانهیی بنووسه و پۆتانی نزمترین خال له سهر تهله کانزاییهکه بدۆزهوه.

شیکار

پێگای یهکهه : به جهبری

$$f(x) = \frac{3}{5000}x^2 - \frac{3}{5}x + 200$$

$$= \frac{3}{5000}(x^2 - 1000x) + 200$$

$$= \frac{3}{5000}\left[x^2 - 1000x + \left(\frac{1000}{2}\right)^2\right] + 200 - \frac{3}{5000} \times \left(\frac{1000}{2}\right)^2$$

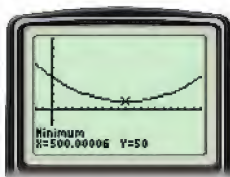
$$= \frac{3}{5000}(x - 500)^2 + 50$$

نزمترین خالی سهر تهلهکه سهری برکه هاوتاکهیه وبریتیه له $(500, 50)$

پێگای دووهم : به پوونکردنهوهیی

وینهی چهماوهی برکه هاوتای $y = \frac{3}{5000}x^2 - \frac{3}{5}x + 200$ بکیشه.

و پۆتانی نزمترین خال دیاربکه.



تهکنهلوژیا



بژمیره

پوونکردنهوهیی

راهیان

بهردهوامبون له بیر کاریدا

1 پوونیکهروهه چۆن هاوکیشه $x^2 + 4x - 13 = 0$ به پێگای تهواوکردنی دووجا شیکار دهکیت.

2 پوونیکهوه چۆن هاوکیشه $2x^2 + 4x = 15$ به پێگای تهواوکردنی دووجا شیکار دهکیت.

3 بهسوود وهرگرتن له پێگای شیکاری نمونه 5 چۆن هاوکیشه $2x^2 + 4x = 15$ به

پوونکردنهوهیی شیکار دهکیت.

4 پوونیکهروهه h, k چی دهنوینن له باری پیوانهیی هاوکیشه دووجاکاندا.

راھىنانى ئاراستە كراۋ

ژمارەيەك زىيادىكە بۇ ئەم ھاۋكىشە دووجايانە بۇ ئەۋەدى بىنە دووجاى تەۋاۋ.

$$x^2 - 12x \quad 5 \quad x^2 + 5x \quad 6$$

$$x^2 - 4x - 21 = 0 \quad 7 \quad \text{ھاۋكىشەى بە رېڭاى تەۋاۋكردنى دووجا شىكار بىكە.}$$

$$2x^2 + 5x = 3 \quad 8 \quad \text{ھاۋكىشەى شىكارىكە.}$$

$$y = x^2 + 12x + 20 \quad 9 \quad \text{جېڭۆركى نەخشە دووجاى بە شۆۋەى پېۋانەىى بنووسە، ھاۋكىشەى}$$

تەۋەرى بېرگە ھاۋتاكە بنووسە.

$$y = -16x^2 + 32x + 5 \quad 10 \quad \text{نەھرۆ ھاۋكىشەى بېرگەيەكى ھاۋتا بە شۆۋەى بنووسى. ھاۋكىشەكە}$$

بە شۆۋەى دووجاى تەۋاۋ بنووسە پاشان ھاۋكىشەى بېرگە ھاۋتاكە بە شۆۋەى پېۋانەى بنووسە.

بەستەۋە

راھىنان و جىيە جىكردن

ژمارەيەك بۇ بېرە دووجاكە زىيادىكە بۇ ئەۋەدى دووجاى تەۋاۋ دەستىكەۋىت.

$$x^2 - 8x \quad 13 \quad x^2 - 14x \quad 12 \quad x^2 + 10x \quad 11$$

$$x^2 + 7x \quad 16 \quad x^2 + 13x \quad 15 \quad x^2 + 2x \quad 14$$

ئەم ھاۋكىشانە بە رېڭاى تەۋاۋكردنى دووجا شىكارىكە.

$$x^2 + 2x = 13 \quad 18 \quad x^2 - 8x = 4 \quad 17$$

$$0 = x^2 - 6x + 3 \quad 20 \quad x^2 - 5x - 1 = 4 - 3x \quad 19$$

$$0 = x^2 - 3x - 6 \quad 22 \quad 0 = x^2 + 7x - 26 \quad 21$$

$$x^2 + 10x + 16 = 0 \quad 24 \quad x^2 + 7x + 10 = 0 \quad 23$$

$$3x^2 - 2x - 12 = 0 \quad 26 \quad x^2 - x = 30 \quad 25$$

$$0 = 3x^2 - 11x + 6 \quad 28 \quad -2x^2 + 14x + 60 = 0 \quad 27$$

$$x^2 + 16x = 2 \quad 30 \quad -10 = x^2 - 8x + 2 \quad 29$$

$$x^2 = 23 - 15x \quad 32 \quad 4 - x^2 = 10x \quad 31$$

$$-32x = 16 - x^2 \quad 34 \quad 8x - 2 = x^2 + 15x \quad 33$$

$$4x^2 - 8 = -13x \quad 36 \quad 2x^2 = 22x - 11 \quad 35$$

ھەريەك لەم نەخشە دووجايانە بە پېۋانەىى بنووسە. پۇتانى سەرى بېرگە ھاۋتاكە ھاۋكىشەى تەۋەرىكەى بدۆزەۋە.

$$y = -x^2 + 2 \quad 38 \quad y = 3x^2 \quad 37$$

$$y = x^2 + 8x + 11 \quad 40 \quad y = x^2 - 5 \quad 39$$

$$y = -x^2 + 4x + 2 \quad 42 \quad y = x^2 - 6x - 2 \quad 41$$

$$y = -3x^2 + 6x - 9 \quad 44 \quad y = x^2 + 7x + 3 \quad 43$$

45 سٴ نہخشہی دووچا بنووسہ، سہرہکانی بکہونہ سہر خالی (2, 5)

46 ھاوکیشہی ئہو نہخشہ دووچایہ بنوسہ بہ خالی (1, 8) دا دہروات و سہرہکےہی خالی (2, 5) بیٲ.

لہ پرسیارہکانی 47 و 48 وہ لآمہ تہواوہکان بنووسہ پاشان بوٴ نزیکیبکہوہ.

47 ئہندازہ درٲژی لاکٲشہیہک 6m مہتری لہ پانیہکےہی زیاترہ. درٲژی وپانیہکےہی بدوٴوہ

کاتیٲک پرویہرہکےہی 50m دووچا بیٲ.

48 نہخشہی $w = x^2 - 12x + 210$ ئہو ووزیہ (بہ میگاوات) دہنوٲنیٲ کہہ ویستگہیہکی

بہرہمہٲنانی کارہبا بہ دہستی دٲنیٲ، کاتیٲک x کاتہ بہ کاتژمٲر (لہ سفر تا 24)

ا لہ کام کاتژمٲردا بہرہمی ویستگہکےہی مہترین دہبیٲ؟

ب ہیٴی بہرہم ہاتوو چہندہ لہوکاتہدا؟

ج لہ کام کاتژمٲردا ووزی بہرہمی ویستگہکےہی دہکاتہ 187 میگاوات؟

49 کوٲکردنہوہی یارمہتی کوٲمہلہی خاومن پٲداویستیہ تایبہتیہکان سالآنہ ہلڈستیٲ بہ

سازدانی ئاہہنگٲک بوٴ کوٲکردنہوہی یارمہتی نہخشہی $P(t) = -16t^2 + 800t - 4000$

پوختہی بہہای یارمہتیہکان (پاش خہرجیہکان) دہنوٲنیٲ. p ہیمای بہہای

یارمہتیہکانہ بہ ہزار دینار و t ہیمای نرخی بلیتی ہاتنہ ژوررہوہی.

ا نرخی بلیتیٲک چہندہ بوٴ ئہوہی گہورہترین قازانج بہ دہست بیٲنیٲ.

ب بہہای گہورہترین قازانجہکےہی چہندہ؟

ج کوٲمہلہکےہی بہ چ نرخیک بلیٲ بفروشیٲ، بوٴ ئہوہی پوختہی یارمہتیہکےہی 5424 ہزار دینار بیٲ.



تٲروانیٲک بوٴ دواوہ

نہم ھاوکیشانہ شیکاریکے.

$$20 = 6x - 10 \quad 52 \quad \frac{2(x+3)}{5} = x - 3 \quad 51 \quad 5x + 3 = 2x + 18 \quad 50$$

$$x = -2 \quad \text{و کاتیٲک } x = 2 \quad f(x) = \frac{1}{3}x - 2 \quad \text{بہہای نہخشہی} \quad 53$$

$$x = -3 \quad \text{و کاتیٲک } x = 2 \quad f(x) = 7 - 4x \quad \text{بہہای نہخشہی} \quad 54$$



دەروازىيەك لەسەر پۇشنىبىرى ئىسلامى

كتىبى (الجبر والمقابلە) ى زانائى ئىسلامى خوارزمى بە پىشەنگى كىتەپكەنى بەرايى جەبر دادەنرەت لە جىھاندا. لە كىتەپكەيدا پىگايەكى بۇ شىكاركردىنى ھاۋكىشەى دووجا بەكارھىناۋە، ھاۋشىۋەى پىگاي تەۋاۋكردىنى دووجايە.

بۇ شىكاركردىنى ھاۋكىشەى $x^2 + 12x = 45$ بە تەۋاۋكردىنى دووجا، ھەلدەستىت بە ۋەرگرتنى چۈر گۆشەيەك درىژى لايەكى x بىت ۋ 12 لايەكشە درىژى يەككىيان x ۋپانىيەكەى 1 بىت.

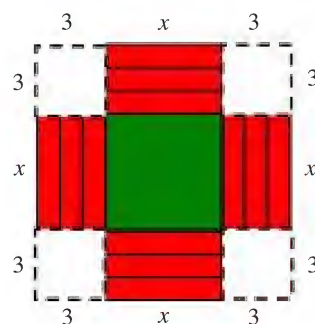
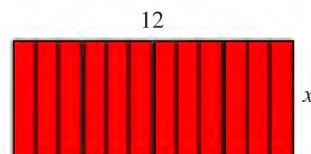
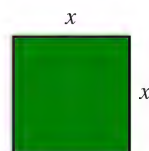
ھەنگاۋى يەكەم : لايەكشەكەنى دابەش كر دوۋە بۇ 4 كۆمەلەى 3 دانەى، پاشان ھەر كۆمەلەيەك لە لايەك لە لايەكەنى چۈر گۆشەكە دادەنرەت ۋەك لە ۋىنەكەدا ديارە. پوۋبەرى ئەۋ شىۋەى دەردەچىت. برىتيە لە $x^2 + 12x$ ۋاتا 45.

ھەنگاۋى دوۋەم: بۇ تەۋاۋكردىنى دووجا، تەنيا پىۋىستىت بە زىادكردىنى چۈر گۆشەيەكە پوۋبەركەى 3×3 ۋاتا 9 لە ھەر گۆشەيەك لە گۆشەكەنى شىۋەكەۋە.

$9 \times 4 = 36$

پوۋبەرى چۈر گۆشە گەۋرەكە يەكسانە بە $45 + 36 = 81$ لەۋەۋە بۇمان دەردەچىت كە درىژى لايەكى چۈر گۆشە گەۋرەكە 9 يە ۋە ھەمان كاتدا درىژى لا گەۋرەكە يەكسانە $6 + x = 3 + x + 3$ كەۋاتە $6 + x = 9$ لەۋەشەۋە $x = 3$

پىگاي خوارزمى بەكاربىنە بۇ شىكاركردىنى ئەم ھاۋكىشانە.



$x^2 + 20x = 125$ 55

$x^2 + 32x = 33$ 56

$x^2 + 56x = 116$ 57

شىكارکردنى ھاوكېشەى دووجا بە ياسا (دەستور)

Solving Quadratic Function By Formula

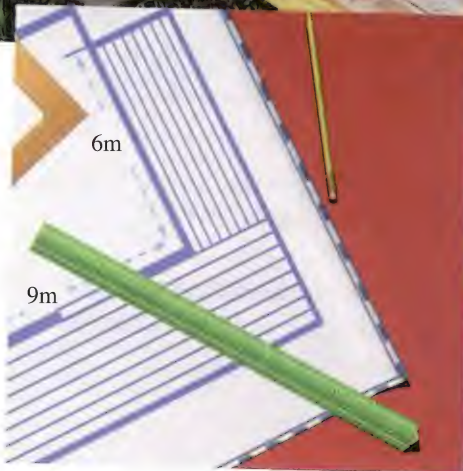


بۇچى

دەتوانىن ياساى شىكارى ھاوكېشەى
دووجا بەكارىنن بۇ شىكارى زۆر لە
پىداوېستىيەكانى ژيانى پۇژانەمان وەك
دۆزىنەوەى دوو دوورى رېرەوۋى خانوۋ.

ئامانجەكان

- ياسا بۇ دۆزىنەوەى پەگە
پاستىيەكانى ھاوكېشەى
دووجا بەكارىنن.
- پەگەكانى ھاوكېشەكە بۇ
دۆزىنەوەى تەوەرى بېرگەى
ھاوتا بەكارىنن.



خىزانى مام جوامىر بېيارىدا پېرەوۋىك دروست بىكات
بەھەر دوو لاتەنىشتى مائەكەيدا بېرات بە پانىيەكى
نەگۇر. ئەم خىزانە ئەوئەندە كەرەستەى ھەيەكە $45 m^2$
لە پېرەوۋەكە تەواۋ بىكات. پانى پېرەوۋەكە پېوېستە چەند
بىت؟ دەتوانىت ياساى ھاوكېشەى دووجا بەكارىنن
بۇ شىكارى ئەم پىرسىارە ئەگەر بزانىت $6m$ ، $9m$ دوو
دوورى خانوۋەكەيە، دەتوانىت پېگەى تەواۋ كىردى
دووجا بەكارىنن بۇ داتاشىنى ياساى شىكارىكردى
ھاوكېشەى دووجا لە شىۋە گىشتىيەكەيەو.

جىبەجىكردنەكان

بىناسازى

$$a \neq 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

ھاوكېشەكە دابەشېكە بەسەر a

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

لەھەردوۋ لا دەرىكە. $\frac{c}{a}$

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

بەزىاد كىردى دووجاى نىوۋى ھاوكۆلكەى x بۇ ھەر دوۋلا

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

ئەگەر $b^2 - 4ac$ ژمارەيەكى سالب بىت، واتا ھېچ ژمارەيەكى راستى نىيە پاسادانى

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

ئەگەر $b^2 - 4ac = 0$ ، ئەوا $x + \frac{b}{2a} = 0$ لەمەو $x = -\frac{b}{2a}$. ھاوكېشەكە دوو پەگەى راستى

يەكسانى ھەيە، بەھاي ھەريەكەيان دەكاتە $-\frac{b}{2a}$.

ئەگەر $b^2 - 4ac$ ژمارەيەكى مۇجەب، بىت ئەوا: دوو پەگەى راستى جىياۋازى ھەيە بەم شىۋەيە:

$$\text{پهگى دووجاى هەر دوو لا وەرېگره.} \quad \left(x + \frac{b}{2a}\right) = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

کورتبکهوه

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

له هەر دوو لا کهمبکهوه

$$x = \frac{-b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

کورت بکهوه

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

بهم یاسایهش دهوتریت «یاسای دهستور»

Discriminator Of Quadratic Equation برې جیاکهرهوهی هاوکیشی دووجا

به برې $\Delta = b^2 - 4ac$ دهوتریت برې جیاکهرهوهی هاوکیشی دووجا $ax^2 + bx + c = 0$ کاتیک $a \neq 0$.

Solving Quadratic Equation شیکارکردنی هاوکیشی دووجا

برې جیاکهرهوه	ژماره پدگهکان له کومه لهی ژماره پاستیهکان
$\Delta < 0$	هاوکیشی په پدگي نییه له کومه لهی ژماره پاستیهکان
$\Delta = 0$	هاوکیشی په دوو پدگي په کسانو هیه $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$
$\Delta > 0$	هاوکیشی په دوو پدگي جیاوازی هیه $x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ و $x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

یاسا به کاربېته بؤ شیکارکردنی هاوکیشی $x^2 + 5x - 14 = 0$

نمونې

شیکار

نېگر $x^2 + 5x - 14 = 0$ به راورد بکهیت له گهل شپوهی گشتی هاوکیشی $ax^2 + bx + c = 0$

دهبینن $a = 1$ و $b = 5$ و $c = -14$.

هاوکیشی به شپوهیه شیکاربه:

1. ههژمیری برې جیاکهرهوه بکه به له جیاتیدانانی هاوکولکهکان $\Delta = b^2 - 4ac$

$$\Delta = 5^2 - 4 \times 1 \times (-14) = 25 + 56 = 81$$

2. له بهر نهوهی برې جیاکهرهوه موجهه، که واته هاوکیشی په دوو پدگي جیاوازی هیه که

$$\text{نمانه:} \quad x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{و} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-5 + \sqrt{81}}{2} \quad \text{و} \quad = \frac{-5 - \sqrt{81}}{2}$$

$$= 2 \quad \text{و} \quad = -7$$

به به کارهینانی یاسا $x^2 - 7x + 6 = 0$ شیکاربه.

هولېده

هاوکیشی $x^2 + 5x - 14 = 0$ به شپه لکردن شیکاربه، بؤ دلنیاوون له راستی وه لاهه کهت سهیری نمونه 1 بکه.

✓ خالی جاویدری

نمونہ

2

به به کارهینانی یاسا هاوکیشه ی $4x^2 = 8 - 3x$ شیکار بکه. دوو رهگه که به تهواوتی بنووسه، پاشان بو نزیکتین ده نزیکیبکه وه.

شیکار

شیکاری پرسیاره کان

هاوکیشه ی $4x^2 = 8 - 3x$ به شیوه ی گشتی بنووسه به مهش هاوکیشه ی $4x^2 + 3x - 8 = 0$ مان دهست ده که ویت که هاوکلکه کانی بریتین له $a = 4$ و $b = 3$ و $c = -8$ هه ژمیری بری جیا که ره وه ده که یه به له جیاتیدانان

$$\Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \times 4 \times (-8) = 9 + 128 = 137$$

بری جیا که ره وه موجه به که واته دوو رهگی جیا وازی هه یه

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2} & \text{و} & & x_2 &= \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2} \\ &= \frac{-3 + \sqrt{137}}{8} & \text{و} & & &= \frac{-3 - \sqrt{137}}{8} \\ &\approx 1.1 & \text{و} & & &\approx -1.8 \end{aligned}$$

هه ولبد هه به کارهینانی یاسا هاوکیشه ی $2x^2 - 6x = -3$ شیکار بکه. رهگه کان به تهواوی بنووسه. پاشان بو نزیکتین ده نزیکیبکه وه.

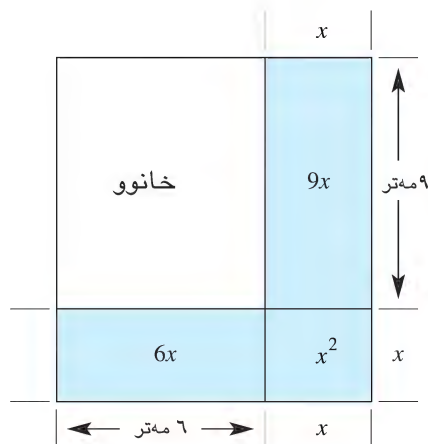
نمونہ

3

به گه پانه وه بو سهره تای وانه که. پانی پرده وه که دیاری بکه. نه گه زانیت خیزانی جوامیر به شی دهرست کردنی $54m^2$ که رهسته ی پیویستی هه یه.

شیکار

جیه جیکردنه کان



نه و بری که پرو به ری رپده وه که ی دهنویت بریتیه له:

$$A(x) = x^2 + 9x + 6x = x^2 + 15x$$

داواکراو: شیکاری هاوکیشه ی $x^2 + 15x = 54$ بکه هاوکیشه که به شیوه ی گشتی بنووسه و هاوکلکه کانی دیاری بکه.

$$a = 1 \text{ و } b = 15 \text{ و } c = -54$$

بری جیا که ره وه هاوکیشه که هه ژمیری بکه.

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= 225 - 4 \times 1 \times (-54) = 441$$

هاوکیشه که دوو رهگی جیا وازی هه یه. چونکه بری جیا که ره وه موجه به

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{-15 + \sqrt{441}}{2} & \text{و} & & x_2 &= \frac{-15 - \sqrt{441}}{2} \\ &= 3 & \text{و} & & &= -18 \end{aligned}$$

وه لایمی راست 3 یه چونکه -18 ناگونجیت، دریژی به سالب ناپیوریت.

هه ولبد هه به گه پانه وه بو سهره تای وانه که پانی پرده وه که بدوزه وه نه گه به شی $34m^2$ که رهسته ی پیویست

هه بیت. له وانه کانی پیشو وه نه ووت بو روونبو وه که رهگه کانی هاوکیشه ی $ax^2 + bx + c = 0$

بریتین له پوتانی ئاسووی خالی یه کتر برینی هیلکاری پروونکردنه وه یی نه خشه دوو جاکه ی

$$f(x) = ax^2 + bx + c \text{ و تهوهری سینه کان.}$$

Exploring Roots of Equations

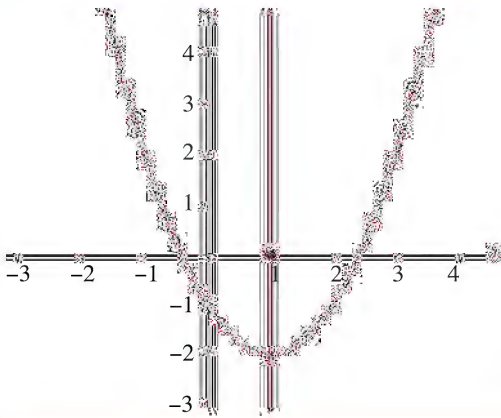
دۆزىنەۋەي رەگى ھاۋكېشەكان

1. خىشتەكە بنووسەۋە وستونى دوۋەم وىيەم تەۋاۋ بىكە. ھەردوۋ رەگى ھاۋكېشەكە دىارىيەكە.
2. ھېلكارى پرونكرىنەۋەيى نەخشەكە، كە رېساکەي لاي چەپى ھاۋكېشەكەيە بىكېشە، پۈتەنى ئاسۋىي سەرەكەي دىارىيەكە پاشان دوا دوۋ ستونى خىشتەكە تەۋاۋبەكە.

ھاۋكېشە	دوۋ رەگەكە	ناۋەندى دوۋ رەگەكە	نەخشەي پېئاسەكراۋ بە ھاۋكېشەكە	جېكەۋتەي سىنى سەرەكەي
$x^2 + 2x = 0$	0, -2	-1	$d(x) = x^2 + 2x$	-1
$-x^2 + 4 = 0$				
$x^2 + 4x + 4 = 0$				
$2x^2 + 5x - 3 = 0$				
$-x^2 - x + 4 = 0$				

3. بە كورتى باسى دۆزىنەۋەي پۈي سىنى سەرى ھېلكارى پرونكرىنەۋەيى نەخشەيەكە دوۋجاۋبەكە.

✓ خالى جاۋدېرى



لەۋانەكانى پېشۋو ئەۋە فېربوۋىن كە ئەگەر k پۈي سىنى سەرى بېرگە ھاۋتاكە بېت ئەۋا ($x = k$) ھاۋكېشەي تەۋەرەكەيەتى، لە لايەكى تىرىشەۋە بە ھۆي ھاۋجېبۋنى بېرگە ھاۋتاكە بە دەۋرى تەۋەرەكەيدا، دەتۋانېت ھاۋكېشەي تەۋەرەكەي بدۆزىتەۋە، لە رېگەي ھەژمېركردنى ناۋەندى ھەردوۋ رەگەكەي

$$k = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-b}{a}$$

ھاۋكېشەي تەۋەرەي بېرگە ھاۋتا برىتېيە لە $x = -\frac{b}{2a}$

ھاۋكېشەي تەۋەرەي ھاۋجېبۋون و پۈتەنى سەرى نەخشەي $f(x) = 19 + 8x + 2x^2$ بدۆزەۋە.

نەۋە

شىكار

رېساي نەخشەكە بە شېۋەي گىشتى بنووسە $f(x) = 2x^2 + 8x + 19$ دەبىنېن كە $a = 2$ و $b = 8$ ھاۋكېشەي تەۋەرەي ھاۋجېبۋون $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{8}{4} = -2$ پۈتەنى سەرى بېرگە برىتېن لە $x = -2$ و $y = f(-2) = 2(-2)^2 + 8(-2) + 19 = 11$ خالى $(-2, 11)$ سەرى بېرگە ھاۋتاكە دەنۋىنېت.

ھەۋلېدە ھاۋكېشەي تەۋەرەي ھاۋجېبۋون و پۈتەنى سەرى نەخشەي $f(x) = x^2 - 4x + 1$ بدۆزەۋە.

چى دەلېت دەربارەي بېرى جياكەرەۋەي ھاۋكېشەيەكە دوۋجا دوۋ ژمارەي تەۋاۋ بن. بېركرىنەۋەي رەخنەگرانە

بەردەوامبون لە بىر كاريدا

- 1 دوو پىگاي جياواز باسبكه بۆ ديارىكردنى پۆى سىنى بۆ خالەكانى يەكتىرپىنى بىرگه هاوتاي $y = x^2 + 2x - 3$ لەگەل تەوهرى سىنى.
- 2 پىگەيەك باسبكه بۆ ديارىكردنى سەرى بىرگه هاوتا.
- 3 پەيوەندى چىيە لە نىوان سەرى بىرگەى هاوتا وتەوهرەكەى؟

راياننى ئاراستە كراو

بە بەكارهينانى ياسا، پەگەكانى ئەم هاوكيشانە ديارىبكه.

- 4 $x^2 - 5x + 4 = 0$
- 5 $2x^2 - 5x = 3$
- 6 بە بەكارهينانى ياسا هاوكيشە دووجاي $3x^2 - 3x = 4$ شىكارىكه، پەگەكان بە تەواوى بدۆزەرەوه، پاشان بۆ نىكتىرە دە نىكتىبكهوه.

سەرى بىرگه هاوتاكە وهاوكيشەى تەوهرى هاوجيپوونى بدۆزەرەوه.

- 7 $f(x) = x^2 - x - 2$
- 8 $f(x) = 2x^2 - 12x + 11$

رايان وجيە جىكردن

پەگەكانى ئەم هاوكيشانە بە تەواوى بە بەكارهينانى ياسا بدۆزەرەوه (نىكتى مەكەوه).

- 9 $x^2 + 7x + 9 = 0$
- 10 $x^2 + 6x = 0$
- 11 $(x+1)(x-2) = 5$
- 12 $(x-4)(x+5) = 7$
- 13 $t^2 - 9t + 5 = 0$
- 14 $x^2 - 3x - 1 = 0$
- 15 $x^2 + 9x - 2 = -16$
- 16 $x^2 - 5x - 6 = 18$
- 17 $5x^2 + 16x - 6 = 3$
- 18 $4x^2 = -8x - 3$
- 19 $3x^2 - 3 = -5x - 1$
- 20 $x^2 + 3x = 2 - 2x$
- 21 $x^2 + 6x + 5 = 0$
- 22 $x^2 + 10x = 5$
- 23 $-2x^2 + 4x = -2$
- 24 $5x^2 - 2x - 3 = 0$
- 25 $-6x^2 + 3x + 19 = 0$
- 26 $-x^2 - 3x + 1 = 0$

بۆتانى سەرى بىرگه هاوتاکان وهاوكيشەى تەوهرى هاوجيپوون بنووسه.

- 27 $y = 7x^2 + 6x - 5$
- 28 $y = x^2 + 9x + 14$
- 29 $y = 3 + 7x + 2x^2$
- 30 $y = 10 - 5x^2 - 15x$
- 31 $y = 3x^2 + 6x - 18$
- 32 $y = 14 + 8x - 2x^2$
- 33 $y = 4 - 10x + 5x^2$
- 34 $y = -x^2 - 6x + 2$
- 35 $y = 3x^2 + 21x - 4$
- 36 $y = -2x^2 + 3x - 1$

$$y = -2x^2 + 8x + 13 \quad 38$$

$$y = -1 - 8x + 12x^2 \quad 40$$

$$y = 2x - 2 + x^2 \quad 42$$

$$y = 9 - 3x^2 \quad 44$$

$$y = 5x^2 + 2x - 3 \quad 46$$

$$y = 3x^2 - 18x + 22 \quad 37$$

$$y = 3x - 2x^2 + 2 \quad 39$$

$$y = 7x^2 - 12x + 2 \quad 41$$

$$y = 4x^2 - 3x - 8 \quad 43$$

$$y = 5x - x^2 \quad 45$$

47 ئەگەر يەككە لە ڤەگەكانى ھاوكيڭشە $ax^2 + bx + c = 0$ ھەلگەڤاوى ڤەگەكەى ترى بىت ئەوا بيسەلمىنە $a = c$.

48 بۇ خوشى كالى چەند ياريپەكى ئاگرينى بە شيۆەيەكى ستوونى بۇ ئاسمان ھەلدا بە خىرايى سەرھەتايى 58.8 m/t دەتوانيت نەخشەى $h(t) = -4.9t^2 + 58.8t$ ڤىساي بەرزى بىت پاش t چرکە.

ا كاتى پىويست چەندە؟ بۇ ئەوئى ياريپە ئاگرينەكە گەورەترين بەرزى ھەبىت.

ب گەورەترين بەرزى چەندە؟ كە ياريپە ئاگرينەكە دەيگاتى.

49 پيشە سازى سەرۆكى دەستەى بەڤۆەبردنى كارگەيەك داواى لە يەككە لە ڤاويژكەرەكانى كرد بەھاي فروشتنى گولدانىكى بۇ ديارىبكات. ڤاويژكارەكە داوى شيكرەنەوئى تىچوون وداواكارى بەكاربەرەكان لەسەر گولدان. ئەويش گەيشە دانانى نەخشەيەك كە قازانجى كارگە بنويىت: نەخشەكە برىتى بوو لە $P(x) = -0.3x^2 + 75x - 2000$ كاتىك x بەھاي فروشتنى يەك گولدان بىت.

ا نرخی فروشتنى يەك گولدان چەندە؟ بۇ ئەوئى زۆرترين قازانج دەستبەويىت.

ب نرخی گەورەترين قازانج چەندە؟

ج نرخیەكانى فروشتن چەندن كاتىك قازانج دەبىت بە سفر.

د بەھاكانى x چەندن بۇ ئەوئى كارگەكە قازانج بكات؟

ه بەھاكانى x چەندن كە كارگەكە توشى زەرەر دەكات؟

روانىيىك بۇ دواوه

ھاوكيڭشەى ئەو راستەھيلا نە بە شيۆى $y = mx + b$ بنووسە كە بەخالى دراودا دەرپوات و ستوونە لەگەل راستەھيلا دراودەكە.

$$2x - y = 1 \quad \text{و} \quad (4, -6) \quad 51$$

$$y = x - 5 \quad \text{و} \quad (-2, 3) \quad 50$$

ھاوكيڭشەى نەر راستەھيلا نە بە شيۆى $y = mx + b$ بنووسە كە بەخالى دراودا دەرپوات و تەريپە بە راستەھيلا دراودەكە.

$$5x = 4 - y \quad \text{و} \quad (-4, -2) \quad 53$$

$$y = -3x + 12 \quad \text{و} \quad (8, -1) \quad 52$$

ئەم لاسەنگانە شيكارىكە و كۆمەلەى شيكار لەسەر تەوەرەى ژمارەكان بنويىنە.

$$|x - 3| < 5 \quad 55$$

$$|x + 6| > 2 \quad 54$$

$$|8 - 2x| \geq 6 \quad 57$$

$$|-4x| \leq 8 \quad 56$$

روانىيىك بۇ پيشەو

58 نايادەتوانيت كۆمەلە شيكارىك بۇ ھاوكيڭشەى $2x^2 + 5x + 6 = 0$ بدۆزيتەوئە لە كۆمەلەى ژمارە پاستىيەكاندا؟ ئەمە باسبەكە بە پشت بەستن بە ياسا (دەستور)ى شيكارى ھاوكيڭشە دووجاكان.

لاسهنگه دووجاكان Quadratic Inequalities

وانه 5



بۇچى

زۆر له پىداويستىيەكانى رۇژانه مان وهك
ئەوانه پەيوەندىان به قازانجى بازىرگانيه وه
ههيه به پىي تىچوون وداهات دهتوانين له پىگى
لاسهنگه يهكى دووجاوه چاره سەريان بكهين.

ئامانجهكان

- لاسهنگه دووجاكان
- دهناسىت وشىكارىان دهكات
- و كۆمهله شىكارىان به
- پروونكرده وهىي دهنوئىت.

سۆزان كراس دەدوریت و دەیانفرۆشیت. براكه ی لىكۆلینه وهیهكى ئەجامدا له سەر تیچوون و نرخ وداهات به دینار، بىنى تیچوونى مانگانه p و نرخى كراس C ئەم پەيوەندىه دەبەسترینه وه:

$$C(p) = 75p + 2500$$

ههروهها داهات R و نرخ P ئەم پەيوەندىه دەیانبهستیتیه وه $R(p) = -25p^2 + 700p$ بهم شیوهیه قازانجى سۆزان به پىي پەيوەندى نیوان قازانج G و نرخى فرشتن P دیارى دهكریت:

$$\begin{aligned} G(p) &= R(p) - C(p) \\ &= -25p^2 + 700p - (75p + 2500) \\ &= -25p^2 + 625p - 2500 \end{aligned}$$

پىويسته سۆزان چۆن نرخى كراسىك دیارىبكات بۆئەوهى قازانجى دهستكهوئیت. یان بیركارىانه، سۆزان چۆن بههائى گۆراوى p ههلهدهبژیریت بۆ پاسه دانى ئەم لاسهنگه $-25p^2 + 625p - 2500 > 0$

چالاكى

Exploring Quadratic Inequalities

دۆزینه وهى لاسهنگه دووجاكان

X	Y1
-2	5
-1	0
0	-3
1	-4
2	-3
3	0
4	5

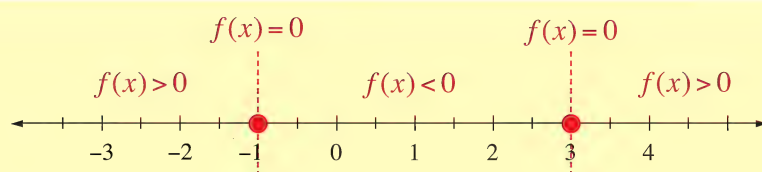
پىويستىت به بژمىرى پروونكرده وهىي دهبیت .
خشتهى بهرامبەر بههاكانى نهخشهى $f(x) = x^2 - 2x - 3$
دیارىدهكات كه گۆراوى x وهردهگریت له نیوان -2 و 4
ئەگەر لهخشتهكه ووردببینه وه سى باری جياواز دهبينریت:

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \quad \text{ئەگەر } x = -1 \text{ یان } x = 3 \\ f(x) &> 0 \quad \text{ئەگەر } x < -1 \text{ یان } x > 3 \\ f(x) &< 0 \quad \text{ئەگەر } -1 < x < 3 \end{aligned}$$

تەكنه لۆجيا

بژمىرهى
پروونكرده وهىي





1. ئەم خستەيە بنووسەو و تەواوی بکە بەهاکانی x کامانەن کە پاسادانی ھاوکێشەکە دەکەن. بەهاکانی x کامانەن کە پاسەدانی لاسەنگەکە دەکەن.

بەهاکانی x کاتیك $f(x) < 0$	بەهاکانی x کاتیك $f(x) > 0$	بەهاکانی x کاتیك $f(x) = 0$	ژمارەى خالەکانى يەكتر برپىنى هێلى پوونکردنەوێهەکە لەگەڵ تەوهرەى سىنیهەکان	نەخشە
			2	$f(x) = x^2 - 4$
				$f(x) = -x^2 + 2x + 3$

2. هەمان کارى پێشوو دووبارەبکەو.

بەهاکانی x کاتیك $f(x) < 0$	بەهاکانی x کاتیك $f(x) > 0$	بەهاکانی x کاتیك $f(x) = 0$	ژمارەى خالەکانى يەكتر برپىنى هێلى پوونکردنەوێهەکە لەگەڵ تەوهرەى سىنیهەکان	نەخشە
			1	$f(x) = x^2$
				$f(x) = -x^2$

3. هەمان کارى پێشوو دووبارەبکەو.

بەهاکانی x کاتیك $f(x) < 0$	بەهاکانی x کاتیك $f(x) > 0$	بەهاکانی x کاتیك $f(x) = 0$	ژمارەى خالەکانى يەكتر برپىنى هێلى پوونکردنەوێهەکە لەگەڵ تەوهرەى سىنیهەکان	نەخشە
			0	$f(x) = -x^2 + x - 1$
				$f(x) = x^2 + x + 3$

ا ئەگەر هێلکاری نەخشەيەك تەوهرى سىنى لە دوو خالدا ببریت، ئەوا تەوهرەى سىنى

دابەش دەكات بۆ _____ ماوەى جیاوا.

ب ئەگەر هێلکاری نەخشەيەك تەوهرى سىنەکان لە يەك خالدا ببریت، ئەوا تەوهرەکە

دابەش دەكات بۆ _____ ماوەى جیاوا.

ج ئەگەر هێلکاری نەخشەيەك تەوهرى سىنى نەبریت، ئەوا تەوهرەى سىنى دابەش دەكات

بۆ _____ ماوەى جیاوا.

✓ خالى چاوديرى

دەتوانیت کۆمەڵەى شیکارى لاسەنگە دووجاکە بە ھۆى دیاریکردنى ڕەگەکانى ھاوکێشە دووجاکە یان لە ڕیڤاى هێلکاری پوونکردنەوێهەى نەخشە دووجاکەو بدۆزیتەو.

نمونە

1

لاسەنگەي $x^2 - 2x - 15 \geq 0$ شىكارىكە كۆمەلەي شىكار لەسەر ھېلى ژمارەكان بنوینە.

شىكار

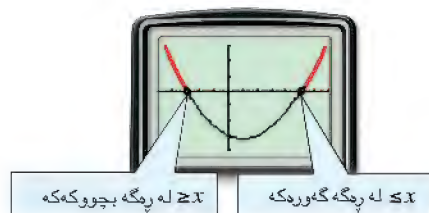
ھېلگارى پوونكردنەوھىي نەخشە دووجاي پەيوەست بە لاسەنگەكەوھ دياردەخات كە كۆمەلەي شىكار لەدوو بەش پىكدىت.

$x \geq$ پەگە بچووكەكە يان $x \leq$ پەگە گەرەكە.

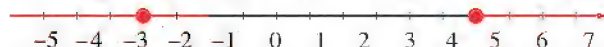
$$x^2 - 2x - 15 = 0$$

$$(x+3)(x-5) = 0$$

$$x = 5 \text{ يان } x = -3$$



كەواتە كۆمەلە شىكارى لاسەنگەكە برىتييە لە كۆمەلەي بەھايەكانى x كە پاسادانى $x \leq -3$ يان $x \geq 5$



تەكنەلۇژيا

بژمىرەي

پوونكردنەوھىي



ھەولبەدە

لاسەنگەي $x^2 - 8x + 12 \geq 0$ شىكارىكە و كۆمەلەي شىكارەكە لەسەر ھېلى ژمارەكان بنوینە.

نمونە

2

بەگەرپانەوھ بۆ سەرەتايى وانەكە، پىويستە چۆن سۆزان نرخى كراسى p ديارىبكات بۆ دەستكەوتنى قازانچ؟

شىكار

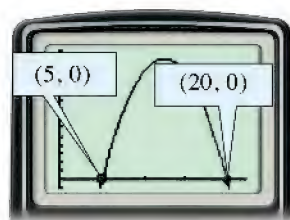
$$-25p^2 + 625p - 2500 = 0$$

$$\Delta = 625^2 - 4 \times (-25) \times (-2500) = 140625$$

$$p = \frac{-625 \pm 375}{-50} = \begin{cases} 5 \\ 20 \end{cases}$$

بىرى جياكەرەوھى ھاوكىشەكە:

ھەردوو پەگەكە برىتين لە



$$y = -25x^2 + 625x - 2500$$

لە ھېلگارى پوونكردنەوھىي نەخشەكەوھ $y = -25x^2 + 625x - 2500$ دەرەكەوئىت سۆزان قازانچ دەكات ئەگەر نرخى كراسىك لە نىوان 5 و 20 ھەزار دىناردا دابنىت.

تەكنەلۇژيا

بژمىرەي

پوونكردنەوھىي



ئاي سۆزان قازانچ دەكات ئەگەر نرخى كراسىك بە 20 ھەزار دىنار دابنى؟



خالى چاودىرى

نمونە

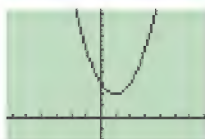
3

لاسەنگەي $x^2 - 2x + 3 \leq 0$ شىكارىكە و كۆمەلەي شىكار لەسەر ھېلى ژمارەكان بنوینە.

شىكار

ھېلگارى پوونكردنەوھىي نەخشە دووجاي پەيوەست بە لاسەنگەكەوھ دەرىدەخات كە بەھاي نەخشەكە مۇجەبە، بەھاي گۇراوى x ھەرچەندىك بىت.

واتە ھىچ بەھايەك بۆ گۇراني x نىيە پاسادانى لاسەنگەكە بكات. دەتوانىن بلىن كۆمەلەي شىكارى لاسەنگەكە، كۆمەلەي بەتالە.



تەكنەلۇژيا

بژمىرەي

پوونكردنەوھىي



بهردهواميون له بير كاريدا

- 1 پوونبكهوه چوڻ لاسهنگه $x^2 - 2x - 8 \geq 0$ شيكاردهكهيت.
- 2 پوونبكهوه چوڻ هيلكاري پوونكردهوهي بؤ شيكاري لاسهنگه $x^2 - 2x - 8 > 0$ يارمهتيت ديدات.
- 3 پوونبكهوه چوڻ شيكاري لاسهنگه $(x-2)^2 < 0$ به بؤ بهكارهيناني هيلكاري پوونكردهوهي ددوږزيتتهوه.

راڻياني ناراسته گراو

- 4 لاسهنگه $x^2 - 7x + 12 \geq 0$ شيكاريكه وكمهلهي شيكار لهسر هيلكي ژمارهكان بنوينه.
- 5 بهها تهواوهكاني x كامانه؟ كه پاساداني $-2x^2 + 25x - 72 > 0$ دهكن.

راڻيان وجييه جيكردن

نهم لاسهنگانه شيكاريكه وكمهلهي شيكار لهسر هيلكي ژمارهكان بنوينه.

- | | | | |
|-----------------------|----|---|----|
| $-x^2 + 5x - 6 > 0$ | 7 | $x^2 - 1 \geq 0$ | 6 |
| $x^2 - 4x - 5 < 0$ | 9 | $x^2 - 8x + 12 \leq 0$ | 8 |
| $50 - 15x > -x^2$ | 11 | $x^2 - 7x + 10 \leq 0$ | 10 |
| $x^2 - x - 12 \leq 0$ | 13 | $x^2 \leq \frac{3}{4} + x$ | 12 |
| $x^2 - 4x - 12 > 0$ | 15 | $-x^2 + \frac{3}{4}x - \frac{5}{9} > 0$ | 14 |
| $x^2 + x - 6 \leq 0$ | 17 | $x^2 - 2x - 99 > 0$ | 16 |
| $x^2 \leq 7x - 6$ | 19 | $x^2 - x + 20 < 0$ | 18 |
| $10 - x^2 \geq 9x$ | 21 | $x^2 + 35 > -12x$ | 20 |
| $x^2 + 3x - 18 > 0$ | 23 | $x^2 + 10x + 25 > 0$ | 22 |
| $x^2 + 6x \geq 7$ | 25 | $x^2 - 2 > x$ | 24 |
| $-x^2 + 3x + 6 < 0$ | 27 | $15 - 8x \leq -x^2$ | 26 |
| $x^2 + 5x - 7 < 4x$ | 29 | $4x - 1 > 8 - x^2$ | 28 |

- 30 نهخشهيهكي دووجا $f(x)$ بنوسه كه پاساداني $f(x) \geq 0$ بكات بؤ بههاكاني x كه دهكهويته نيوان 2 و 6 به بههاي هردوو ژمارهكهشوه.

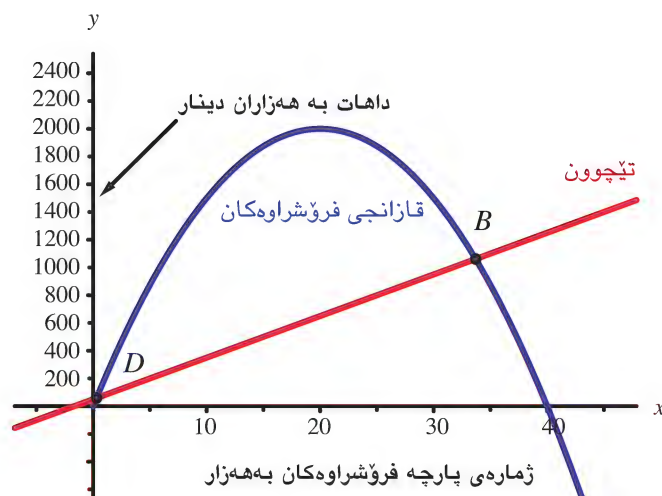
- 31 لاسهنگهيهكي دووجا بنوسه كاتيك كومهلهي شيكارهكهي نهو بههايانهي x بن كه پاساداني $x < 3$ يان $x > 7$ دهكن.

بهرهنگاريونهوه

وەرز لەسەرەتای دەست پیکردن لە یاری سەبەتەدا، ناوێژیان تۆپەکە بە شێوەیەکی ستوونی ھەڵدەدا. نەخشەی دووجای $h(t) = -16t^2 + 24t + 5$ نمونەییەکی بیرکارییە بۆ بەرزى تۆپەکە بە پێى کات، کاتی h بەرزى تۆپەکە و t کات بنوێنیت، دیاریبکە لە کام دوو چرکەدا بەرزى تۆپەکە لە 9m بەرزتر دەبێت؟

بازرگانی نەخشەی $y = -0.1x^2 + 8x - 50$ نمونەییەکی بیرکاریانەییە کە قازانج لە فرۆشتنی x یەکە لەبەرھەمییکی پیشەسازی دەنوێنیت. کەمترین یەکەى فرۆشراو چەند بێت بۆ ئەوێ فرۆشیارەکە قازانج بکات؟

بازرگانی یەکیک لە کۆمپانیایان لیکۆلینەوێیەکی ئەنجامدا بۆ تیچوونی بەرھەم و فرۆشتنی یەکیک لە بەرھەمەکانی، گەیشتە ئەوێ کە نەخشەی $C(x) = 50 + 30x$ نمونەییەکی بۆ تیچوونی بەرھەم ھێنان و نەخشەی $R(x) = 5x(40 - x)$ نمونەییەکی بۆ داھاتی فرۆشتن، کاتی x ژمارەى پارچە فرۆشراوەکان بێت بە ھەزاران. بەلام قازانجی بە دەستھاتوو ئەم نەخشەییە دەنوێنیت $P(x) = R(x) - C(x)$ ئەم ھێلکارییە بەکاربھێنە بۆ وەلام دانەوێ پرسیارەکان.



أ ژمارەى پارچە فرۆشراوەکان لە نیوان کام دوو بەھایەدا دەبن بۆ دەست کەوتنى قازانج.

ب ژمارەى پارچە فرۆشراوەکان چەند دەبن بۆ ئەوێ زۆرترین قازانج بکریت.

ج ئایا گەورەترین تیچوون ھەییە کە ناکریت لێى تیپەربێت؟ پوونیکەو.

د ھێلکاری پوونکردنەوێی نەخشەی قازانج بکێشە.

ه لەسەرەتای کام ھێندەى فرۆشراو کۆمپانیاکە دەست بە زەرەرکردن دەکات.

روانیڭ بۆدواوه

هېڅكاری پوونكرندنه وهیي ئەم په یوه ندىانه بكېشه، ئایا په یوه ندىیه كه نه خشه دهنوینین یان نا

$$y = |x| \quad 35$$

$$x = |y| \quad 36$$

$$x = y^2 \quad 37$$

ئەم هاوكېشانه شىكارىكه به هوئى نووسینی رەگه كه به تهواوی.

$$-2x^2 = -16 \quad 38$$

$$-3x^2 + 15 = -6 \quad 39$$

$$32 = 2x^2 - 4 \quad 40$$

روانیڭ بۆپېشه وه

بەهای b دیاریبكه به جوړىك هېڅكاری نه خشه ی $y = x^3 - 2x^2 + 3x + b$ به خالى (1,9) دابروات.

پاسادانی وهلامه كهت بكه به له جیاتیدانانی بههای b به بهها دیاریكراوهكه. هېڅكاری پوونكرندنه وهیي نه خشه كه بكېشه.

جیاوازی چیە؟

زۆر لەیەک بەدوایەکی ژمارەییەکان لە نەخشەیەک پێک دێت کە پێناسەکراون. لەیەک بەدوایەکی دووجای ژمارەکان ووردبەرەوه.

n	1	2	3	4	5	6	7	...	n
$S(n)$	1	4	9	16	25	36	49	...	n^2

پادە یەكەمەكان لەم یەك لەدوای یەكەدا بریتین لە $1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, 6^2, 7^2$ لە پادە یەكەمەكانی ئەم یەك بەدوای یەكە دەبینین ئەو پادەیی ژمارەکی n بێت بریتییه لە n^2 ، لەوەشەوه دەتوانین بڵێین نەخشەی $f(x) = x^2$ ئەو یەك بەدوای یەكە دروست دەكات کە پادە نوێیەکی $f(n) = n^2$ ئەویش بە لەجیاتیدانانی ژمارە سێوشتی n بەگۆرایی x . چون نەخشە پێکدەهێنی لەیەك بەدوایەکیەكەوه کە پادە یەكەمەكانی زانراو بێت؟ یەکی لەو پێگایانە، پێگای کۆتاییە جیاوازییەکانە. دەتوانیت ئەم پێگایە بەکاربێنیت کاتی تێبینی دەکەیت کە یەك لەدوای یەكە بەرەو جیاوازییەکی نەگۆر دەچێت لە ئاستی دیاریکراودا. لەم یەك لە

n	1	2	3	4	دواییەكە ووردبەرەوه
$f(n)$	0	5	12	21	
		2	7	9	جیاوازی ئاستی یەكەم
			2		جیاوازی ئاستی دووهم

سەرئێش ئەوە بەدە کە جیاوازییەکان لە ئاستی دووهمدا یەكسانن. ئەمەش وایان لێدەكات لەم بارەدا بەدوای نەخشەیەکی دووجادا بگەرێین بۆ پێکدەهێنای یەك لەدوای یەكە. بنووسە وەهولبە بەهای هاوکۆلەکان بە بەکارهێنای بەهاکانی n و پادەکانی بەرامبەری بدۆزیتەوه.

$$f(n) = an^2 + bn + c$$

$$f(1) = a(1)^2 + b(1) + c = a + b + c$$

$$f(2) = a(2)^2 + b(2) + c = 4a + 2b + c$$

$$f(3) = a(3)^2 + b(3) + c = 9a + 3b + c$$

$$f(4) = a(4)^2 + b(4) + c = 16a + 4b + c$$

n	1	2	3	4
$f(n)$	$a+b+c$	$4a+2b+c$	$9a+3b+c$	$16a+4b+c$
		$3a+b$	$5a+b$	$7a+b$
			$2a$	$2a$

بەرورد کردنی ئەم خستەیه لەگەڵ خستە جیاوازییەکان پێگەدەدات بە نووسینی ئەو هاوکێشە کە هاوکۆلەکی نەخشە دووجاگان پاسادانی دەکەن.

$$2a = 2 \quad 3a + b = 5 \quad a + b + c = 0$$

سىستەمى ئۇ ھاۋىكېشانە بەدەستە ھېناۋە بە لەجىياتىدانان شىكارىكە.

• $2a = 2$ كەۋاتە $a = 1$

• $3a + b = 5$ كەۋاتە $b = 2$

$3 + b = 5$

• $a + b + c = 0$ كەۋاتە $c = -3$

$1 + 2 + c = 0$

پوختە ئۇمانەى پېشۋو نەخشەى $f(n) = n^2 + 2n - 3$ پېكېدېنېت كەپەك لەدۋاى يەكە دراۋەكەى لېۋە دروست دەبېت.

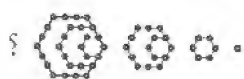
لەئەنجامەكە دۇنيا بە بە لەجىياتى دانانى بەھى
 n بە بەھاكانى 5 ۋە 6 ۋە 7 ئەگەر بزانېت يەك لە
 دۋاى يەكەكە برېتېە لە 0, 12, 21, 32, 45, 60, ...

چالاقى 1 دىيارىكرىنى نەخشە دوۋجاكان

چەند كۆمەلەپەك لە دوو خويىندكار يان زىاتر
 پېكېھېنە ۋسەرۋكېك بۇ ھەر يەكېكىان
 دابىنى سەرۋكەكە دوور لە ھاۋرېكانى،
 نەخشەپەكى دوۋجا ھەلدەبېرېت كە
 ھاۋكۆلكەكانى ژمارەى تەۋاۋ بن و بەكارى
 دەھېنېت بۇ دروستكرىنى يەك بەدۋاى يەكېكى
 5 ژمارەپى. سەرۋكەكە يەك بەدۋاى يەكەكە
 پېشاندانى ئەندامانى كۆمەلەكە دەدات، داۋاى
 دۆزىنەۋەى نەخشەكەيان لېدەكات.

چالاقى 2 دىيارىكرىنى ھاۋكېشەى دوۋجا بۇ ژمارە شەشپەكان

ئەندازىيارىكە تەلار سازى دىزىنى تەلارىكى
 ۋاكېشاۋە ۋەك لە ۋېنەكەدا دىيارە ئەگەر سەپرى
 تەلارەكە بكەيت شەش لارىكەكانى تىا
 دەبېنېت كە ھەر يەكېكىان لەناۋ ئەۋى
 ترىاندایە ئەم دېمەنەش ۋەك يەك بە دۋاپەكېك
 لە ژمارەكاندا دەنۋېنېت. ئەگەر n ژمارەى
 خالەكان بېت لە ھەر لایەكى شەش لاكاندا،
 ئەۋا ژمارەكانى يەكەدۋاى يەكەكە ژمارەى
 خالەكان دەنۋېنېت لە ھەر شېۋەپەك لە شېۋە
 ئەندزەپپەكان.



چۈار ژمارەى يەكەم لەم يەك بەدۋاپەكە
 بنۋوسە ۋرېگای كۆتايى جىاۋازەكان
 بەكاربېنە بۇ دۆزىنەۋەى نەخشەپەك كە لە
 يەك بەدۋاپەكەكە پەيدا دەبېت.



پیداچوونهوهی بهش

$$f(x) = -3x^2 - 6x - 7 \quad 22$$

نهم هاوکیشانه به پیکای یاسا شیکاریکه.

$$x^2 - 7x = -10 \quad 23$$

$$6x = 2 - 5x^2 \quad 24$$

$$x^2 = 1 - x \quad 25$$

$$2x + 1 = 2x^2 \quad 26$$

$$x^2 + 6x = -8 \quad 27$$

$$11x = 5x^2 - 3 \quad 28$$

$$x = 6x^2 - 3 \quad 29$$

$$3 = x^2 + 5x \quad 30$$

پوتانی سهری نهم برگانه دیاریکه.

$$f(x) = x^2 + 7x + 6 \quad 31$$

$$f(x) = x^2 - x - 12 \quad 32$$

$$f(x) = x^2 + 2x - 3 \quad 33$$

$$f(x) = x^2 + 12x + 5 \quad 34$$

ژمارهی ردهگهکانی نهم هاوکیشانه دیاریبکه به بهکارهیسانی جیاکهردهوه

$$4x^2 - 20x = -25 \quad 35$$

$$9x^2 + 12x = -2 \quad 36$$

$$x^2 = 21x - 110 \quad 37$$

$$-x^2 + 6x = 10 \quad 38$$

دریژی لا نه زانراوده که لهه سیگوشه وهستاوه بدوژدهوه. وه لامهکته بو نزیکتیرین ده نزیکبهوه.

$$b = 5; a = 4 \quad 39$$

$$a = 1; c = 4 \quad 40$$

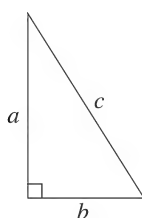
$$c = 12; b = 7 \quad 41$$

$$c = 15; a = 12 \quad 42$$

$$b = 5; c = 25 \quad 43$$

$$a = 6; b = 6 \quad 44$$

$$c = 5.8; b = 3.2 \quad 45$$



نهم نهخشانه لهسهه شیوهی گشتی بنووسه و دیاریکه که نهخشهی دووجان.

$$f(x) = -(x+1)(x-4) \quad 1$$

$$f(x) = 4(2x-1)(3x+2) \quad 2$$

ویتهی پروونکردنهوهی نهم نهخشانه بکیشه و پوتانی سهری نهخشهکه بهنزیکراوهی دابنی:

$$f(x) = -x^2 + 3x - 1 \quad 3$$

$$f(x) = 5x^2 - x - 12 \quad 4$$

نایا نهم برگه هاوتایانه بو سهردهوه یان خوارهوه کراوهن؟ نایا نهخشهکه بههای گهرهترین یان بچووکتیرینی ههیه؟

$$f(x) = -x^2 - x - 1 \quad 5$$

$$f(x) = (x-3)(x+2) \quad 6$$

نهم هاوکیشانه شیکاریکه وشیکاری تهواو بنووسه که نزیکرایتهوه بو نزیکتیرین بهش له سهه.

$$3x^2 = 60 \quad 8$$

$$x^2 = 8 \quad 7$$

$$x^2 + 4 = 9 \quad 10$$

$$x^2 - 3 = 46 \quad 9$$

$$(x-5)^2 = 48 \quad 12$$

$$(x-3)^2 = 64 \quad 11$$

$$6(x+2)^2 = 30 \quad 14$$

$$7(x+1)^2 = 54 \quad 13$$

نهم هاوکیشانه به شیتهلکردن شیکاریکه.

$$x^2 - 10x + 24 = 0 \quad 15$$

$$2x^2 - 3x - 2 = 0 \quad 16$$

$$6t^2 + 11t - 10 = 0 \quad 17$$

نهم هاوکیشانه به تهواوکردنی دووجا شیکاریکه.

$$x^2 - 10x + 21 = 0 \quad 18$$

$$x^2 - 7x - 8 = 0 \quad 19$$

$$4x^2 + 4 = 17x \quad 20$$

نهم نهخشانه به شیوهی پیوانهیی بنووسه وپوتانی سهرهکانی بنووسه.

$$f(x) = 2x^2 - 16x + 33 \quad 21$$



تاقىکردنەۋەى بەش

ئەم ھاۋكىشە دووجايانە بە تەۋاۋىردىنى دووجا شىكارىكە

$$x^2 - 8x + 4 = 0 \quad 14$$

$$2x^2 - 11x + 5 = 0 \quad 15$$

ئەندازە: ئەگەر پۈۋبەرى سىڭۇشەيەك 30 مەتر دووجا

بىت، ۋەرزىيەكە 4 مەتر لە درىژى بىنكەكەى كەمتر
بىت. درىژى بىنكە ۋەرزىيەكەى بدۇزەۋە.

ئەم ھاۋكىشە دووجايانە بە ياسا شىكارىكە.

$$x^2 - 2x - 5 = 0 \quad 17$$

$$-3x^2 + 15 = 12x \quad 18$$

ھاۋكىشەى تەۋەردى ھاۋجىۋوون و پۇتانى سەرى بىرگە
ھاۋتايەكان بنووسە.

$$y = x^2 - 7x + 10 \quad 19$$

$$y = 3x^2 + 18x + 6 \quad 20$$

بىرى جياكەرەۋە بەكاربەيتنە بۇ دىارىكردىنى ژمارەى
پەگەكانى ئەم ھاۋكىشە دووجايانە.

$$x^2 - 8x + 4 = 0 \quad 21$$

$$-3x^2 = 5 + 3x \quad 22$$

$$4x^2 = 27 \quad 23$$

ئەم لاسەنگە دووجايانە شىكارىكە وشىكارەكە لەسەر

تەۋەردى ژمارەكان بنوۋتە.

$$x^2 - x - 12 > 0 \quad 24$$

$$-2x^2 + 4x + 6 \geq 0 \quad 25$$

$$2 \leq x^2 + 4x - 3 \quad 26$$

$$1 > -x^2 - 2x - 6 \quad 27$$

رېساي ئەم نەخشانە بەشىۋە گشتى $f(x) = ax^2 + bx + c$

بنووسە ۋەاكۇلكەكانى دىارىيكە. پۈۋى كرانهۋەى بىرگە

ھاۋتاكە دىارىيكە ۋتايە سەرەكانى گەۋرەترىن يان

بجووكتىن بەھى ھەيە.

$$f(x) = (x+3)(x-4) \quad 1$$

$$f(x) = -5(x+1)(x-7) \quad 2$$

$$f(x) = -2(x+3)(3x) \quad 3$$

ھەر يەك لەم ھاۋكىشانە شىكارىكە بە نووسىنى رەگە

تەۋاۋەكەى، پاشان نىكىيكەۋە بۇ نىكتىن بەش لە سەد.

$$(x-7)^2 = 12 \quad 5 \quad 3x^2 = 81 \quad 4$$

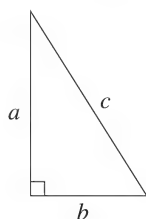
درىژى لاي سىيەمى ئەم سىڭۇشە گۆشە ۋەستاۋە

بدۇزەۋە بۇ نىكتىن دە نىكىكەۋە.

$$b = 9 : a = 7 \quad 6$$

$$c = 4 : a = 2 \quad 7$$

$$c = 9.2 : b = 8 \quad 8$$



شیتەلكردن وليكانى سفرى بەكاربەيتنە بۇ دۇزىنەۋەى

سفرى ئەم نەخشە دووجايانە.

$$f(x) = -x^2 - 9x \quad 9$$

$$f(x) = 4x^2 - 64 \quad 10$$

$$f(x) = 4x^2 - 4x + 1 \quad 11$$

$$f(x) = x^2 - 3x - 10 \quad 12$$

بىردۇزى ژمارەكان: ئەگەر ئەنجامى لىكانى دوو

ژمارە 90 بىت ژمارەيەكيان 3 ى زياتر بىت لە دوو

تەۋەندى ئەۋى تريان. ھاۋكىشەيەكى دووجا

بنووسە كە پەگەكانى ئەم دوو ژمارەيە بن، پاشان

بە شیتەلكردن ۋ بە بەكارھىنانى لىكانى سفرى

ھاۋكىشەكە شىكار بكة.

تاقیکردنه‌وهی که‌له‌که‌بوو

10 به‌های نه‌خشه‌ی $f(x) = 11 - \frac{1}{2}x$ چهنده کاتیك $x = -6$ ؟

11 **کیمیا** زانایه‌ک دهیه‌ویت 60 مل له گیراوه‌یه‌ک ئاماده بکات، که ریژهی سویرییه‌که‌ی تیایدا 5% بیٲ به به‌کاره‌ینانی دوو گیراوه که ریژهی سویری له‌یه‌که‌میاندا 2% و له دوومیاندا 12% به پیویسته چهنده له‌هه‌ریه‌کیك لهو دوو گیراوه‌یه به‌کاربیٲ ؟

12 به‌های $8^{\frac{2}{3}}$ چهنده ؟

13 بری $\frac{(3^2-7)^2}{3^{(2^2-1)}}$ کورتبکه‌وه.

14 بری جیاکه‌ره‌وه‌ی هاوکیشی $x^2 + 4x + 1 = 0$ هه‌ژماربکه.

15 جوړی ئه‌ویه‌ری به‌های نه‌خشه‌ی $f(x) = -x^2 + 2x + 1$ دیاری بکه (گه‌وره‌ترین یان بچووکتیرینه) پاشان به‌هاکه‌ی بدۆزه‌وه.

16 **فیزیا** دیلان توپیکی له‌به‌ری 3 م به‌ردایه‌وه به نزیکه‌یی بو نزیکتیرین دهیه‌ک له چرکه‌یه‌کدا کاتی پیویسته چهنده ؟ بو ئه‌وه‌ی توپه‌که بگاته سه‌ر زه‌وی. نه‌خشه‌ی $h(t) = -5t^2 + 3$ به‌کاربیٲه کاتیك h به‌ری بیٲ به مه‌تر و t کات بیٲ به چرکه.

17 **بازرگانی** کوٲپانیایه‌کی کوردستان جوړیکی تاییه‌ت له بژمیږ ده‌فرۆشیت نه‌خشه‌ی :

$$P(x) = -x^2 + 90x + 497975$$

کاتیك که x نرخ‌ی بژمیږه و P قازانجی کوٲپانیاه بیٲ. ئه‌و نرخه چهنده که زۆرتیرین قازانج بو کوٲپانیاه ده‌سته‌به‌رده‌کات وه‌لامه‌کته به نزیک‌راوه‌ی به دینار بنووسه.

1 ژماره‌ی ره‌گه‌کانی هاوکیشی $5x^2 + 2x + 1 = 0$ له کوٲمه‌للی ژماره پاستیه‌کاندا چهنده ؟

ا ☐ 2
ب ☐ 0
ج ☐ 1
د ☐ جگه له‌مانه

2 کام له‌م جووته ریڅخراوانه شیکاری سیستمی ئه‌م هاوکیشه‌هیللیه ده‌کات

$$\begin{cases} 5x + y = 11 \\ 3x + 2y = 8 \end{cases}$$

ا ☐ (2, 1)
ب ☐ (3, 2)
ج ☐ (-1, 2)
د ☐ (5, 6)

3 بری $\frac{x^2 y^{-1}}{x^{-3} y^2}$ کورت بکه‌ره‌وه.

4 شیه‌لکردنی راده‌داری $x^2 + 5x + 6$ بریتییه له

ا ☐ $(x+1)(x+6)$
ب ☐ $(x-2)(x-3)$
ج ☐ $(x-1)(x-6)$
د ☐ $(x+2)(x+3)$

5 کام له‌و ووشانه باسی شیکاری سیستمی دوو هاوکیشی $\begin{cases} 2x + 5y = 3 \\ 4x + 10y = 6 \end{cases}$ ده‌کات.

ا ☐ ئه‌سته‌مه
ب ☐ سنووردراو نییه
ج ☐ سنووردراوه
د ☐ هیچ له‌مانه

6 به‌روونکردنه‌وه‌یی لاسه‌نگه‌ی $-\frac{1}{3}x \leq 6$ شیکاربکه.

7 سیستمی هاوکیشی هیللی $\begin{cases} 3x - 2y = 2 \\ x + y = 4 \end{cases}$ شیکاربکه.

8 هاوکیشی $x^2 + 3x + 1 = 0$ شیکاربکه.

9 ری‌سایه‌کی نه‌خشه بنووسه هیلکاری روونکردنه‌وه‌کته ده‌ست ده‌که‌ویٲ له هیلکاری روونکردنه‌وه‌یی $f(x) = x^2$ که به شیوه‌یه‌کی ئاسویی 3 یه‌که به‌ره‌و لای چه‌پ بکیشه‌وه.

بهشی چوارهم

برهكان و نهخشه رادهدارهكان

Polynomial Functions and Expressions

1. رادهدارهكان.

2. نهخشه رادهدارهكان.

3. ليكدان و دابهشكردي رادهدارهكان.

4. هاوكيشه و لاسهنگه رادهدارهكان.

پرژهي بهشهكه

پیداچوونهوه

تافيكردنهوهي بهش

تافيكردنهوهي كهلهكهبوو

برهكان و نهخشه پادهدارهكان

Polynomial Functions and Expressions

بهشی

4

زورجار پادهدارهكان بهكاردههينين بۆ
ههژميركردين ياساي پووبهر و
قهبارهكان، بهكاريش ديت بۆ ئه
پيداويستيانهي كه پهيوهنديان به هيژي
كيشكردين و بهكاربهروهه ههيه. ههروهه
بهكاريش ديت له زور پيداويستي تري
ژيانى پوژانهمان. نمونهش بۆ ئهوه
بهكارهيناني له ههژميركردين قهبارهي
ئهو تهلاره نارپكانهي كه لهوينهكهوه
دهيبنيت.

لهم بهشهدا ئهوه فيردهبيت كهچۆن
كردارهكان لهسهه نهخشه ئههجام دهديت
و چۆن هيلكاري پوونكردهوهيهكهي
دهكيشين و رهگهكاني دياريدهكهين.

وانهكان

1. پادهدارهكان.
2. نهخشه پادهدارهكان.
3. ليكدان و دابهشكردين
پادهدارهكان.
4. هاوكيشه و لاسهنگه
پادهدارهكان.
پروژهي بهشهكه



دەربارەى پروژەى بەش

لەم بەشەدا نەخشەى راەدار بەکار دىنین بۆ پىکھەينانى چەند نمونەىەك بۆ بارەکانى ژيانى پۆزانە. پەيوەندىيەكەش كاتىك نمونەىى دەبىت كە وەلامى تەواوى پىداويستىيەكانمان بىداتەو. لەكاتى ئىشكرىنت لەم بەشە، ئەو شىوە دەفرانە دەخەملىنىت بە بەكارهينانى نەخشەى راەدار كە پىكىدىنىت لەپەيوەندى نىوان قەبارەى ئەو ئاوەى لە دەفرەكەدايە لەگەل بەرزىيەكەى. دواى تەواويوونت لە بەشەكە تواناى ئەمانەى خوارەووت دەبىت:

- كۆكرىنەو وەپىكخستنى پىدراوەكان.
- نەخشەىەكى راەدار پىكبىنىت كە نزيك بىت لە پەيوەندى نىوان پىدراوەكان.
- دلىيا دەبىت لە پاستى نمونەكە.





بۆچی
پادەدارەکان بەکار دێت بۆ
دروست کردنی زۆر لە نموونە
پیداویستیەکانی ژبانی
پۆژانەمان.

ئامانجەکان

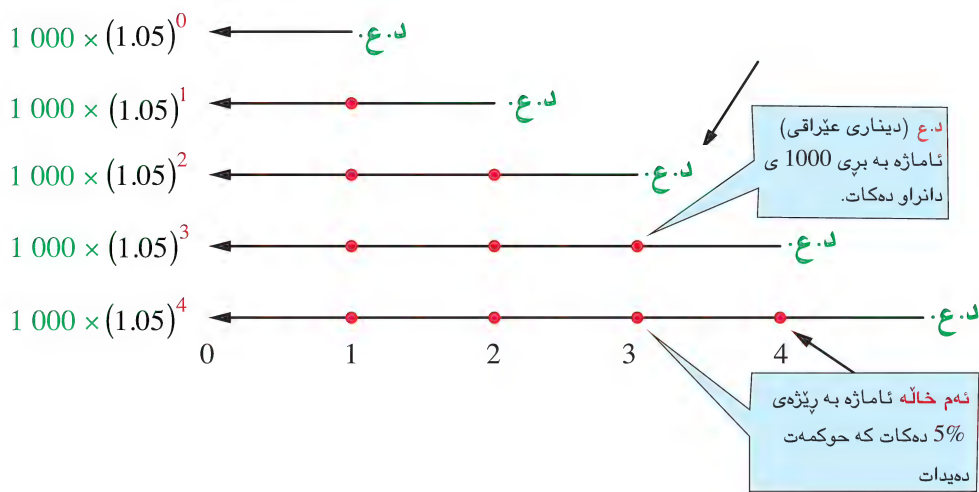
- پادەدارەکان دەناسیت و پلە و ھاكۆلەكانیان جیادەكاتەوه.
- بەهای پادەدارەکان بە لەجیاتیدانان دەدۆزیتەوه.
- پادەدارەکان كۆدەكاتەوه و لێكیان دەردەكات.

لە یەكێك لە ولاتەكان حكومەت سندوقێكى تاییبەتی داناوە كە هانی كریكاران دەدات پاره دابنێن و بۆیان كۆبیتەوه، تاوهكو لە پیریدا كەلکی لیوهر بگرن. هەر كریكارێك لە سەرەتای هەموو سالیكدا 1000 دینار دادەنێت و حكومەتیش 5% ئەو پارەیه لە سندوقەكەدا بۆ هەر كریكارێك دادەنێت كە لە سالی سفرهوه دەست پێدەكات.

هێلکاری خوارهوه زیادبوونی پارەى دانراوى رزگار دەنوینێت لە ماوهی 4 سالدا. خستەى خوارهوه پارەى دانراوى رزگار لە كۆتایی هەر سالیكدا دیاریدەكات.

جێبە جێکردنەکان

پاشەكەوت



پارەى دانراو	كۆتايى سال
1000	سفر
$1000 + 1000(1.05)$	1
$1000 + 1000(1.05) + 1000(1.05)^2$	2
$1000 + 1000(1.05) + 1000(1.05)^2 + 1000(1.05)^3$	3
$1000 + 1000(1.05) + 1000(1.05)^2 + 1000(1.05)^3 + 1000(1.05)^4$	4

ئەگەر حكومت پىژەى 6% يان 7% يان 8% لە جياتى 5% دابنىت تەنھا ئەووت لەسەرە كە ژمارەى 1.05 بگۆرپىت بۆ ژمارەى 1.06 يان 1.07 يان 1.08 .

ئەگەر ھىماى x دابنىي بۆ ئەو ژمارە گۆراو، دەتوانىت پارەى دانراوى پزگار بەم شىوھىە بنوسىت:

$$1000 + 1000x + 1000x^2 + 1000x^3 + 1000x^4$$

بەم جۆرە برانەش پىيان دەوترىت برى زۆر پادەدار **Polynomial Expression** كە برىتييە لە كۆى كۆمەلەك برى سادەتر كە پىي دەوترىت پادە

پادە **Term** برىتييە لە ھىندىكى جەبرى پىكدىت لە ئەنجامى لىكدانى ژمارەيەك لە گۆراوئەك يان زياتر وەك: برى $3x^2b$ لەوانەيە تەنھا يەك گۆراوى تىدابىت. وەك $5x^2$ يان تەنھا ژمارە بىت وەك ژمارە 10 لەم كاتەدا پىي دەوترىت پادەى نەگۆر **Constant Term** ژمارە لە پادەى جەبرى پىي دەوترىت ھاوكۆلكە يان بەشە نەگۆرەكە **Constant Part** بەلام بەبەشەكەى تر دەوترىت گۆراو **Variable Part** . بۆ نمونە:

• ھاوكۆلكەى x برىتييە لە 1 و بەشە گۆراوئەكەى x .

• ھاوكۆلكەى $-2xb$ برىتييە لە -2 و بەشە گۆراوئەكەى xb .

• ھاوكۆلكەى $\frac{-b^3x^2}{2}$ برىتييە لە $-\frac{1}{2}$ و بەشە گۆراوئەكەى b^3x^2 .

• ھاوكۆلكەى $-bc$ برىتييە لە -1 و بەشە گۆراوئەكەى bc .

پلەى پادەكە **Degree of Term** برىتييە لە توانى گۆراوئەكە ئەگەر تاكانە بىت. بەلام ئەگەر لە گۆراوئەك زياتر بىت برىتييە لە كۆى توانى گۆراوئەكان، بۆ نمونە پلەى پادەى $\frac{-b^3x^2}{2}$ برىتييە لە 5 . پادەدار **Polynomial** برىتييە لە كۆى چەند پادەيەك، لەم وانەيدا فۆرى پادەدارى يەك گۆراو دەبىت. ھەندىك پادەدار بەناوى تايبەتى دەناسرىنەو. ئەو پادەدارەى لە دوو پادە پىكدىت پىي دەوترىت پادەدارى دوانى **Bionomial** و ئەوەى لە سى پادە پىكدىت پىي دەوترىت پادەدارى سىيانى **Trinomial** . پلەى پادەدار **Degree of Polynomial** برىتييە لە گەرەترىن توانى پادەكانى كە ئەو پادەدارە پىك دەھىنن دەتوانىن پادەدارەكان بە پىي پلەكانىيان پۆلىن بكەين وەك لەم خستەيەدا رووندەبىتەو.

پۆلىتكردىنى پادەدارەكان بە پىي پلەكانىيان		
نمونە	ناوئەكەى	پلە
3	نەگۆرە	سفر
$5x + 4$	ھىلبيە	1
$-x^2 + 5x - 11$	دووجايبيە	2
$4x^3 + x^2 + 2x + 3$	سىجايبيە	3

نمونە

پلەى ئەم پادەدارانە چەندە؟

ا $4x^2 - 3x + 6x^5$

ب $-2x^3 + 3x^4 + 4x^3 + 5$

پلەى ھەر پادەيەك لە پادەكانى پادەدارەكە
يەك لەدواى يەك بریتییه لە 2 و 1 و 5
پلەى ھەر پادەيەك لە پادەكانى پادەدارەكە
يەك لەدواى يەك بریتییه لە 3 و 4 و 3 و
سفر لەوشەوہ پلەى پادەدارەكە (4) ە.

ھەولبە

پلەى ئەم پادەدارانە دیاریبکە.

ا $4x^2 + 4 - 8x - 4x^3$

ب $3x^3 + 2x^3 - 6x^5$

Evaluating Polynomials

ھەژمارکردنى بەھای پادەدارەکان

لە نموونەى (2) ھوہ بۆت دەردەکەوێت چۆن پادەدار لە ژيانى پوژانەدا بەکار دێت.

نمونە

پارەى دانراوى پزگار لە کۆتایى سالى چوارەمدا چەندە؟ ئەگەر حکومەت پزىڤى 6% ى دانا لە جیاتى 5% ؟

شیکارى

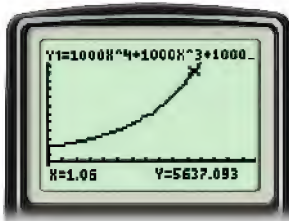
لە جیاتیدانان بەکاربێتە

$$y = 1000 + 1000x + 1000x^2 + 1000x^3 + 1000x^4$$

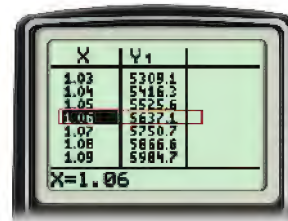
$$1000 + 1000(1.06) + 1000(1.06)^2 + 1000(1.06)^3 + 1000(1.06)^4 = 5637.09$$

پزىگای دووهم : بە بەکارھێنانى بژمیرەى پونکردنەوہیى (ئەگەر ھەبێت).

نەخشەى $y = 1000 + 1000x + 1000x^2 + 1000x^3 + 1000x^4$ لە ناو بژمیرەكەدا بنوسە بۆ بەدەستھێنانى خشتەى بەھاكان یان وینەى پونکردنەوہیى نەخشەكە.



بەھای y بریتییه لە 5637.07
بەنزیكەى



ھەولبە

بەھای پادەدارى $3x^4 + 2x^2 + 2x - 5$ ھەژماربکە کاتێک $x = 1.5$

کوکردنەوہ و لیکدەرکردنى پادەدارەکان Adding and Subtracting Polynomials

بۆ کوکردنەوہ و لیکدەرکردنى پادەدارەکان تەنھا ھاوکۆلکەى پادە لە یەكچوہكان كۆ دەكەریتەوہ یان لەیەكیان دەردەكەین. پادە لە یەكچوہكان ئەوانەن كە توانى گۆراوہكانیان یەكسانن. پاش كرداری كورت كردنەوہ پادەدارەكە بە شیوہى گشتى بنوسە. شیوہى گشتى Standard Form بریتییه لە پزىکردنى پادەكان لە توانى گەورە بۆ بچووك.

نمونە

$$(-2x^2 - 3x^3 + 5x + 4) + (-2x^3 + 7x - 6)$$

3

شىكار

$$\begin{aligned} (-2x^2 - 3x^3 + 5x + 4) + (-2x^3 + 7x - 6) &= (-3x^3 - 2x^2) + (5x + 7x) + (4 - 6) \\ &= -5x^3 - 2x^2 + 12x - 2 \end{aligned}$$

$$(2x^4 + 4x^3 + 5x - 2) + (-2x^4 - 7x^2 + 8x - 10)$$

بىر كىرەنەۋە پەخىنە گرانە رادەدارى p بىۋىزەۋە كە پاسەدانى $(2x^2 - 3x + 5) + p = 0$ دەكات.

$$(-6x^3 - 6x^2 + 7x - 1) - (3x^3 - 5x^2 - 2x + 8)$$

4

شىكار

$$\begin{aligned} (-6x^3 - 6x^2 + 7x - 1) - (3x^3 - 5x^2 - 2x + 8) &= (-6x^3 - 3x^3) + (-6x^2 + 5x^2) + (7x + 2x) + (-1 - 8) \\ &= -9x^3 - x^2 + 9x - 9 \end{aligned}$$

$$(3x^3 - 12x^2 + 5x + 1) - (-x^2 + 5x + 8)$$

ھەۋلەدە

راھىيان

بەردەۋامبۇن لە بىر كارىدا

- 1 بە دەربىرىنى خۆت رادەدار پىناسەبەكە.
- 2 چۆن پەلەى رادەدارىك دىارىدەكەيت، ئەۋە پوونىكەرەۋە.
- 3 پوونىكەۋە چۆن دوو رادەدار كۆدەكەيتەۋە و لەيەكتىريان دەردەكەيت.
- 4 پوونىكەۋە چۆن ھەژمىرى بەھای رادەدار دەكەيت ئەگەر بەھای گۇراۋەكەيت زانى.
- 5 پوونىكەۋە چۆن رادەدار بە شىۋەى گشتى دەنوسىت.

راھىيانى ئاراستە كراۋ

پەلەى ھەر رادەدارىك چەندە؟

$$3x^3 - 12x^2 - 5x - 12x^5 + 1$$

6

$$3x^{10} + 3x^2 + 2$$

7

$$x^3 + 2x^2 - x + 1$$

8

$$(2x^3 + 3x^2 - x + 2) + (-3x^2 + 4x + 5)$$

9

$$(6x^3 - 5x^2 + 14x + 3) - (3x^3 - 2x^2 + 7x - 2)$$

10

نهم رادهدارانه به شیوهی گشتی بنویس.

$$\begin{array}{ll} 4x^4 + x^2 + x^3 + x + 1 & \boxed{12} \\ 5x^3 + 4x + 2x^2 + 1 & \boxed{11} \\ \frac{13}{25}x^4 + \frac{5}{7}x^3 + \frac{3}{5}x^5 + \frac{1}{2} & \boxed{14} \\ 2.7x^3 + 3.3x^8 + 4.1x^2 & \boxed{13} \end{array}$$

نایا نهم برانه رادهدار دهنوتن؟ نهم وده لاهمه که به لایه پلهی رادهداره که دیاریکه.

$$\begin{array}{ll} -4x^2 + 3x^3 - 5x^6 + 4 & \boxed{16} \\ 7x^5 + 3x^3 - 2x + 4 & \boxed{15} \\ 4x^2 + 5x^2 - x + 1 & \boxed{18} \\ x^3 + 2x - x - 7 & \boxed{17} \\ 7.81x^4 + 8.9x^3 + 2.5x^2 & \boxed{20} \\ 0.35x^4 + 2x^2 + 3.8x & \boxed{19} \\ \frac{8}{x^3} - \frac{7}{x^2} + x & \boxed{22} \\ \frac{3}{x^2} + \frac{5}{x} + 6 & \boxed{21} \\ \frac{x^5}{7} - \frac{x^3}{3} & \boxed{24} \\ \frac{5}{7}x^6 + \frac{2}{3}x^4 + 5 & \boxed{23} \\ 7x\sqrt{x} + 4 & \boxed{26} \\ \sqrt{x} - 1 & \boxed{25} \end{array}$$

هه ژمیری به های رادهداره که بکه کاتیک x به ها پیدراوه که وهریگریت.

$$\begin{array}{ll} x = -2 : x^4 + 2x^3 + 2 & \boxed{28} \\ x = -3 : x^3 + x^2 + 1 & \boxed{27} \\ x = 3 : -4x^3 + 1 + x & \boxed{30} \\ x = 4 : -2x^3 - 3x + 2 & \boxed{29} \\ x = 6 : 5x^3 + 2x^2 - 5x + 2 & \boxed{32} \\ x = 5 : 3x^3 + x^2 + 2x + 4 & \boxed{31} \\ x = 3.8 : 5x^3 + 4x + 2x^2 + 1 & \boxed{34} \\ x = 2.5 : 1 + x^2 - 3x^3 & \boxed{33} \end{array}$$

$$x = 2 : \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{8}x^3 + \frac{3}{8}x^2 + \frac{5}{8}x + \frac{7}{8} \quad \boxed{35}$$

$$x = 10 : \frac{3}{10}x^3 + \frac{7}{10}x^2 + \frac{1}{10}x + \frac{9}{10} \quad \boxed{36}$$

نهمانه کوکوهه بان لهیه کترین دهریکه، پاشان نهمانه که له سه شیوهی گشتی بنویس.

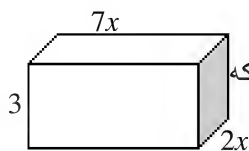
ویله که دیاریکه.

$$\begin{array}{ll} (x^3 + x^2 + x + 1) + (2x^3 + 3x^2 + x + 3) & \boxed{37} \\ (x^5 + x^3 + x) + (x^4 + x^2 + 1) & \boxed{38} \\ (1 - 5x + x^3) - (2x^4 + 5x^3 - 10x^2) & \boxed{39} \\ (5x^3 + 3x^2 + 8x + 2) - (2x^2 + 4x + 7) & \boxed{40} \\ (2x^2 - 5x + 3) + (4x^3 + 6x^2 - 2x + 5) & \boxed{41} \\ (x^2 - 5x^3 + 7) - (6x + x^3 + 3x^2) & \boxed{42} \\ (x^4 + 5x^2 + x) - (x^4 + 2x^3 + x - 4) & \boxed{43} \\ (8x^2 + x^3 + 1 - 3x) + (2x^3 + 11x^4) & \boxed{44} \\ (\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}x^3 + 1) + (\frac{2}{3} + \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}x) & \boxed{45} \\ (-3.2x^2 + 2.7x^3 + 7.8x) + (4.9x^3 + 2.5x^4) & \boxed{46} \end{array}$$

به‌های a, b, c, d دیاریکه تا یه‌کسانیه‌که راست بیټ.

$$(11x^3 + ax^2 - x + b) - (4x^3 - 3ax + 5) = cx^3 - 2x^2 + dx - 1 \quad 47$$

$$(ax^3 + 2x^2 + cx + 1) \text{ به } (5x^3 - 3) \text{ زیاتره له } (3x^3 + bx^2 + d - 7x). \quad 48$$



ټه‌ندازه به‌پې x برې جه‌بری بو پووبه‌ری گشتی پاکه‌تیک هه‌ژماریکه که دريژي بنکه‌که‌ی $7x$ وپانيه‌که‌ی $2x$ و به‌ريزه‌که‌ی 3 بیټ.

به‌ستنه‌وه

پيشه‌سازی به‌زوری راده‌داره‌کان به‌کارده‌هيژنيټ بو دهربريني تيچوونی به‌ره‌ميک له به‌ره‌مه‌کانی پيشه‌سازی. ¹⁰

ټه‌گه‌ر تيچووی به‌ره‌می x پارچه له $C(x) = x^3 - 15x + 15$ بیټ، تيچوونی $10\,000$ پارچه چهنده؟

پيشه‌سازی ټه‌گه‌ر تيچوونی به‌ره‌می x پارچه $c(x) = 3x^3 - 18x + 45$ بیټ تيچوونی $20\,000$ پارچه چهنده؟ 51

روانيټيک بو دواوه

ټه‌مانه شپته‌لېکه.

$$8(x^2 + 6x) \quad 53$$

$$6(x^2 - 4x) \quad 52$$

ټه‌م هاوکيشانه شيکاریکه.

$$-2(b + 3) = 5 - 6(2b - 7) \quad 55$$

$$\frac{6x - 12x + 18}{3} = 1 \quad 54$$

$$\begin{cases} 6x = 4 - 2y \\ 12x - 4y = 16 \end{cases} \text{ سسته‌می هيټلی شيکاریکه.} \quad 56$$

ټه‌م ژمارانه به شپوهی زانستی بنووسه.

$$8\,900\,000\,000 \quad 58$$

$$7\,100\,000 \quad 57$$

روانيټيک بو پيشه‌وه

چوارگوشه‌یه‌ک پووبه‌ره‌که‌ی ده‌کاته $x^2 + 6x + 9$ دريژيه‌که‌ی به‌پې x هه‌ژميږیکه. 59



بۆجى

هەردوو پىساي ھەژمارکردنى
قەبارە و رووبەرى گشتى دوو نمونەن
بۆ نەخشەى پادەدار بەکار دێت بۆ
شیکارکردنى پرسپارەکانى ژيانى
پۆژانەدا وەك لە پىشەسازیدا.

ئامانجەکان

- نەخشەى پادەدار دەناسێتەو.
- ھێلکاری پونکردنەوھى نەخشەى پادەدار دەکێشێت و باسى شۆھەكى دەکات.
- ئەو پرسپارانە شیکاردەکات کە نەخشەى پادەدارى تێدايە .
- بەھای ئەوپەرى نەخشە دەناسێت.
- لە گۆرانی نەخشەى پادەدار دەکۆلێتەو.

لاقە کە بەرپۆلەبەرى کۆمپانیاى بەرھەمھێنانى پاکژکەرەوھى، دەپەوى دورپەکانى قوتوى ھەلگرتنى پاکژکەرەوھەکان دەستکاری بکات.

لەبەشەکانى پێشوو ھەندىک نەخشەى وەك نەخشەى ھێلى و نەخشەى دووجات ناسى، ئەوانە دوو بارى تايبەتى نەخشەبوون لە نەخشە پادەدارەکان.

Polynomial Functions

نەخشە پادەدارەکان

نەخشەى پادەدار: ئەو نەخشەى کە بە شۆھى پىسايەكى پادەدارى يەك گۆراو دەنوسرێت.

کومپانيایه کی بهرهمه پانی پاکژکه ره وه بهرهمه مکهانی ده خاته قوتویه کی لاکیشه تهریبه کی درژییه که ی 20 cm و پانییه که ی 10 cm و بهرزییه که ی 30 cm بیت. بهرپوه بهری کومپانیایه که دهیه ویت دستکاری دوورییه کانی قوتوه که بکات.

1. قه باره و پرو بهری گشتی قوتوه که پیش دستکاری کردن چهنده؟
2. نه گهر بهرپوه بهر که بیه ویت قه باره و پرو بهری گشتی قوتوه که بهرپژیه ی 10% که مکهاته وه، نه واه قه باره و پرو بهری گشتی قوتوه په دابوه که چهنده؟

X	پرو بهر	قه باره
9.0	1944	4860
9.1		
9.2		
9.3		
9.4		
9.5		

3. بهرپوه بهر برپاریدا که بهرزییه که ی نه گوریت به لام درژییه که ی دوو نه وهنده ی پانییه که ی بیت. قه باره و پرو بهری گشتیه که ی به پی پانییه که ی به گورپاوی x بدو زهره وه.

4. نه و خسته یه ی بهرام بهر ته واه بکه.
5. به های x چهنده دهی که واه قه باره که ی بکات نزیك بیته وه له قه باره ی داواکراو؟ نه م به هایه واه له پرو بهری گشتی دهکات نزیك بیته وه له پرو بهری گشتی داواکراو؟ پرو نیبکه ره وه.

✓ خالی چاودیری

نمونہ

ہیلکاری پروونکرندہوہی ئەم نہخشانہ بکیشہ و باسی شیوہکەمی بکە.

$$y = x^4 - 2x^2 + 2 \quad \text{ب}$$

$$y = 3x^3 - 5x^2 - 2x + 2 \quad \text{ا}$$

شیکار



ب



ا

ہیلکاری ئەو نہخشە پلە چوارە لە پیتی
لاتینی W دەچیت و سێ جیگۆرکێی
تێدایە و دووانیان بە شیوہی U و
سێیەمیان بە شیوہی n .

ہیلکاری ئەو نہخشە سێجایە لە پیتی
لاتینی n دەچیت و دوو جیگۆرکێی
تێدایە یەکیکیان بە شیوہی U و
دووەمیان بە شیوہی n .

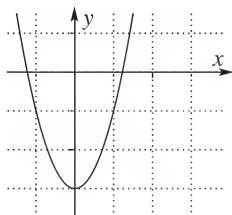
ہیلکاری پروونکرندەوہی ھەریەک لەم نہخشانە بکیشە و باسی شیوہکەمی بکە.

$$y = 2x^4 - 3x^2 + x + 2 \quad \text{ب}$$

$$y = -3x^3 - 2x^2 + 2x + 1 \quad \text{ا}$$

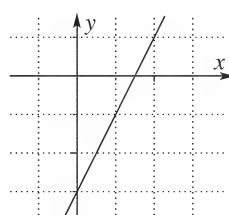
سەرئەنجامی ہیلکاری پروونکرندەوہی ھەریەک لە نہخشەیی و دووجا و سێجا و چوارجا لەم
وێنەدا بدە.

نەخشەیی دووجا



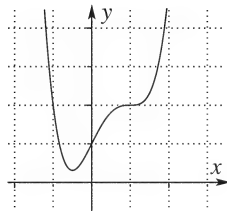
$$y = 2x^2 - 3$$

نەخشەیی ھێلێ



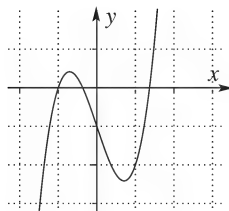
$$y = 2x - 3$$

نەخشەیی پلە چوار



$$y = x^4 - 2x^3 + 2x + 1$$

نەخشەیی سێجا



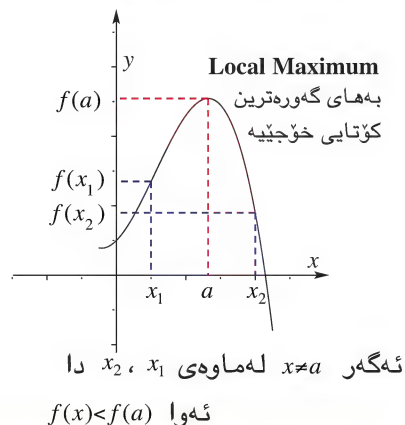
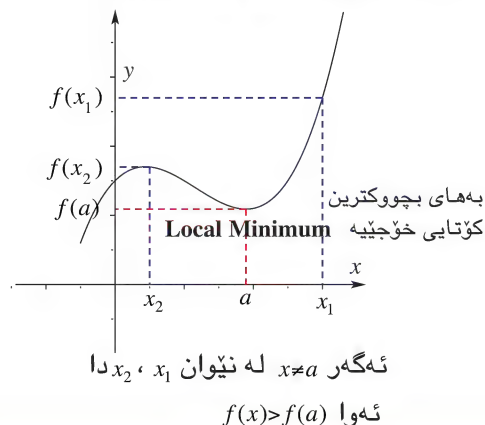
$$y = 2x^3 - 3x - 1$$

مەودای نہخشە پلە تاکەکان دیاریبکە لە نہخشەکانی پێشودا؟ چی دەلییت سەبارەت بە مەودای
نەخشە پلە جووتەکان.

✓ خالی جاودێری

Extremum of Polynomial Function ئەوپەرى نەخشە پادەدارەكان

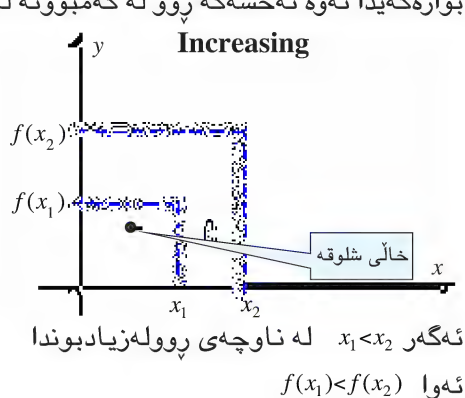
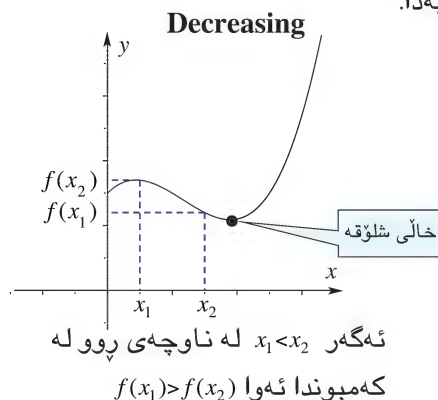
كاتىك ھىلكارى پوونكرىنەۋەى نەخشەك بەرە سەرە دەچىت وپاشان بەرەخوارەۋە دادەبەزىت لە ماۋەيەكى بوارەكەيدا. نەخشەك بەھاي گەرەترىن كۆتايى خۆجى ۋەردەگەرەت لە ماۋەيەدا. بەلام ئەگەر ھىلكارى پوونكرىنەۋەى نەخشەك بەرە خوارەۋە بىرات پاشان بەرە سەرەۋە بچىت لە ماۋەيەكى بوارەكەيدا بەھاي بچوكترىن كۆتايى خۆجى ۋەردەگەرەت لە ماۋەيەدا.



Extremum Value ئەوپەرى بەھا

بەژمارەى $f(a)$ دەوترىت گەرەترىن كۆتايى خۆجى $f(x) < f(a)$ ئەگەر $x \neq a$ ھەرچەندىك بىت لەھاۋسىيى a كاتىك $x \neq a$.
بەژمارەى $f(a)$ دەوترىت بچوكترىن كۆتايى خۆجى $f(x) > f(a)$ ئەگەر $x \neq a$ ھەرچەندىك بىت لەھاۋسىيى a كاتىك $x \neq a$.
بەژمارەى $f(a)$ دەوترىت بەھاي ئەۋ پەرى خۆجى نەخشەك، ئەگەر بەھاكە گەرەترىن يان بچوكترىن بەھاي خۆجى نەخشەكە بىت.

بەخالەكانى سەر ھىلكارى چەماۋەكە، كە ئەۋپەرى بەھا دەنۆين دەوترىت خالى شلوق لە پىرەۋى نەخشەكە **Turning Points**. نەخشەكە لە كاتى تىپەپىنى بەو خالانەدا دەگۆرىت كە لە پوۋ لە زياد بوونەۋە بۆ پوۋ لە كەمبوون يان لەكەمبوونەۋە بۆ زيادبوون. نەخشە سىجاكان بە لايەنى زۆرەۋە دوو خالى شلوقيان ھەيە. بەلام نەخشە پلە چوارەكان بە لايەنى زۆرەۋە سى خالى شلوقيان ھەيە. بە شىۋەيەكى گشتى ژمارەى خالە شلوقەكانى نەخشەيەكى پلە n بىرتىيە لە $(n-1)$ بە لايەنى زۆرەۋە. ئەگەر سەرنجى ھىلكارى پوونكرىنەۋەى ئەم دوو نەخشەيە بدەيت، تىپىنى ئەۋ دەكەيت كە ھىلكارى نەخشەكە لەۋانەيە بەرە سەرەۋە يان بەرە خوارەۋە بىت. بەنەخشەيەك دەوترىت پوۋ لە زيادبوونە لە ماۋەيەكى بوارەكەى ئەگەر ھىلكارى پوونكرىنەۋەى بەرە سەرەۋە بىت لە ماۋەيەدا بەلام ئەگەر ھىلكارى نەخشەكە بەرە خوارەۋە بىت لە ماۋەيەكى بوارەكەيدا ئەۋ نەخشەكە پوۋ لە كەمبوونە لە ماۋەيەدا.



Increasing and Decreasing Functions

پوو له زيادبوون و پوو له كه مېوونى نه خشه كان $f(x)$ بن .

نه خشه كه پوو له زيادبوون ده بېت كاتيك ئهم مەرجه بېته دى

$$\text{ئەگەر } x_1 < x_2 \text{ ئەوا } f(x_1) < f(x_2)$$

نه خشه كه پوو له كه مېوون ده بېت كاتيك ئهم مەرجه بېته دى

$$\text{ئەگەر } x_1 < x_2 \text{ ئەوا } f(x_1) > f(x_2)$$

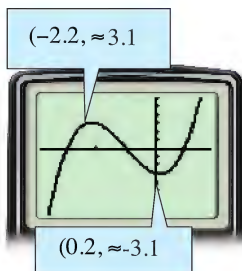
نمونە

هیلکاری پونکردنه وەبى $f(x) = x^3 + 3x^2 - x - 3$ بکیشه.

ا بهای ئه وپه پى نه خشه كه بۆنزيكترين بهش له ده نزيكبه وە.

ب ناوچه پوو له زيادبوون و پوو له كه مېوونى نه خشه كه دياربكه.

شیکار



ا هیلکاری پونکردنه وەبى نه خشه كه دوو خالى شلوقي ههيه

يه کيکيان بهای گه وره ترينه 3.1 به نزيكبه ئه وپتريان بهها

بچووكترينه وە به نزيكبه -3.1 .

ب نه خشه كه پوو له كه مېوون له ماوه $-2.2 < x < 0.2$

به ده ره له و ماوه پوو له زيادبوون.

ساغبه وە خسته کاري بژميره پونکردنه وەبى به کاربهينه «ئەگەر دهستکهوت» بۆ ساغکردنى بهها نزيكبه يه كانى پۆتانه كانى خاله شلوقه كان.

X	Y1
-2.5	2.625
-2.4	2.856
-2.3	3.003
-2.2	3.072
-2.1	3.063
-2	3
-1.9	2.871
X = -2.2	

X	Y1
-3	0
-2	3
-1	0
0	-3
1	0
2	5
3	18
X = -2	

له م خسته يه ئه و پرونده بېته وە كه ژماره 3.1 بههای نزيكبه يه بههای گه وره ترين كۆتايى خوجييه.

له م خسته يه وە ده ره كه وپت كاتيك بههای x له هاوسى 2- دا بېت، بههای نه خشه كه له بههای هاوسى كانى گه وره تر ده بېت ئهمهش ئه وە ده گه يه نيئت كه پوى سيني بههای گه وره ترين له نيوان -3 ، -1 دا ده بېت.

ئەگەر توانيت هه مان پيگا به کاربهينه بۆ ده رخستنى بههای بچووكترين كۆتايى خوجييه.

بەردەوامبوون لە بیر کاریدا

- 1 باسی خالە شلۆقەکانی نەخشەى پادەدارى $f(x) = 2x^2 + x^3 + 3x + 1$ بکەو جوړهکەى دیاریکە.
- 2 بەهای گەورەترین و بچووکتەرىن کوټایى خوځییهکەى پیناسەبکە.
- 3 ئەوپەرى بەهای نەخشەکە پیناسەبکە.
- 4 پوولە زیادبوون و پوولەکەمبوونى نەخشەکە پیناسەبکە.
- 5 ناوچەى پوولە زیادبوون و پوولەکەمبوونى نەخشەى پرسىارى 1 دیاریکە.

راھینانى ئاراستە کراو

- 6 هیلکاری پوونکردنەوہیى نەخشەى $y = x^3 + x^2 - 2x$ بکیشە.
- 7 ژمارەى خالە شلۆقەکانى نەخشەکە چەندە؟
- 8 ئەوپەرى بەھاگان دیاریکە کەبو نزیکتەرىن دە نزیکرابنەوہ.
- 9 ناوچەى پوولە زیادبوون و پوولە کەمبوونى بو دیاریکە.

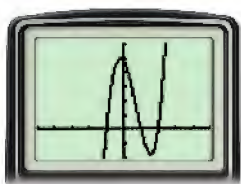
راھینان وجییه جیکردن

هیلکاری پوونکردنەوہیى ئەم نەخشانە بکیشە ولە هیلکاریهکەوہ بەهای ئەوپەرى نەخشەکە وجۆرهکەى دیاریکە. بەھاگان بو نزیکتەرىن بەش لە دە بنوسە.

- | | | | |
|-----------------------------|----|----------------------------|----|
| $y = x^3 + x^2 - 3x + 1$ | 11 | $y = 2x^3 - 5x$ | 10 |
| $y = 3x - 3 - 3x^3$ | 13 | $y = 2x^3 - 4x + 1$ | 12 |
| $y = -x^2 + 6x - 11$ | 15 | $y = -2x + 3 + x^2$ | 14 |
| $y = -x^4 + x^3 + 4x^2 - 3$ | 17 | $y = x^4 - 5x^2 + 2$ | 16 |
| $y = 3x^3 - x^4 - 3x - 3$ | 19 | $y = -3x^3 + 3x + x^4 + 3$ | 18 |

هیلکاری پوونکردنەوہیى نەخشەکە بکیشە و ناوچەکانى پوولە زیادبوون و پوولەکەمبوونىان بو دیاریکە.

- | | | | |
|----------------------------|----|---------------------------|----|
| $y = -2x^3 + 3x$ | 21 | $y = x^3 - 4x$ | 20 |
| $y = -x^4 + 3x^2 + 3$ | 23 | $y = x^4 - 2x^2 + 2$ | 22 |
| $y = x^2 - 6x + 7$ | 25 | $y = -x^2 + 4x - 1$ | 24 |
| $y = -x^4 + 3x^3 - 3x - 3$ | 27 | $y = x^4 - 3x^3 + 3x + 3$ | 26 |
| $y = -x^3 + 4x - 2$ | 29 | $y = x^3 - 3x + 3$ | 28 |



- 30 شۆۋەى بەرامبەر بەشكى ھىلكارى نەخشەى
 $y = 10x^3 - 25x^2 + x^4 - 10x + 24$ دەنۆيىت، سەرنجىدە كە
 ھەموو سىفەتەكانى نەخشەكە پوون نىيە ۋەك لە ۋىنەكەدا
 ديارە. چۆن ۋا دەكەيت تا پوونبىتەۋە؟

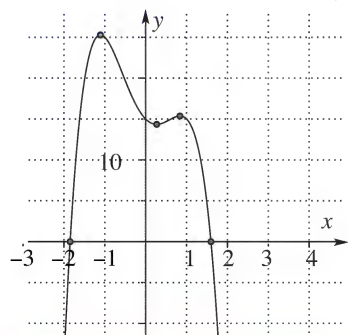
نەندازە نەخشەيەكى زۆر رادەدار بنووسە ھەژمىرى پووبەرۋ قەبارەى داواكراۋ بكات.

31 قەبارەى شەش پالۆيەك لايەكى $2x$ سم بىت.

32 پووبەرى گشتى شەش پالۆيەك لايەكى x سم بىت.

33 پووبەرى گشتى لاکىشە تەرىپىك بەرزىەكەى x سم ودرىژى بىنكەكەى $7x$ ۋپانىيەكەى $3x$ سم بىت.

34 قەبارەى لولەكك بەرزىيەكەى 5 م ونيوتىرەى بىنكەكەى x م بىت.



35 شۆۋەى بەرامبەر بەشكى لە ھىلكارى پوونكرىدەۋەى

نەخشەى $f(x) = -x^4 + 2x^2 - x + 3$ دەنۆيىت.

ا بەھاي نىزىكەيى سىفرەكانى نەخشەكە بنووسە.

ب بەھايەكانى ئەۋپەرى نەخشەكە بە نىزىكەيى

بنووسە.

روانىنىك بۆدۈۋاۋە

36 ئەم خىشتەيە تەۋاۋ بىكە كە بەھاي رادەدارى $g(x) = x^4 - 2x^2 - 2$ ھەژمىر بكات. پاشان
 بەھاي گەرەتەرىن ۋىچوۋكتەرىن بەھاي x ى ھەر يەككىيان دىيارىبىكە.

x	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2
$g(x)$									

روانىنىك بۆپىشەۋە

ئەم برانە بەسادەتەرىن شۆۋە بنووسە.

38 $(x - y)(x^2 + xy + y^2)$

37 $(x + y)(x^2 - xy + y^2)$

ليكدان ودابه شکردنى راده دارهكان

Multiplying and Dividing Polynomials

وانهى
3

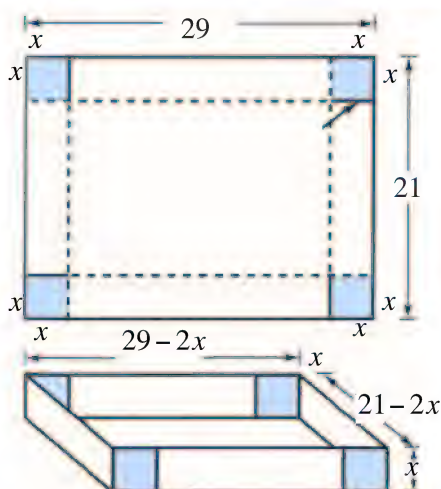
بوچى

دەتوانىت شىتەلکردن بەکاربىننىت بۆ
پىکھېننى رادەدارىک که قەبارەى خشتەکىک يان
لاکىشەتەرىپىک که لە سەرەوه کراوەیە بنوینىت.



نامانجەکان

- رادەدارىک لە يەککى تر دەدات.
- رادەدارەکان بە بەکارهێنانى هاوئەنجامە ناسراوەکان شىتەل دەکات.
- بىردۆزى هاوکۆلە بۆ دۆزىنەوى کۆلە رادەدارەکان بەکار دەهێننىت.
- رادەدارىک بەسەر يەککى تر دا بەش دەکات.
- پرسىارەکان بە بەکارهێنانى بىردۆزى هاوکۆلە بىردۆزى ماوە شىکار دەکات.



بۆ دروستکردنى لاکىشەتەرىپىکى کراوە لەسەرەوه بە بەکارهێنانى پارچە کارتۆنىک، پىويستە چوار چوارگۆشەى يەکسان لە گۆشەکانىدا بېرىت و لاكان بنوشتىننیتەوه. قەبارەى قوتووە پەيدا بوەکە بە ھۆى پىوانەى پارچە کارتۆنەکە و لاكانى چوارگۆشە بىراوەکە ديارى دەکرىت. ئەگەر ھاتوو درىژى لاكانى کارتۆنەکە 29 cm و 21 cm بىت ئەوا قەبارەى قوتووەکە $V(x) = x(29-2x)(21-2x)$

کاتىک x درىژى لایەکى چوارگۆشە بىراوەکە بىت.

جىبە جىکردنەکان

پىشەسازى

Multiplying Polynomials

ليكدانى رادەدارەکان

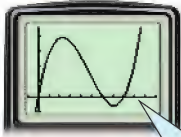
قەبارەى قوتووەکە $V(x) = x(29-2x)(21-2x)$ وەك رادەدارىک بە شىوێ گشتى بنووسە.

1

نورونە

شىکار

$$\begin{aligned} v(x) &= x(29-2x)(21-2x) \\ &= x[29(21-2x) - 2x(21-2x)] \\ &= x[609 - 58x - 42x + 4x^2] \\ &= x[609 - 100x + 4x^2] \\ &= 609x - 100x^2 + 4x^3 \\ &= 4x^3 - 100x^2 + 609x \end{aligned}$$



دەردەكەوئیت كەهەردوو هیڤه
پونكرندنهوییهكه جوتن.

ساغېكهوه

دەتوانیت راستی لیکدانهكەت پاسادان بكهیت به بهكارهینانی هیڤی
پونكرندنهوییه نهخشه $V(x)$ به شیوهی یهكه میداو به شیوهی گشتیهكهیدا.
ئەگەر هەردوو چهماوهكه جوتبوون لیکدانهكەت راسته.

ههولېده نهخشه $f(x) = 2x^2(x^2 + 2)(x - 3)$ وهك رادهداريک به شیوهی گشتی بنوسه.

Factoring Polynomials

شیتەل کردنی رادهدارهکان

بۆ ئەوهی رادهداريک شیتەلېکەیت، ههولېده به شیوهی لیکدانی دوو هاوکۆلکه یان زیاتر بنوسیت.

نموونه 2

ئەم رادهدارانه شیتەلېکە.

$$x^3 + 4x^2 + 2x + 8 \quad \boxed{\text{ب}}$$

$$x^3 - 5x^2 - 6x \quad \boxed{\text{ا}}$$

شیکار

$$x^3 - 5x^2 - 6x = x(x^2 - 5x - 6) \quad \boxed{\text{ا}}$$

$$= x(x - 6)(x + 1)$$

بەر دووجا که شیتەلېکە.

دەتوانین رادهدارهكه $x^3 + 4x^2 + 2x + 8$ كه به دهرهینانی گهرهترین كۆلکهی هاویهش له
نیوان رادهی یهكه و دووهم و رادهی سیهم و چوارهم شیتەلېکەین.

$$x^3 + 4x^2 + 2x + 8 = (x^3 + 4x^2) + (2x + 8) \quad \text{به یهكه وه بهستن رادهکان}$$

$$= x^2(x + 4) + 2(x + 4) \quad \text{ههریهك له و دوو رادهیهی ناو كه وانهكه شیتەلېکە}$$

$$= (x^2 + 2)(x + 4) \quad \text{به هاویهش وهردهگرین}$$

ههولېده

ئەم رادهدارانه شیتەلېکە

$$x^3 - x^2 + 2x - 2 \quad \boxed{\text{ب}}$$

$$x^3 - 9x \quad \boxed{\text{ا}}$$

هاوئەنجامه ناسراوهکان پۆلێکی گرنگ دهبین له شیتەلکردنی رادهدارهکاندا.

Special Identities هاوئەنجامه ناسراوهکان

$$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$$

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

نموونه 3

ئەم رادهدارانه شیتەلېکە.

$$49y^2 + 14y + 1 \quad \boxed{\text{ب}}$$

$$x^2 - 10x + 25 \quad \boxed{\text{ا}}$$

$$x^3 - 8 \quad \boxed{\text{ه}}$$

$$x^3 + 27 \quad \boxed{\text{د}}$$

$$4y^2 - 25 \quad \boxed{\text{ج}}$$

شیکار

$x^2 - 10x + 25 = (x)^2 + 2 \times 5x + (5)^2 = (x+5)^2$ **ا**
 $49y^2 + 14y + 1 = (7y)^2 + 2 \times 1 \times 7y + (1)^2 = (7y+1)^2$ **ب**
 $4y^2 - 25 = (2y)^2 - (5)^2 = (2y+5)(2y-5)$ **ج**
 $x^3 + 27 = (x)^3 + (3)^3 = (x+3)(x^2 - 3x + 9)$ **د**
 $x^3 - 8 = (x)^3 - (2)^3 = (x-2)(x^2 + 2x + 4)$ **ه**

هەولبەدە

ھەردوو پادەدارى $x^3 + 1000$ و $x^3 - 125$ شیتەل بکەیت.
 لەیادت بێت ئەگەر ژمارەى x یەکى لە سفرەکانى نەخشەى $f(x)$ بێت کاتێک $f(x) = 0$ مانای -2 یەکیکە لە سفرەکانى نەخشەى $f(x) = x^3 + 8$ لەبەر ئەوەى $f(-2) = (-2)^3 + 8 = -8 + 8 = 0$
 ئەگەر سەرنجى نەخشەى $f(x) = (x-2)(3x^2 + 5x - 4)$ بدەیت. بەزویى بۆت دەردەکەوێت کە ژمارە 2 سفریکە لە سفرەکانى نەخشەکە $(f(2) = 0)$.
 ئیستا پێچەوانەى ئەم راستییە بخەرە پێش چاوى خۆت. بۆ نموونە ئەگەر ژمارە $\frac{1}{4}$ سفریک بێت لە سفرەکانى نەخشە پادەدارەکە، ئایا برى $(x - \frac{1}{4})$ کۆلکە یەکە لە کۆلکەکانى؟ وەلامى ئەمەش لەم بێردۆزەدا دەردەکەوێت.

بیردۆزى کۆلکە Factor Theory

ئەگەر ژمارە a سفریک بێت لە سفرەکانى نەخشەى پادەدارى $f(x)$ ، ئەوا $(x-a)$ کۆلکە یەکە لە کۆلەکانى، پێچەوانە کەشى راستە.

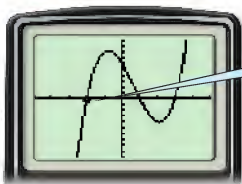
دەتوانیت ئەم بێردۆزە بۆ شیتەلکردنى پادەدارەکان بەکاربێنیت.

نموونه

ئایا برى $x+2$ کۆلکە یەکە لە کۆلکەکانى نەخشەى پادەدارى $f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$.

شیکار

$x+2$ بە شێوەى $x-a$ بنووسە
 $a = -2$ کەواتە $x+2 = x - (-2)$
 $f(-2)$ ھەژمار بکە



لە ھێلکاری پونکردنەوێکەوێ
 دەردەکەوێت -2 سفریکە لە
 سفرەکانى نەخشەکە.

$$\begin{aligned}
 f(-2) &= (-2)^3 - 2(-2)^2 - 5(-2) + 6 \\
 &= -8 - 2 \times 4 + 10 + 6 \\
 &= -8 - 8 + 10 + 6 = 0
 \end{aligned}$$

کەواتە $(x+2)$ کۆلکە یەکە لە کۆلکەکانى $f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

هەولبەدە

ئایا برى $(x+3)$ کۆلکە یەکە لە کۆلکەکانى پادەدارى $x^3 - 3x^2 - 6x + 8$

دهتوانیت پرسته ی لیکدانی برهکان به شیوه ی دابه شکردن به دوو ریځای جیاواز بنووسین.

$$x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = (x^2 + 5x + 6)(x - 2)$$

$$\frac{x^3 + 3x^2 - 4x - 12}{x - 2} = x^2 + 5x + 6$$

$$\frac{x^3 + 3x^2 - 4x - 12}{x^2 + 5x + 6} = x - 2$$

دابه شکردن

$$\begin{array}{r}
 x^2 + 5x + 6 \overline{) x^3 + 3x^2 - 4x - 12} \\
 \underline{-(x^3 - 2x^2)} \\
 5x^2 - 4x \\
 \underline{-(5x^2 - 10x)} \\
 6x - 12 \\
 \underline{-(6x - 12)} \\
 0
 \end{array}$$

دابه شکردن

دابه شکردن

دابه شکردن

دهتوانیت راده داره کان به سهر $x - a$ دابه شبکه ی

به به کاره ی نانی دابه شکی نه قلیدی Long Division

یان دابه شکی بژمیږه ی Synthetic Division

« ترکیبی » واته دابه شکردن نه قلیدی

راده داره کان له دابه شکردن ژماره کان ده چیت.

سهرنجی دابه شکردن $x^3 + 3x^2 - 4x - 12$ به سهر

$x - 2$ بده:

هنگامی 1 راده داره کان به شیوه ی گشتی بنووسه.

هنگامی 2 راده ی یکه می به شکارو به سهر راده ی یکه می به شکارو دابه ش بکه. $x^3 \div x = x^2$

هنگامی 3 x^2 له دابه ش بونه که دا په ی بنووسه وله به شکارو که بده $x^2(x - 2) = x^3 - 2x^2$

هنگامی 4 دابه ش لیکدانی $x^3 - 2x^2$ له به شکارو که ده ریکه.

هنگامی 5 ههنگامه کانی 1 و 2 و 3 له دابه ش لیکدنه که دوو باره بکه وه.

دابه شکردن بژمیږی:

دابه شکردن بژمیږه ی کارناسنیت بو دکات له بهر نه وه ی گوږاوه کان نانوسینه وه.

هنگامی 1: به شکارو له لای چه پ و راده داری به شکارو

لای راست به شیوه ی گشتی بنووسه.

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 x-2 & x^3 & +3x^2 & -4x & -12 & \\
 \hline
 & 1 & 3 & -4 & -12 & \\
 & \downarrow & & & & \\
 & 1 & & & &
 \end{array}$$

هنگامی 2: ژماره ی a (لیرده 2) له لای چه پ

وهاوکولکه کانی راده داره که له لای راستا

بنووسه. هاوکولکه ی یکه م (لیرده 1) له ژیر هیله که

وله هاوکولکه ی دوو همدا بنووسه.

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 2 & 1 & 3 & -4 & -12 & \\
 \hline
 & 1 & 5 & 6 & 0 & \\
 \hline
 & 1 & 5 & 6 & 0 &
 \end{array}$$

هنگامی 3: 2 له 1 بده و نه نجامه که ی له گهل 3 دا

کوڅکه وه. به مه ش (5) ت ده ست ده که ویت. له ژیر

هاوکولکه ی سییم راده دار بنووسه.

هنگامی 4: 2 له 5 بده و نه نجامه که ی له گهل 4 دا

کوڅکه وه و به مه ش (6) ت ده ست ده که ویت. له ژیر

هاوکولکه ی چوارهم راده دار بنووسه.

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 2 & 1 & 3 & -4 & -12 & \\
 \hline
 & 1 & 5 & 6 & 0 & \\
 \hline
 & 1 & 5 & 6 & 0 &
 \end{array}$$

ههنگاوی 5 : 2 له 6 بده وئەنجامه‌که‌ی له‌گه‌ڵ ، -12
داکو‌یکه‌وه. به‌مه‌ش س‌ف‌رت ده‌ست ده‌که‌و‌یت.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 1 \quad 3 \quad -4 \quad -12} \\ \underline{2 \quad 10 \quad 12} \\ 1 \quad 5 \quad 6 \quad 0 \end{array}$$

$x^2 + 5x + 6$

ئەنجامی دابه‌شکردن

ماوه

ماوه‌ی کرداری دابه‌شکردنه‌که بریتییە له س‌ف‌ر، ئەو ژمارانه‌ی له کو‌تا‌یدا ده‌ستمان که‌وتوون 1 ، 5 ، 6 که‌ هاوک‌ۆله‌ی ئەنجامه دابه‌شکردنه‌که‌یه که‌واته ئەنجامی دابه‌ش کردنه‌که بریتییە له $x^2 + 5x + 6$ که‌واته دابه‌شکردنی بژمیری کاتی‌ک به‌کار‌د‌یت که به‌شدراوه‌که بری‌کی هی‌لی له‌سه‌ر شی‌وه‌ی $x - a$ بی‌ت، به‌لام ئەگەر به‌شدراوه‌که پله‌که‌ی له 1 زیاترب‌یت، پی‌ویسته دابه‌شکردنی ئەقلیدی (دری‌ژی) به‌کاربه‌ی‌ن‌یت.

پاده‌داری $x^3 + 3x^2 + 3x + 2$ به‌سه‌ر $x^2 + x + 1$ دابه‌ش‌ب‌که.

ن‌مونه

شیکار

دابه‌شکردنی ئەقلیدی

هه‌نگاوی 1: $x^3 \div x = x$ دابه‌ش‌ب‌که.

x له ئەنجامی دابه‌ش کردنه‌که‌دا بن‌و‌سه.

هه‌نگاوی 2: x له‌به‌شدراو بده و ئەنجامه‌که‌ی له به‌ش‌کراو ده‌رب‌که.

هه‌نگاوه‌کانی پی‌ش‌وو دووباره ب‌که‌وه، تا بری‌کت ده‌ست ده‌که‌ویت که پله‌که‌ی له پله‌ی به‌شدراو که‌م‌تر بی‌ت.

$$\begin{array}{r} x+2 \overline{) x^3 + 3x^2 + 3x + 2} \\ \underline{-(x^3 + x^2 + x)} \\ 2x^2 + 2x + 2 \\ \underline{-(2x^2 + 2x + 2)} \\ 0 \end{array}$$

$x^2 + x + 1$

به‌ش‌کراو

به‌شدراو

ماوه

هه‌ول‌ب‌ده بره‌ی $x^3 + 3x^2 - 13x - 15$ به‌سه‌ر $x^2 - 2x - 3$ دابه‌ش‌ب‌که.

پاده‌داری $x^3 + x - 10$ به به‌کاره‌ی‌نانی دابه‌ش‌کردن ش‌یت‌ه‌ل‌ب‌که ئەگەر زان‌یت 2 س‌ف‌ری‌که له س‌ف‌ره‌کانی پاده‌داره‌که.

ن‌مونه

شیکار

پ‌ی‌گای یه‌که‌م: دابه‌شکردنی ئەقلیدی به‌کاربه‌ی‌نه. پ‌ی‌گای دووهم: دابه‌شکردنی بژمیری به‌کاربه‌ی‌نه.

$$\begin{array}{r} x^2 + 2x + 5 \overline{) x^3 + 0x^2 + x - 10} \\ \underline{-(x^3 - 2x^2)} \\ 2x^2 + x \\ \underline{-(2x^2 - 4x)} \\ 5x - 10 \\ \underline{-(5x - 10)} \\ 0 \end{array}$$

$x^2 + 2x + 5$

بر‌وانه 5

به‌کاره‌ی‌ن‌راوه وه‌ک
کو‌ل‌که‌یه‌ک بو
پاده‌ی x که دیار
نییه له به‌ش‌کراو

هه‌ول‌ب‌ده پاده‌داری $x^3 - 13x - 12$ ش‌یت‌ه‌ل‌ب‌که به به‌کاره‌ی‌نانی دابه‌ش‌کردن ئەگەر زان‌یت 3- س‌ف‌ری‌که له س‌ف‌ره‌کانی پاده‌داره‌که.

بیرکردنه‌وهی پەخنه‌گرانه

پوونیکه‌وه بوچی ئەنجامی لیکدانه‌کان له دابه‌شکردنی بژمی‌ره‌ییدا کۆده‌کرێته‌وه، به‌لام له دابه‌شکردنی ئەقلیدیدا له یه‌ك ده‌رده‌کریین.

به‌پێی بیردۆزی ماوه. به‌های پاده‌داری $P(x)$ له‌کاتی له‌جیاتیدانانی a له x بریتییه‌ له‌ به‌های ماوه‌ی دابه‌شی پاده‌داره‌که به‌سه‌ر $(x-a)$ دا.

ئه‌گه‌ر $P(x) = 2x^3 + 7x^2 + 2x + 1$ ئه‌وا $P(-3)$ یه‌کسانه‌ به‌ ماوه‌ی دابه‌ش کردنی $P(x)$

به‌سه‌ر $x - (-3) = x + 3$. -3

$$\begin{array}{r} 2 \quad 7 \quad 2 \quad 1 \\ -6 \quad -3 \quad 3 \\ \hline 2 \quad 1 \quad -1 \end{array}$$

$$P(x) = 2x^3 + 7x^2 + 2x + 1$$

$$P(-3) = 2(-3)^3 + 7(-3)^2 + 2(-3) + 1 = 4$$

ماوه بریتییه له 4

به‌له‌جیاتیدانان

Remainder Theorem

بیردۆزی ماوه

ماوه‌ی دابه‌شکردنی پاده‌داری $P(x)$ به‌سه‌ر $(x-a)$ دا بریتییه‌ له‌ ژماره‌ی $P(a)$ (به‌های p کاتیك له‌ جیاتی x ژماره‌ی a داده‌نریت).

نموونه

$$P(5) \text{ هه‌ژمار بکه کاتیك } P(x) = 2x^3 + 7x^2 + 2x + 1$$

شیکار

پێگای یه‌که‌م: دابه‌شکردنی بژمی‌ری به‌کاربهێنه. پێگای دووهم: له‌جیاتیدانان به‌کاربهێنه.

$$P(x) = 2x^3 + 7x^2 + 2x + 1$$

$$\begin{aligned} P(5) &= 2(5)^3 + 7(5)^2 + 2(5) + 1 \\ &= 250 + 175 + 10 + 1 \\ &= 436 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 7 \quad 2 \quad 1 \\ 10 \quad 85 \quad 435 \\ \hline 2 \quad 17 \quad 87 \quad 436 \end{array}$$

$$P(5) = 436 \text{ كهواته}$$

$$P(3) \text{ هه‌ژمی‌ریکه کاتیك } P(x) = 3x^3 + 2x^2 - 3x + 4$$

هه‌ولبده

بەردەوامبەون لە بیر کاریدا

- 1 پوونبکەوێ چۆن ھاوئەنجامە ناسراوەکان بۆ شیتەلکردنی پادەداری $x^3 - 4x$ بەکار دێنیت
- 2 پوونبکەوێ چۆن بیردۆزی کۆلکە بەکار دێنیت تا بزانی ئایا $(x+1)$ کۆلکە یەکە لە کۆلکەکانی $x^3 - 2x^2 - 8x - 5$ یان نا.
- 3 پوونبکەوێ چۆن بیردۆزی ماوە بەکار دەهێنیت بۆ ھەژمێر کردنی $P(5)$ کاتێک $P(x)$ پادەدار بێت.

راھبەنانی ئاراستە کراو

- 4 پادەداری $P(x) = x(10-x)(2+x)$ بە شێوەی گشتی بنووسە.

ھەر یەک لەم پادەدارانە شیتەلکە.

- 5 $x^3 - 5x^2 + 6x$
- 6 $x^3 + 5x^2 + 3x + 15$
- 7 $x^3 - 216$
- 8 لە جیاتیدانان بەکار بھێنە تا بزانی ئایا $(x+2)$ کۆلکە یەکە لە کۆلکەکانی پادەداری $x^3 + 4x^2 + 5x + 2$ یان نا.
- 9 $(x^3 + 4x^2 + 4x + 3) \div (x^2 + x + 1)$ ھەژمێر بکە.

ئەگەر 3- سفرێک بێت لە سفرەکانی نەخشە $f(x) = x^3 - 14x - 15$ ، ئەوا نەخشە شیتەلکە بە بەکارھێنانی:

- 10 دابەشکردنی بژمێری
- 11 دابەشکردنی ئەقلیدی (دریژی)

ئەگەر $f(x) = 2x^3 + 3x^2 + 4x + 1$ ، $f(2)$ دیاریکە بە بەکارھێنانی:

- 12 دابەشکردنی بژمێری
- 13 دابەشکردنی ئەقلیدی (دریژی)

راھبەن و جێبەجێکردن

ھەر یەک لەم پادەدارانە بە شێوەی گشتی بنووسە.

- 14 $3x^2(4x^3 - 2x^2 + 5x + 2)$
- 15 $(2x - 3)(x + 4)$
- 16 $(2x + 3)(x^3 - 5x^2 + 4)$
- 17 $(x - 5)(-3x^3 - 4x - 1)$
- 18 $(x - 3)(2 - x)(x - 1)$
- 19 $(2x - 4)(x + 1)^2$
- 20 $(2x + 1)^3$
- 21 $(-3x^2 - x + 2)(x + 1)^2$
- 22 $(x - \frac{5}{7})(\frac{2}{5}x^2 - \frac{1}{5}x + \frac{3}{7})$
- 23 $(x - \frac{1}{4})(\frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{2}{3})$

ئەم پادەدارانە شیتەلکە.

- 24 $x^3 + 8x^2 + 15x$
- 25 $x^3 + 2x^2 - 3x$
- 26 $3x^3 - 300x$
- 27 $18x^3 - 60x^2 + 50x$

$x^3 - 2x^2 - 5x + 10$	29	$x^3 + 3x^2 - x - 3$	28
$1 - x + x^2 - x^3$	31	$x^3 + x^2 + x + 1$	30
$x^3 + x^2 + 2 + 2x$	33	$x^3 + 9x^2 + 14x$	32
$27x^3 - 125$	35	$x^3 - 64$	34
$27 + 8x^6$	37	$x^6 - 1$	36

ئايا بىر ھىلى بەرامبەر ئەو پادەدارانە كۆلكەيەكن لە كۆلكەكانى پادەدارەكە يان نا. (لە جياتيدانان بەكاربەيتنە).

$x+6$:	$x^3 + 5x^2 - 18x - 48$	39	$x-1$:	$x^2 + x + 1$	38
$x-6$:	$x^3 - 8x^2 + 9x + 18$	41	$x-4$:	$x^3 + 3x^2 - 18x - 40$	40
$x+3$:	$x^3 - x^2 - 17x - 15$	43	$x-2$:	$x^3 + 6x^2 - x - 30$	42

بە دابەشکردنى ئەقلىدى ئىنجامى ئەمانە بدۆزەرەو:

$(x^2 - 3x + 2) \div (x - 1)$	45	$(x^2 + 4x + 4) \div (x + 2)$	44
		$(x^3 - 7x - 6) \div (x + 1)$	46
		$(x^3 + 11x^2 + 39x + 45) \div (x + 5)$	47
		$(3x^2 - x + x^3 - 3) \div (x^2 + 4x + 3)$	48
		$(x^3 + 6x^2 - x - 30) \div (x^2 + 8x + 15)$	49
		$(x^3 - 5x^2 - 13x + 42) \div (x^2 + x - 7)$	50
		$(10x - 5x^2 + x^3 - 24) \div (x^2 - x + 6)$	51
		$\left(x^2 - \frac{1}{6}x - \frac{1}{6}\right) \div \left(x - \frac{1}{2}\right)$	52
		$\left(x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{16}\right) \div \left(x + \frac{3}{4}\right)$	53

بە دابەشکردنى بژمىرى ئىنجامى ئەمانە بدۆزەرەو:

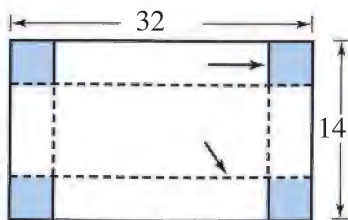
$(x^2 - 3x + 2) \div (x - 1)$	55	$(x^2 - 4x - 12) \div (x - 4)$	54
		$(x^3 + x^2 - 9x - 9) \div (x + 1)$	56
		$(x^3 - 2x^2 - 22x + 40) \div (x - 4)$	57
		$(x^2 + 5x^3 - 18) \div (x + 3)$	58
$(x^3 + 3) \div (x - 1)$	60	$(x^3 - 27) \div (x - 3)$	59
		$(x^2 - 6) \div (x + 4)$	61

بە دابەشکردنى بژمىرى و لەجياتيدانان بەھاي داواکراو ھەژماربە.

$f(2)$:	$f(x) = x^2 + 1$	63	$f(1)$:	$f(x) = x^2 + 1$	62
			$f(3)$:	$f(x) = 4x^2 - 2x + 3$	64
			$f(-2)$:	$f(x) = 3x^3 + 2x^2 + 3x + 1$	65

بەھاي k چەندە بۆ ئەوھى بىرە ھىلەكە كۆلكەيەك بىت لە كۆلكەكانى پادەدارەكە.

$x+3$:	$kx^3 - 2x^2 + x - 6$	67	$x-2$:	$x^3 + 3x^2 - x + k$	66
---------	-----------------------	-----------	---------	----------------------	-----------

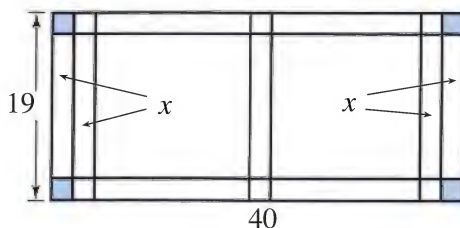


پیشہ سازی به به کارهینانی پارچه کارتونیکی لاکیشیهیی دریزی 32 سم وپانییهکهی 14 سم بیټ قوتویهك سهرهکهی کراوه دروستکراوه لهه شیوه دهردهکهیوټ ئهگهر بهرزی قوتوهکهی x سم بیټ ئهوا قهبارهکهی بریتیه له

$$V(x) = x(14 - 2x)(32 - 2x)$$


68 قهبارهی قوتوهکهی به شیوهی گشتی نهخشهی رادهدار بنوسه.

69 قهبارهی قوتوهکهی چهنده کاتیك بهرزییهکهی 2 سم بیټ؟



پیشہ سازی به به کارهینانی پارچه کارتونیکی لاکیشیهیی دریزییهکهی 40 سم و پانییهکهی 19 سم قوتویهکی پیتزا دروست کرا، ئهگهر بهرزی قوتوهکهی x سم بیټ ئهوا قهبارهکهی بریتیه له

$$V(x) = \frac{1}{2}x(19 - 2x)(40 - 5x)$$

70 قهبارهی قوتوهکهی به شیوهی گشتی نهخشهی رادهدار بنوسه.

71 قهبارهی قوتوهکهی چهنده کاتیك بهرزییهکهی 2 cm سم بیټ؟

72 قهبارهی قوتوهکهی چهنده کاتیك بهرزییهکهی 2.5 cm سم بیټ؟



تیروانینیك بۆ دواوه

73 لاسهنگهی $x + 3 \leq 3(x - 1)$ شیکار بکه و کۆمهلهی شیکارهکهی لهسهر هیلی ژمارهکان بنوینه.

ئهم برانه شیهتهلبکه.

76 $x^2 + x - 12$

75 $2x^2 - 32y^2$

74 $5b^2 - 5c^2$

79 $2x^2 + 11x + 15$

78 $4x^2 + 4x + 1$

77 $5 - 6x + x^2$

کۆیکهوه یان لیڤدهریکه.

80 $(2x^2 - 7x + 5) + (x^3 + 6x^2 - 4x + 1)$

81 $(x^4 - 5x^2 - x) - (x^4 + 4x^3 - x + 6)$

82 $\left(\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}x^3 + 1\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x\right)$

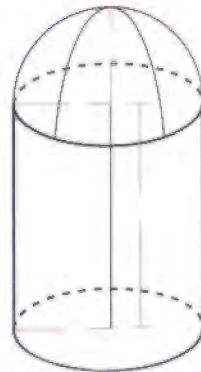
83 $(-3.2x^2 + 2.7x^3 + 7.8x) - (4.9x^3 + 2.5x^4)$

تیروانینیك بۆ پیشهوه

84 ژمارهی سفرهکانی نهخشهی $f(x) = x^3 + 4x^2 - 3x - 18$ ههژمیر کردنی $f(2)$ دیاریبکه.



دهتوانیت ژۆر له پیداو یستیهکانی
ژبان به بهکارهێنانی هاوکیشنه
ولاسهنگهکان جیبهجی بکهین وهک دیاری
کردنی نیوه تیردی بنکهی سایلو یهکی
دانهو یله بهقهباریهکی دیاری کراو.



ئامانجهکان

- به شیته لکردن هاوکیشنه
پاده دار شیکار دهکات.
- به پوونکردنهوهی
پهگهکانی هاوکیشنه
دهخه ملینیت.
- به پوونکردنهوهی
لاسهنگه پاده دار شیکار
دهکات.

جیبه جیکردنهکان

کشت وکال

پاش ئهوهی جوتیارهکان دانهو یلهکانیان دهورنهوه له سایلو تایبهتیدا دانهو یلهکه هه لدهگرن.
ئهو سایلو یانهش پیکدیت له لولهکیکی بازنهیی وهستاو، نیوهگۆیهکی بهسهرهوهیه. وهک له
وینهکهی سهرهوهدا دیاره. دهشزانیت بۆ قهبارهی لولهک ئهم ریسیایه بهکاردهییت $C(r) = \pi r^2 h$
کاتیك C قهباره، و r نیوه تیردی بنکه، و h بهرزی لولهکه که بیئت، ههروهها قهبارهی گۆ به پیی ئهم
یاسایه ههژمار دهکهن $H(r) = \frac{4}{3}\pi r^3$ لهوهی پێشوو دهردهکهوئت که قهبارهی سایلوکه بهم
چهشنه دهبیئت. $T(r) = H(r) + C(r) = \frac{4}{3}\pi r^3 + \pi r^2 h$
شاسوار دهیهوئت سایلو یهکی دانهو یلهکه بهرزی 8m قهبارهکهی 650 مەترسیجا دروست بکات،
پێویسته نیوه تیردی سایلوکه بهچهند دابنیت.

هاوکیشنه $2x^3 - 7x^2 + 3x = 0$ به شیته لکردن شیکاریکه.

نموونه

شیکار

$$2x^3 - 7x^2 + 3x = 0$$

$$x(2x^2 - 7x + 3) = 0$$

$$x(2x - 1)(x - 3) = 0$$

$$x = 0 \text{ یان } 2x - 1 = 0 \text{ یان } x - 3 = 0$$

$$x = 0 \text{ یان } x = \frac{1}{2} \text{ یان } x = 3$$

ساغبکهوه

$$y = 2x^3 - 7x^2 + 3x$$

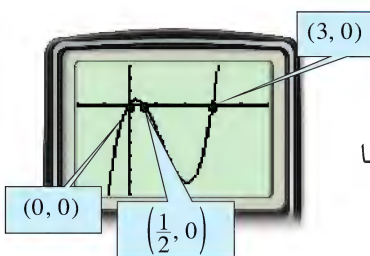
هیلکاری پوونکردنهوهی نهخشه $y = 2x^3 - 7x^2 + 3x$

بکیشه وسهرنجی سفرهکانی بده.

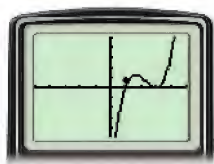
ئهگهر سهرنجی هیلکاری پوونکردنهوهی نهخشهکه بدهیت دلنیا

دهبیت لهوهی سفرهکانی نهخشهکه هه مان ئهوه بهایانهیه که

به شیوهی جهبری دۆزیبوتهوه.



ههول بده هاوکیشنه $2x^3 + x^2 - 6x = 0$ به شیته لکردن شیکاریکه.



شیتەلکردنی پادەدارەکه بوو ھۆی شیکارکردنی ھاوکیشەکی پیشوو،
 بڕەکه شیتەل بوو بۆ ئەنجامی لیکدانی 3 کۆلکە، لەمەو ھاوکیشەکه
 3 شیکار یان 3 ڕەگی جیاوازی ھەیە. بەلام لەھەندێ ھاوکیشە
 پادەدار ڕەگەکان دووبارە دەبنەو ەک لەم نمونەیدا دەرەکهوێت:

نموونه

ھاوکیشە $x^3 - 7x^2 + 15x - 9 = 0$ بەبەکارھێنانی پوونکردنەوایی و دابەشکردنی بژمیرو و شیتەلکردن شیکاربکە.

شیکار ھێلکاری پوونکردنەوایی نەخشە $y = x^3 - 7x^2 + 15x - 9$ بەکاربھێنە بۆ خەمڵاندنی ڕەگەکانی ھاوکیشەکه. لە ھێلکاریەکەو پوون دەبێتەو ەک 1 یەکیک لە سفرەکانی نەخشەکە، دەشتوانین دُنیا بین لەو بەداناو ەو بەھاکە لە جیاتی x . بێردۆزی ھاوکیلکە و دابەش کردنی بژمیرو بەکاربھێنە بۆ دابەش کردنی $x^3 - 7x^2 + 15x - 9$ بەسەر $x - 1$.

$\begin{array}{r rrrr} 1 & 1 & -7 & 15 & -9 \\ & & 1 & -6 & 9 \\ \hline & 1 & -6 & 9 & 0 \end{array}$	$x^3 - 7x^2 + 15x - 9 = (x-1)(x^2 - 6x + 9)$ $= (x-1)(x-3)^2$ $x-1=0$ یان $x-3=0$ یان $x-3=0$ $x=1$ یان $x=3$ یان $x=3$ ڕەگەکانی ھاوکیشە $x^3 - 7x^2 + 15x - 9 = 0$ بریتییه لە 1 و 3 و 3 ڕەگی 3 دووجار دووبارە بۆتەو.
---	---

مابو 0
 ئەنجامی
 دابەش بریتییه لە
 $x^2 - 6x + 9$

ھەولبەدە

ھاوکیشە $x^3 + 2x^2 - 4x - 8 = 0$ بە پوونکردنەوایی و دابەشکردنی بژمیرو و شیتەلکردن شیکاربکە.

لەوانە یە کۆلکە $(x-a)$ لە شیتەلکردنی پادەدارێکی وەک y دووبارە بێتەو ەک لە نمونە ی پیشوودا بێنرا. لەم بارەدا دەوترێت a ڕەگیکی دووبارە یە **Multiple Root**. بە ژمارە ی ئەو جارانی $(x-a)$ تیا دووبارە دەبێتەو ە لەو ھاوکیشە $P(x) = 0$ دەوتریت پلە ی دووبارەبوونەو ە ڕەگی a . ڕەگی 3 لە ھاوکیشەکه ڕەگیکی دووبارەبوونەو ە پلە دوو. کاتیک ڕەگی a لە پادەدارێکدا دووبارە دەبێتەو ە واتا ھێلی پوونکردنەوایی نەخشەکه لە تەو ەری x دەکەوێت لە خالی $(a, 0)$ بۆ ئەو ی بێریت. ناشتوانین بڵیین خالی لیکەوتن ھەمیشە ڕەگیکی دووبارە بوونەو ە یە. لەبەر ئەو ی ھێلکاری پوونکردنەو ە یەکە ئەو ەندە وورد نییە کە ئەمە ی لی درئەنجام بدەین. دەتوانین ھەندیک پادەدار شیتەلکە یین بە دانانی گۆراو یکی تر لە جیاتی گۆراو ە بنەرتییەکە وەک لەم نمونەدا دەرەکهوێت.

نموونه

ھاوکیشە $x^4 - 4x^2 + 3 = 0$ بە شیتەلکردن شیکاربکە.

1. شیکارکردنی پرسیاریکی سادەتر: دەتوانین پادەدار $x^4 - 4x^2 + 3$ بگۆرین بۆ پادەدارێکی دووجا بە دانانی $y = x^2$ لە جیاتی گۆراو ە بنەرتییەکە، ئەو کاتە پادەدارەکە دەبێتە $y^2 - 4y + 3 = 0$

$$x^4 - 4x^2 + 3 = 0$$

$$(x^2)^2 - 4(x^2) + 3 = 0$$

$$y^2 - 4y + 3 = 0$$

$$(y-1)(y-3) = 0$$

$$y = 1 \text{ یان } y = 3$$

شیکارکردنی پرسیارەکان

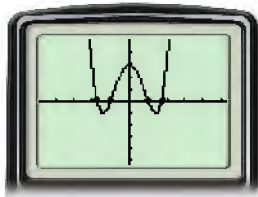
2. x^2 له جیاتی y داده‌نن پاشان به‌های x بدوژدرووه که ره‌گه‌کان هاوکیشه بنه‌ریتییه که

$$x^2 = 1 \quad \text{یان} \quad x^2 = 3$$

$$x = \pm 1 \quad \text{یان} \quad x = \pm \sqrt{3}$$

ره‌گه‌کانی هاوکیشه بنه‌ریتییه که بریتییه له $x = -1$ $x = 1$ $x = -\sqrt{3}$ $x = \sqrt{3}$

ساغبکه‌وه



هیلکاری پروونکردنه‌وهیی نه‌خشه‌ی $y = x^4 - 4x^2 + 3$ بکیشه و سهرنجی سفره‌کانی نه‌خشه‌که بده ده‌بنیت هیل پروونکردنه‌وهیی نه‌خشه‌که ته‌وه‌ری سینی ده‌پریت له -1 و 1 و له دوو خالی هاوجی به پئی ته‌وه‌ری صاده‌کان له $-\sqrt{3} \approx -1.7$ و $\sqrt{3} \approx 1.7$ ده‌نوینن.

هه‌ولبده هاوکیشه‌ی $x^4 - 9x^2 + 14 = 0$ به شیتهلکردن شیکاریکه.

ژماره‌ی ره‌گه‌کانی هاوکیشه‌ی راده‌دار

له نمونه‌کانی پیشوو ده‌رکه‌وت ژماره‌ی ره‌گه‌کانی هاوکیشه‌ی پله سی بریتییه له 3 ره‌گه و ژماره‌ی ره‌گه‌کانی هاوکیشه‌ی پله چوار ده‌بیت 4 ره‌گ به‌لام ئەمه به گشتی راست نییه.

4 **نمونه** هاوکیشه‌ی $x^4 - 1 = 0$ شیکاریکه.

شیکار

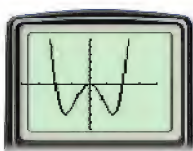
$$x^4 - 1 = (x^2 + 1)(x^2 - 1)$$

$$= (x^2 + 1)(x - 1)(x + 1)$$

ناتوانین کۆلکه‌ی $x^2 + 1$ شیتهلکەین له‌بەر ئەوه‌ی ئەم راده‌داره له ژماره راستیه‌کاندا هیچ سفریکی نییه چونکه x^2 ژماره‌یه‌کی سالب نابیت. که‌واته، ژماره‌ی ره‌گه‌کان هاوکیشه‌ی $x^4 - 1 = 0$ ته‌نها دوو ره‌گه.

Polynomial Inequalities

لاسه‌نگه راده‌داره‌کان



5 **نمونه** لاسه‌نگه‌ی $x^4 - 4x^2 < 0$ شیکاریکه.

شیکار

هیلکاری پروونکردنه‌وهیی نه‌خشه‌ی $y = x^4 - 4x^2$ بکیشه له هیلکاری پروونکردنه‌وهیی نه‌خشه‌که‌وه ده‌رده‌که‌ویت که -2 و 0 و 2 سفره‌کانی نه‌خشه‌که‌ن و به‌های نه‌خشه‌که سالب ده‌بیت کاتی که به‌های -2 و 2 و ده‌رده‌گریت جگه له سفر واتا $-2 < x < 2$ جگه $x \neq 0$.

هه‌ول بده لاسه‌نگه‌ی $x^4 - 4x^2 \leq 0$ شیکاریکه.

بەردەوامبوون لە بیرکاریدا

- 1 ئەو پەییوەندیانە پوونبکەووە کە سفری نەخشەکە وەرگی ھاوکیشەکە و ھاوکۆلکە ی پادەدارو خالی یەکتەرپین لەگەڵ تەوهری سینی بەیەکەووە دەبەستیتەووە.
- 2 چی دەلاییت دەربارە ی سفرەکانی نەخشە یەکی پادەدار لە جوړی $y = (x-3)^n$ ؟

راھینانی ئاراستە کراو

بە شیتەلکردن ئەم ھاوکیشانە شیکاریکە.

$$x^3 + 15x^2 + 54x = 0 \quad 4 \quad x^3 - x^2 - 12x = 0 \quad 3$$

ھیئەتە پوونکردنەوایی و دابەشکردنی بژمیڤی وشیتەلکردن بەکاربێنە بۆ دۆزینەوایی هەموو پەگەکانی ھاوکیشەکانی.

$$x^3 - 3x - 2 = 0 \quad 6 \quad x^3 - 5x^2 + 3x = 0 \quad 5$$

بە ھۆی گۆڤاویکی نوێ وشیتەلکردن پەگەکانی ئەم ھاوکیشانە بدۆزەووە.

$$x^4 - 2x^2 + 1 = 0 \quad 8 \quad x^4 - 8x^2 + 16 = 0 \quad 7$$

$$V(r) = \frac{1}{3}\pi r^3 + 25\pi r^2 \quad 9$$

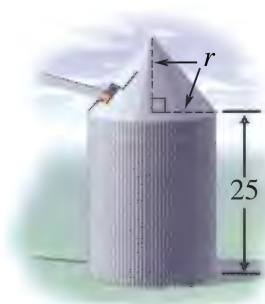
ئەگەر نەخشە ی $V(r) = \frac{1}{3}\pi r^3 + 25\pi r^2$ قەبارە ی

سایلۆیەکی دانەوێلە بنوینیت وە ک لە شێو ی بەرامبەر دا

ھاتوو کاتی ک r نیو تیرە ی بنکە ی لولەکە کە بێت بە

مەترە، نیو تیرە ی بنکە ی لولەکە کە ھەژمیڤر بکە بۆ

نزیکتە ی دە نزیکەووە، ئەگەر قەبارە ی سایلۆکە $2\,042\text{m}^3$ بێت.



راھینان وجیبە جێکردن

بە شیتەلکردن پەگەکانی ئەم ھاوکیشانە دیاریکە.

$$x^3 + 2x^2 - 48x = 0 \quad 11 \quad x^3 + 2x^2 - 35x = 0 \quad 10$$

$$x^3 - 7x^2 + 10x = 0 \quad 13 \quad x^3 - 13x^2 + 40x = 0 \quad 12$$

$$y^3 = 49y \quad 15 \quad x^3 = 25x \quad 14$$

$$16x - 6x^2 - x^3 = 0 \quad 17 \quad 2x^3 - 10x^2 - 100x = 0 \quad 16$$

$$20d^2 + 5d^3 - 60d = 0 \quad 19 \quad 3y^3 + 9y^2 - 162y = 0 \quad 18$$

$$3y^3 + 36y^2 = 3y^4 \quad 21 \quad 110x - 2x^3 = 12x^2 \quad 20$$

به شیتەڵکردن په‌گه‌کانی ئەم هاوکیشانه دیاریبکه.

$$x^3 + 5x^2 + 7x + 3 = 0 \quad 23 \quad d^3 - d^2 - 5d - 3 = 0 \quad 22$$

$$5d^3 - 60d^2 + 180d = 0 \quad 25 \quad 2b^3 + 16b^2 + 32b = 0 \quad 24$$

$$x^3 - 3x + 2 = 0 \quad 27 \quad x^3 - 3x - 2 = 0 \quad 26$$

$$x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0 \quad 29 \quad x^3 - 2x^2 - 9x = -18 \quad 28$$

$$x^3 + 3x^2 = 27 + 9x \quad 31 \quad n^3 + 8 = 2n^2 + 4n \quad 30$$

به هۆی گوراپوێکی نوێ و شیتەڵکردن په‌گه‌کانی ئەم هاوکیشانه دیاریبکه.

$$x^4 - 6x^2 + 9 = 0 \quad 33 \quad x^4 - 4x^2 + 4 = 0 \quad 32$$

$$b^4 - 24b^2 + 144 = 0 \quad 35 \quad y^4 - 18y^2 + 81 = 0 \quad 34$$

$$b^5 - 28b^3 + 27b = 0 \quad 37 \quad x^5 - 9x^3 + 8x = 0 \quad 36$$

$$x^4 - 14x^2 = -49 \quad 39 \quad x^4 - 12x^2 = -36 \quad 38$$

$$n^4 + 14 = 9n^2 \quad 41 \quad d^4 + 12 = 7d^2 \quad 40$$

42 ده‌روازه‌یه‌ك له‌سه‌ر پۆشه‌نبیری: خه‌لكی عمر خیام وه‌ك شاعیریکی نووسه‌ری دیوانی

چوارینه‌كان ده‌ناسن، به‌لام هه‌ندیکی كه‌میان ده‌زانن كه ئەم مرو‌قه‌یه‌كیك بووه‌ له‌و زانایانه‌ی كه‌ له‌ بیری‌كاریدا کاریان كردووه. ئەم زانایه‌ پێگایه‌کی پیش خست بۆ دیارکردنی سفره‌كانی ئەو نه‌خشه‌ پاده‌دارانه‌ی به‌م شیوه‌یه‌ ده‌نوسری‌ت $f(x) = x^3 - bx - a$ كاتیك كه $b > 0$ و $a > 0$ به‌هۆی دۆزینه‌وه‌ی پۆتانی خاله‌كانی یه‌كتربیرینی هێڵی پوونكرده‌وه‌یی هه‌ندی نه‌خشه‌ی ناسراو له‌گه‌ڵ ته‌وه‌ری سینییه‌كان.

ا به‌های a و b له‌م نه‌خشه‌دا چه‌نده $f(x) = x^3 - 7x - 6$

ب هێڵكاری پوونكرده‌وه‌یی ئەم نه‌خشانه‌ بكێشه به‌ به‌كارهێنانی به‌هاكانی a و b كه‌ له

$$y = -\sqrt{x^2 + \frac{a}{b}}x \quad \text{و} \quad y = \sqrt{x^2 + \frac{a}{b}}x \quad \text{و} \quad y = -\frac{1}{\sqrt{b}}x^2$$

ج جگه‌ له‌ سفر پۆتانه‌ جیاوازه‌كانی خالی یه‌كتربیرینی هێڵی پوونكرده‌وه‌یی

نه‌خشه‌كانی كه‌ سفری نه‌خشه‌ی $f(x)$ ده‌نوێنین دیاریبکه.

د هێڵكاری پوونكرده‌وه‌یی $f(x) = x^3 - 7x - 6$ بكێشه و سفره‌كانی دیاریبکه‌ وله

ساگرده‌نه‌وه‌ی پرسپاری پیشو د‌ل‌نیا به‌.



43 پیشه‌سازی سندوقیکی ته‌خته‌ پانییه‌كه‌ی x

ودریژیه‌كه‌ی 3 ئەوه‌نده‌ی پانییه‌كه‌یی و به‌رزییه‌كه‌ش

1 ی له‌ پانییه‌كه‌ی زیاتره‌، د‌ل‌نیا به‌ له‌وه‌ی نه‌خشه‌ی

$$V(x) = 3x^3 + 3x^2$$

دوورییه‌كانی سندوقه‌كه‌ دیاری بکه‌ كاتیك قه‌باره‌كه‌ی

36 بێت.

44 پزیشکی گولاجیکی فیتامین شیوه‌ی لوله‌كێکی بازنه‌یی وه‌ستاوی هه‌یه‌ كه‌ دوو

نیوه‌گۆ له‌هه‌ردوو سه‌ره‌كانییه‌تی. ئەگه‌ر نه‌خشه‌ی $V(r) = 10\pi r^2 + \frac{4}{3}\pi r^3$ قه‌باره‌ی

ده‌نكه‌ گولاجه‌كه‌ بنوێنێت كاتیك r نیوه‌تیره‌ی بنكه‌ی لوله‌كه‌كه‌بێت به‌ ملیمه‌تر.

نیوه‌تیره‌ی گولاجیك چه‌نده‌ كاتیك قه‌باره‌كه‌ی 160mm^3 بێت.

روانىيىك بۆدواوه

پۇتانی خالە شلۇقهکانی ئەم نەخشانه دیاریبکه، ئەوپەری بەهاکانیان بە نزیکراوهی بنووسه، پاشان ناوچهکانی پوو له زیادبوون و پوو له کهمبوون دیاریبکه.

$$y = 2x^2 + 5x + 2 \quad 46$$

$$y = 6x^2 - x - 12 \quad 45$$

$$y = x^3 - 3x^2 + 4x - 5 \quad 48$$

$$y = x^2 + 3x - 2 \quad 47$$

ئەمانەى خوارەوه بە دابهشکردنى بژمىرى بدۆزەرەوه.

$$(3x^4 - 4x^2 + 2x - 1) \div (x - 1) \quad 49$$

$$(x^4 + 4x^3 + 5x^2 - 5x - 14) \div (x + 2) \quad 50$$

روانىيىك بۆپيشهوه

$$\frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 + 7x} \times \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4} \quad 51$$

نموونه* (سامپل) چىيە؟

What is the Sample?

لەكاتى كارکردنت لەم پروژەيەدا ئەو نەخشەپاڤە دارانە دەدۆزیتەووە كە دەبنە سامپلى جۆراوجۆرى شىووە دەفرييەكان. هەڵدەستیت بە تىكردنى ئاو بۆ ئاو دەفريك بەقەبارەيەكى ديارىكراو و پيوانى بەرزى وقەبارەكەى، لە هەموو زىادکردنىكدا ئەم تاقىکردنەوہيە دووبارە بکەرەووە تا دەفرەكە پى دەبێت، بەمەش كۆمەلەىك جووتى پىكخراوى جياوازت دەست دەكەوێت لەسەر پروتەختى پۆتانەكان بياننوینە.



*سامپل = نموونه (نموذج)

چالاكى 1

قەبارە (mm ³)	بەرزى (Cm)	
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

1. قەبارەى دەفرەكە ديارىبكە. قەبارەكە دابەش بکە بۇ 10 بەش ئەنجامى دابەشەكە لە نزیكترین ژمارەى تەواو نزیك بکەوہ (بۇ نمونہ: ئەگەر قەبارەى دەفرەكە 347mm³ بێت بە دابەش کردنى بەسەر 10 دا ژمارە 34.7 دەست دەكەوێت نزیكیكەوہ لە 35).
2. 10 جار ئاو بۇ دەفرەكە زیاد بکە، لەهەر جارىكدا قەبارەى زیادكراو (35mm³) لە نمونەى پېشودا گۆرپانەكان كە بەسەر قەبارەى ئاوەكە و بەرزىەكەى دادیت دواى ھەموو زیاد کردنىك تۆمار بکە. لەخستەىەكى وەك خستەكەى بەرامبەرت گۆرانى قەبارەى ئاوەكە و بەرزىەكەى لە ناو دەفرەكەدا تۆمار بکە. ئەم کردارە تا دەفرەكە پر دەبى دووبارە بکەرەوہ.

چالاكى 2

1. پېدراوہ تۆمار كراوہكانى خستەى پېشوو بەكاربھېنە. جووتە پېكخراوہكان لەسەر پروتەختى پۆتانەكان بنوینە، واى دابنى قەبارە x و بەرزى y بېت.
2. پېدراوہكانى خستەى پېشوو لە بژمىرى پروونکردنەوہى (ئەگەر ھەبېت) تۆمارىكە داوا لە بژمىرەكە بکە دوو سامپلى جياوازت بداتى كە جووتە پېكخراوہكانى پېشوو بنوینن. سامپلى يەكەم نەخشەىەكى رادەدارى پلە 3 بېت و دووہم نەخشەىەكى دووجابېت.
3. بۇ بەراوردکردنى دوو سامپلەكە ھېلکاری پروونکردنەوہى ھەردووکیان لەسەر پروتەختى پۆتانەكان بکېشە.ئەوہیان ھەلبژیرە كە پېت راستترە لەوى تریان (ئەوہى كە نزیكترە لە نواندنى جووتە پېكخراوہكە).
4. ئایا دەتوانیت ئەم سامپلە بەكاربېنیت بۇ خەملاندنى بەرزى ئاوى دەفرەكە بە تېكردنى قەبارەى جياواز لە ئاوى خستەى پېشوو؟ پروونىكەوہ.



پیداچوونه‌وهی به‌ش

به‌های نهم راده‌دارانه هه‌ژماریکه کاتیك $x = -1$ ، $x = 2$.

$$-x^3 + 4x^2 - 2 \quad 1$$

$$x^3 + 2x^2 - 1 \quad 2$$

$$x^4 - 22 \quad 3$$

$$19 - x^3 - x^2 \quad 4$$

کو‌کردنه‌وه یان لی‌ده‌رکردن بکه پاشان نه‌نجام به

ساده‌ترین شی‌وه بنووسه

$$(3x^3 - 5x^2 + 8x + 1) + (11x^3 - x^2 + 2x - 3) \quad 5$$

$$(7x^3 - 8x^2 + 2x - 3) - (x^3 + x^2 - 6) \quad 6$$

هی‌لکاری پوونکردنه‌وه‌یی نهم نه‌خشانه بکیشه. نایا

نه‌خشه‌که به‌های گه‌وه‌رتین یان بچووکترینی هیه،

به‌های نزیکه‌ییان بنووسه. ناوچه‌ی پروو له زیادبوون

و پروو له‌که‌مبوونیان بنووسه.

$$f(x) = x^2 - 2x + 9 \quad 7$$

$$f(x) = -x^2 + 5x - 4 \quad 8$$

$$f(x) = 2x^3 + 5x^2 - 1 \quad 9$$

$$f(x) = -2x^3 + x^2 - 9 \quad 10$$

لیکیده پاشان به‌ساده‌ترین شی‌وه بنووسه.

$$2x^3(5x^4 - 3x + x^2 - 6 - x^3) \quad 11$$

$$(x+4)(x^3 - 7)(x+1) \quad 12$$

نهم راده‌دارانه شیت‌ل‌یکه

$$x^3 + 4x^2 - 5x \quad 13$$

$$x^3 - 3x^2 - 10x \quad 14$$

$$x^3 - 125 \quad 15$$

$$27x^3 + 1 \quad 16$$

له جیاتیدانان به‌کاردهینه تا‌کو بریاریدیت نایا

راده‌داری یه‌که‌م دابه‌ش ده‌بی‌ت به‌سه‌ر دووهم یان نا؟

$$(x-2) : (x^3 - 7x^2 + 4x + 12) \quad 17$$

$$(x+2) : (x^3 - 5x^2 - 11x + 12) \quad 18$$

دابه‌شبکه

$$(x-2) : (x^3 + 6x^2 - x - 30) \quad 19$$

$$(x^3 - 2x^2 - 11x + 12) \div (x^2 - x - 12) \quad 20$$

نهم هاوکیشانه شیکاریکه وه‌هموو ره‌گه‌کانی دیاریبکه.

$$x^4 - 8x^2 + 16 = 0 \quad 21$$

$$x^4 - 10x^2 + 24 = 0 \quad 22$$

$$x^4 - 10x^2 + 9 = 0 \quad 23$$

$$x^4 - 13x^2 + 12 = 0 \quad 24$$

نهم هاوکیشانه شیکاریکه، نه‌گه‌ر زانیت ژماره پیدا‌راوه‌که

یه‌کیک له ره‌گه‌کانیه‌تی.

$$-3 : x^3 + 7x^2 + 16x + 12 = 0 \quad 25$$

$$-3 : x^3 + 3x^2 - 16x - 48 = 0 \quad 26$$

$$4 : x^3 - 11x^2 + 38x - 40 = 0 \quad 27$$

$$6 : x^3 - 6x^2 - x + 6 = 0 \quad 28$$

$$x^3 - x^2 - 6x + 6 = 0 \text{ شیکاریکه.} \quad 29$$

پله‌ی نهم راده‌دارانه دیاریبکه

$$3x^3 + 11x^2 - 2x + 1 \quad 30$$

$$8x^5 - 6x^2 + 10x^3 \quad 31$$

$$-x^2 + 8x - 5x^4 - 3 \quad 32$$

$$-2x^2 - x^3 + 7x^4 \quad 33$$

بەھاي ئەم رادەدارانە ھەژمارىكە كاتىك x بەھاي 2- و 3 وەرېگىت.

$$x^3 - 2x^2 + 5 \quad 1$$

$$x^4 - x^2 + 3x - 4 \quad 2$$

$$5x^2 - 3x + 1 \quad 3$$

$$7x^3 + x^2 - 2 \quad 4$$

ئەم رادەدارانە كۆپكەرەۋە يان لە يەكپاندەرىكە پلە وژمارەى رادەكانى ديارىكە پاش ئەۋەى بە شىۋەى گشتى بنووسە.

$$(5x^3 - 3x^2 + x - 7) + (3x^2 - x - 6) \quad 5$$

$$(2x^5 + 9x^3 - 7x + 4) - (9x^3 + 3x^2 + 4) \quad 6$$

پارە پىدان: لە يەكئى لە ووللا تەكان حكومت سندوقىكى تايپەتى دانا بۆ ھاندانى كرىكارەكانى. بە كۆكردنەۋەى برى يارمەتى 5000 دىنار

لەسەرەتاي ھەر سالىك تاۋەكو لە پىرىدا سوۋدى لىۋەرېگرن، حكومتىش 7% ى كۆى پارەى دانراۋى ھەركرىكارىك بدات، سەرجمەى پارەى دانراۋى كرىكارىك چەندە؟ دواى دانانى قىستى پىنجەم.

ھىلكارى پوونكردنەۋەى ئەم نەخشانە بكىشە. گەرەتەرىن وچوۋكتەرىن بەھا بۆ نىكتەرىن دەىى بدۆزەرەۋە. وناۋچەى پوۋ لە زىادبوون وپوۋ لەكەمبوونىشيان بۆ ديارىكە.

$$f(x) = 2 - 2x - x^2 \quad 8$$

$$f(x) = x^3 + 3x^2 + 4 \quad 9$$

$$f(x) = x^4 - 3x^2 - 4 \quad 10$$

$$f(x) = 5 - 3x^2 - x^3 \quad 11$$

ئەم رادەدارانە شىتەلېكە.

$$5x^4 - 180x^2 \quad 12$$

$$4x^3 - 5x^2 - 8x + 10 \quad 13$$

$$2x^3 + 128 \quad 14$$

$$x^4 - 7x^3 + 12x^2 \quad 15$$

بەبەكارھىتانى دابەشكردنى ئەقلىدى ئەمانە دابەشېكە.

$$(2x^4 - 7x^3 - 15x^2 + 8x + 12) \text{ بەسەر } (2x + 3) \quad 16$$

$$(x^3 + 3x^2 - 2x - 6) \text{ بەسەر } (x^2 - 2) \quad 17$$

بەبەكارھىتانى دابەشكردنى بژمىرى ئەمانە دابەشېكە.

$$(-x^3 + 6x^2 - 11x + 6) \text{ بەسەر } (x - 3) \quad 18$$

$$(x^3 + 6x^2 - 27) \text{ بەسەر } (x + 3) \quad 19$$

$$V(x) = x(14 - 2x)(32 - 2x) \text{ نەخشەى } \quad 20$$

پىشە سازى نەخشەى لاكىشەتەرىب دەنۆنىت. رادەدارى قەبارەى بە شىۋەى گشتى بنووسە پاشان قەبارەكەى ھەژمىر بكة كاتىك $x=3$

پەگەكانى ئەم ھاۋكىشانە بدۆزەرەۋە.

$$-2x^3 + 7x^2 + 3x = 0 \quad 21$$

$$x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 14x = 0 \quad 22$$

$$x^4 - 6x^2 + 8 = 0 \quad 23$$

$$x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 14x = 0 \quad 24$$

وزە: سايلىۋى غازى شل بە شىۋەى لولەكىكى

بازنەىى ۋەستاۋە كە ھەرىكەى لە سەرەكانى بە نىۋە گۆيەك داپۇشراۋە. ئەگەر نەخشەى

$$V(r) = 15\pi r^2 + \frac{4}{3}\pi r^3 \text{ قەبارەى سايلىۋەك بىت} \quad 25$$

بەمەتر سىجا كە r نىۋەتيرەى بىكەكەى بىت،

بەھاي نىكەىى قەبارەى سايلىۋكە ھەژمار بكة

كاتىك نىۋەتيرەى بىكەكەى $0.5m$ بىت.

ئەم نەخشە رادەدارانە بنووسە كە پاسادانى ئەم مەرجانە دەكەن.

$$f(0) = 3, 2 = \text{پلەكەى}, f(0) = 3 \text{ سفرەكانى } 1 \text{ و } \frac{3}{7} \quad 26$$

$$f(0) = -18, 3 = \text{پلەكەى}, f(0) = -18 \text{ سفرەكانى } 3 \text{ و } -3 \quad 27$$

ۋ -1

$$f(0) = 30, 3 = \text{پلەكەى}, f(0) = 30 \text{ سفرەكانى } 3 \text{ و } -1 \text{ و } 2 \quad 28$$

تاقیکردنه‌وه‌ی که‌له‌که‌بوو

- 1 کام جووتی پیکخراو ده‌بیته کۆمه‌له شیکاری هه‌ردوو لاسه‌نگه‌ی $y \geq 3x+2$ و $y \geq -x$ ؟
 ا ☐ (1, -5) ب ☐ (0, 5)
 ج ☐ ا و ب پیکه‌وه د ☐ نه‌ا و نه‌ب
- 2 لاری راسته‌هیللی $3x+4y=2$ بریتیه له
 ا ☐ 3 ب ☐ $\frac{3}{2}$
 ج ☐ $-\frac{3}{4}$ د ☐ 4
- 3 هاوکیشی ئه‌و راسته‌هیللی به‌خالی (1, -3) دا ده‌روات ئه‌ستونه له‌گه‌ل راسته‌هیللی $y=2x-2$ کامه‌به؟
 ا ☐ $2y=-x+5$ ب ☐ $2y=-x-5$
 ج ☐ $y=-\frac{1}{2}x+6$ د ☐ $y=-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$
- 4 کام له‌مانه شیته‌لکردنی راده‌داری x^2-5x+6 ده‌نوینیت؟
 ا ☐ $(x-2)(x-3)$ ب ☐ $(x+2)(x-3)$
 ج ☐ $(x+1)(x+6)$ د ☐ $(x-1)(x-6)$
- 5 سه‌ری کام له‌م نه‌خشانه به‌های گه‌وره‌ترین ده‌نوینیت.
 ا ☐ $y=3x^2+5x$ ب ☐ $y=7x+5x-3x^2$
 ج ☐ $y=3+5x+\frac{1}{3}x^2$ د ☐ $y=\frac{1}{3}x^2$
- 6 ژماره‌ی کۆمه‌له شیکاری سسته‌می هاوکیشه سنورداره‌کان ده‌کاته.
 ا ☐ سفر ب ☐ 1
 ج ☐ I به‌لایه‌نی که‌مه‌وه د ☐ ژماره‌یه‌کی نا‌کۆتایی
- 7 به‌های $|-2.5|-|3.2|$ ؟ هه‌ژمیر بکه.
 ا ☐ 15 ب ☐ -1
 ج ☐ 3 د ☐ -3
- 8 یه‌کتربیرینی راسته‌هیللی $x-5y=15$ له‌گه‌ل ته‌وه‌ری صادی بریتیه له
- 9 کۆمه‌له‌ی شیکاری لاسه‌نگه‌ی $4x+2 < 2x+1$ بریتیه له
 ا ☐ $x \geq 1$ ب ☐ $x > 2$
 ج ☐ $x < \frac{1}{3}$ د ☐ $x < -\frac{1}{2}$
- 10 کام له‌مانه کۆمه‌له‌ی شیکاره‌بو لاسه‌نگه‌ی $|x| \leq 5$
 ا ☐ $-5 \leq x \leq 5$ ب ☐ $2 \leq x \leq -2$
 ج ☐ $5 \leq x \leq -5$ د ☐ $-3 \leq x \leq 3$
- 11 کۆمه‌له‌ی شیکاری سیستمی هیللی $\begin{cases} x+2y=4 \\ 2x+y=5 \end{cases}$ بریتیه له
 ا ☐ (2, 3) ب ☐ (2, 1)
 ج ☐ (-3, 2) د ☐ (0, 1)
- 12 راده‌داری $(x+1)(x+2)(x-4)$ به‌شیوه‌ی گشتی بنوسه.
 ا ☐ $x^2-5x-36$ ب ☐ $-3y^2-5y$
- 13 ئه‌م نه‌خشه دووجایه له‌سه‌ر شیوه‌ی بنه‌ره‌تی بنوسه $f(x)=2x^2-8x+9$.
- 14 کۆیکه‌وه $(2x^3+3x^2+1)+(5x^2-2x+2)$.
- 15 لیده‌ریکه $(5x^3+4x^2-x)-(x^2+2x-1)$.
- 16 ئه‌م بره دووجایانه شیته‌ل‌بکه (ئه‌گه‌ر توانرا)
 ا ☐ $36x^2+5x-36$ ب ☐ $36x^2-46x-12$
- 17 $x^2-5x-36$
- 18 $24x^2+5x-36$
- 19 $36x^2-46x-12$
- 20 ئه‌م هاوکیشه $\frac{x+2}{2} = \frac{2x}{3}$ شیکاربکه.

بهشی پینجه

برهکان و نهخشه

ریژهییهکان

Expressions
and Rational Function

1. گۆرانی پیچهوانه ونهخشهی هه لگه پراوه.

2. نهخشه ریژهییهکان

3. لیكدان ودابهشکردنی بره ریژهییهکان.

4. کوکردنهوه و لیدهرکردنی بره ریژهییهکان.

5. هاوکیشه و لاسهنگه ریژهییهکان.

6. نهخشهی رهگی دووجا

پروژهی بهشهکه

پیداچوونهوه

تاقیکردنهوهی بهش

تاقیکردنهوهی که له که بوو

برهكان و نهخشه پڙهپهكان

Expressions and Rational Function

لهم بهشدها برهكان و نهخشه پڙهپهكان ونهخشه پڙه پښه
دووجا دهخوښن. بره پڙهپهكان نهو برانهن كه بهشپوه
پڙه پښه دوو پادهدار دهنوسرپت بهلام نهخشه پڙهپهكان نهو
نهخشانهن كه به هوې بره پڙهپهكانهوه پښاسه دهكرپت.
نهخشه پڙهپه پښه ونهخشه پښه پښه دووجا له زور بواري جياوازا
بهكار دهپنښن. وهك فزييا و كيميا ونهاندازه ونابوري
وبازرگاني.

بهشپه

5

وانهكان

1. گوږاني پيچپهوانه
ونهخشه پښه هلهگهپاوه.
2. نهخشه پڙهپهكان
3. ليكدان ودابهشكردي
بره پڙهپهكان.
4. كوكرندهوه
وليدهركردي بره
پڙهپهكان.
5. هاوكپشه ولاسهنگه
پڙهپهكان.
6. نهخشه پښه پښه دووجا

پروژي بهش

قهباره پښه هاوښنه بره نهو گورزه تيشكه دياريدهكات كه
دهچپته چاوهوه. له كامپراي فوټوگرافييدا كوني هاوښنهكه
بره گورزه تيشكهكه دياريدهكات.





دەربارەى پرۆژەى بەش

زۆربەمان دەتوانىن ناوەندەى كۆمەلەك بەها بە ئاسانى ھەژمىر بكەين. ناوەندەكان لە زۆر بوارەكانى ژياندا بەكار دەھێنرێن وەك گۆرپى دراوى بيانى لە بانكەكاندا، زىادکردنى كرێى كرێكار، بەكاربردنى سوتەمەنى بۆ ئۆتۆمبىل، ناوەندەكانى خێرايى. دەتوانىن چەند جۆرێك ناوەندە ھەژمار بكەين. لەم بەشەدا دوو جۆريان وەر دەگرين. ناوەندە ژمىرەيى و ناوەندە گونجاو. پێدراوەكان بەكار دەھێنن بۆ ديارى كردنى ئەو ناوەندەى كە شياوترە لە ھەر بارێكدا.

پاش تەواو بوونى ئەم بەشە تواناي ئەمانەت دەبێ كە:

- ناوەندە ژمىرەيى و ناوەندە گونجاو ھەژمار بكەيت بۆ كۆمەلە پێدراوێك.
- پەيوەندى نێوان ناوەندە ژمىرەيى و ناوەندە گونجاو ديارى بكەيت.
- شياوترين ناوەند ديارى بكەيت بۆ ھەژمار كردنى كۆمەلەك پێدراو.

گۆرانی پېچەوانە ونەخشەى ھەلگەراوہ

Inverse Variation and Inverse Function

وانەى

1



نامانجەکان

- گۆرانی پېچەوانە دەناسیټ و نەگۆرەکەى دیاریدەکات.
- ھاوکێشەى گۆرانی پېچەوانە دەنوسرێت.
- ئەو پرسیارانە شیکاردەکات کە پەییوەندیان بە ژيانى پوژانەو ھەيە وگۆرانیکی پېچەوانەیان تێدايە.

بۆجى

لەو پەییوەندیانەى کە دوو گۆراو پێکەو ە دەبەستێتەو، پەییوەندییەکی وەک رێژەى ئیوان گۆراوى بەستراو وگۆراوى سەرەست نەگۆرە، لەھەندى پەییوەندییدا لیکدانى دوو گۆراو کە نەگۆرە، یەکەم جۆرى پەییوەندى نەخشەىکەى ھێلایە و پەییوەندییەکەى تر جۆریکە لە نەخشەى رێژەى نموونەش بۆ ئەو پەییوەندى ئیوان ژمارەى کریکار وکاتى خایەنراو بۆ تەواوکردنى پرۆژەيەک.

زۆربەى جار لاوەکان خۆبەخشانە ھەلەدەستن بە چاندنى دارو درەخت بۆ سەوز کردنى ناوچە پووتەکان. ژمارەى بەشاربووکان لە چاندنى درەختەکاندا پۆلیکی گرنگی دەبێت لە دیاریکردنى کاتى پۆیست بۆ ئەنجامدانى ئەم پرۆژەيە. ھەرچەند ژمارەکە زیادبکات، کاتى پۆیست کەم دەبێتەو بە پېچەوانەوشەو لەم چالاکیەدا ئەو جۆرە پەییوەندییەت بۆ پوونەبێتەو.

چالاکى 1

Exploring Inverse Variation

دۆزینەوہى گۆرانی پېچەوانە

تیمیکی دێدەوانى بەلێنیدا درەخت بچینیت بۆ سەوز کردنى ناوچەيەکی پرووت وا دانرا ھەر تیمیک لە سەعاتیکدا دە درەخت برۆینیت.

1. یەک تیم چەند کاتى پۆیستە بۆ پواندنى ھەموو درەختەکان.
2. کاتى پۆیست چەند دەبێت ئەگەر 50 تیم بەکارەکە ھەستن.
3. کاتى پۆیست چەند دەبێت ئەگەر 100 تیم بەکارەکە ھەستن.
4. نەخشەيەک بنوسە کاتى خایەنراو بە کاتژمێر T و ژمارەى تیمەکان x بێت بۆ پواندنى ھەموو درەختەکان.

✓ خالى چاودىرى

گوڤرانی پېچه‌وانه Inverse Variation

دوو گوږاوی x ، y به گوږانېکې پېچه‌وانه بهیه‌ک ده‌بسترېنه‌وه، نه‌گه‌ر نه‌جامی لیکدانیان بکاته نه‌گوږېک، به‌هاکانیان هر چنده‌ک بیت. واته $xy = h$ کاتیک h ژماره‌یه‌کی راستی بیت جگه له سفر پېشی دوتریت نه‌گوږی گوږانی پېچه‌وانه. Constant of The Inverse Variation
به‌پېی په‌یوه‌ندی $xy = h$ ، $h \neq 0$ نابیت هیچ یه‌کیک له گوږاوه‌کان به‌های سفر وهرگریت. ده‌توانین په‌یوه‌ندی پېچه‌وانه‌که‌ی پېشو به‌م شپوه‌یه بنوسین $y = \frac{h}{x}$.

چالاکی 2

Exploring The Inverse Function

دوژینه‌وه‌ی نه‌خشه‌ی هه‌لگه‌راوه

1. نه‌م خشته‌یه بنوسه‌وه وته‌واویبکه کاتیک $y = \frac{1}{x}$

x	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	4	5	6
y									
xy									

2. به‌دوای شپوانیک بگه‌ری. به‌های y چی لیدیت کاتیک به‌های x زیاد بکات؟ نه‌ی y چی لیدیت که x که‌مبکات؟

3. هه‌نگاوی یه‌که‌می چالاکیه‌که دو‌باره‌بکه‌وه که $y = \frac{2}{x}$ یا $y = \frac{4}{x}$ ، نایا پروات وایه که شپوازه دوژراوه‌که‌ی پرسپاره‌که به‌شپاوی ده‌مینیت‌ه‌وه نه‌گه‌ر $y = \frac{3}{x}$ ؟ هه‌نگاوی یه‌که‌م دو‌باره بکه‌وه کاتیک $y = \frac{3}{x}$.

4. په‌یوه‌ندی $y = \frac{h}{x}$ چون ده‌گوږیت کاتیک $h > 0$ ، کاتیک به‌های x زیاد بکات وهره‌وها کاتیک که‌مبکات؟

5. نه‌گه‌ر $h > 0$ ، $y = \frac{h}{x}$ نایا ده‌گونجیت به‌های x سفر بیت؟ نه‌وه لیکبده‌وه.

شیکاری پرسپار

✓ خالی جاودیری

نه‌گه‌ر به‌های گوږاوی x وگوږاوی y بزانت له‌وه په‌یوه‌ندی‌ه‌ی گوږانی پېچه‌وانه ده‌گه‌یه‌نیت نه‌وا ده‌توانیت به‌های نه‌گوږی h بدوژیت‌ه‌وه وهره‌وها ده‌شتوانیت y وه نه‌خشه‌یه‌که به‌پېی x به‌م شپوه‌یه بنوسیت $y = \frac{h}{x}$ ، له‌وه نمونانه‌ی له‌ژیانی رۆژانه‌وه وهرده‌گیرین زوربه‌ی کات به‌های x و y موجه‌ب ده‌بن.

نه‌گه‌ر گوږاوی x و y پېچه‌وانه بگوږین، $y = 13.5$ کاتیک $x = 4.5$

نه‌گوږی گوږانه‌که بدوژنه‌وه وهاوکیشه‌ی په‌یوه‌ندی‌ه‌که‌ی نیوان x و y بنوسه.

ب به‌های y له‌م بارانه‌دا بدوژنه‌وه که $x = 0.5$ ، $x = 1$ ، $x = 1.5$ ، $x = 2$ ، $x = 2.5$

شیکار

y	x
121.5	0.5
60.75	1
40.5	1.5
30.375	2
24.3	2.5

ا $h = xy = 4.5 \times 13.5 = 60.75$ ده‌توانیت په‌یوه‌ندی‌ه‌که به‌م شپوه‌یه

بنوسیت $y = \frac{60.75}{x}$

ب به‌کاره‌ینانی بژمیر به‌های y به‌پېی به‌هاکانی x ی

دیاریکراو بدوژنه‌وه.

نمونه

ههولبده x و y دوو گۆپراوی پېچەوانەن کاتیک $y=120$ ئەوا $x=6.5$ نەگۆری گۆپراوەکە و هاوکیشە y پەيوەندی نیوان x و y بنووسە پاشان بەهای y هەژمیری بە کاتیک x ئەم بەهایانە وەرەگریت $x=14$ $x=12.5$ $x=8$ $x=4.5$ $x=1.5$

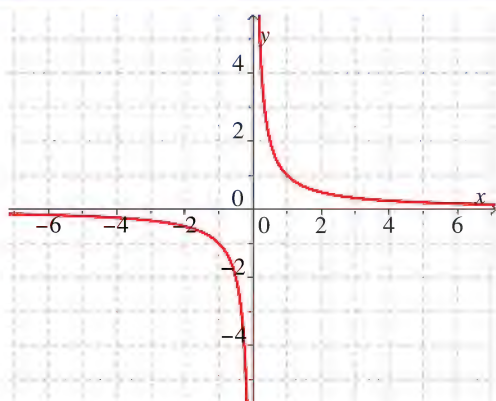
Inverse Function

نەخشەى هەلگەپراوه

کەمیک لەمەوپیش دیتت کە هاوکیشە $y = \frac{h}{x}$ کاتیک $h \neq 0$ پەيوەندییەکی پېچەوانە دەنوینت لە نیوان دوو گۆپراوی x و y ئەم پەيوەندییەش بە نەخشەى y بە پێی x دەناسریت. سادەترین جۆری ئەم نەخشەییەش ئەوێه کاتیک نەگۆرەکە 1 بێت واتە هاوکیشە بەم چەشنە بێت $f(x) = \frac{1}{x}$

Inverse Function نەخشەى هەلگەپراوه

نەخشەى هەلگەپراوه ئەو نەخشەیه کە بەم هاوکیشە دەردەبێت $f(x) = \frac{1}{x}$



شیوەى بەرامبەر هێلکاری پوونکردنەوێی ئەم نەخشە دەنوینت ئەگەر بەوردی سەرنجی هێلکارییەکە بدەیت، تێبینی ئەم خالانە دەکەیت:

- دەتوانیت بەهای y هەژمار بکەین بە پێی x بۆ هەموو بەهاکانی x جگە لە سفر. مانای ئەوێه بواری نەخشەکە هەموو ژمارە راستیەکانە جگە لە سفر.
- تا بەهای x زیاد بکات بەهای y کەم دەکات ئەمەش بەو دەردەبێن و دەلێن نەخشەکە پوولەکەم بوونە.

3. کاتیک x مۆجەب بێت و بەهاکەى زیادبکات، بەهای y بە مۆجەبى دەمێنێتەو و نزیک دەبێتەو لە سفر. بەم شیوەییەش دەریدەبێن نزیکدەبێتەو لە سفر لەلای مۆجەب کاتیک x نزیک دەبێتەو لە $+\infty$

4. کاتیک x سالب بێت و بەهاکەى کەمبکات، بەهای y بە سالبى دەمێنێتەو و نزیک دەبێتەو لە سفر. بەم شیوەییەش دەریدەبێن. y نزیک دەبێتەو لە سفر لەلای سالب کاتیک x نزیکدەبێتەو لە $-\infty$

5. y نزیکدەبێتەو لە سفر کاتیک بەهای پووتی x وەرە وەرە زیاد دەکات. لێرەشدا دەوتریت راستە هێلی $y=0$ واتە تەوهری x دەرکەناری ئاسۆیی هێلی پوونکردنەوێی نەخشە هەلگەپراوەکەیه.

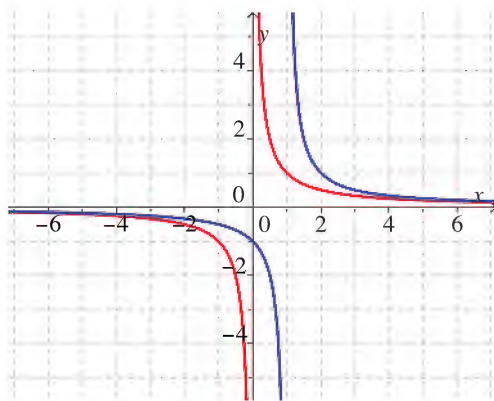
6. هەر چەندە بەها سالبەکانی گۆپراوی x زیاد بکات، بەهاکانی y بە سالبى دەمێنێتەو و کەمەدەکات لێرەدا دەوتریت y نزیک دەبێتەو لە $-\infty$ کاتیک x نزیک دەبێتەو لە سفر لەلای چەپەو.

7. هەر چەندە بەها مۆجەبەکانی گۆپراوی x کەمبکات، بەهاکانی y بە مۆجەبى دەمێنێتەو و زیاد دەکات. لێرەدا دەوتریت y نزیک دەبێتەو لە $+\infty$ کاتیک x نزیک دەبێتەو لە سفر لەلای راستەو.

8. بەهای پووتی y وەرە وەرە زیاد دەکات کاتیک بەهای پووتی x وەرە وەرە کەم بکات. لێرەشدا دەوتریت راستە هێلی $x=0$ واتە تەوهری y دەرکەناری شاولی هێلی پوونکردنەوێی دەرکەناری نەخشە هەلگەپراوەکەیه.

نمونە

له هه مان پووتهختی پۆتانهکاندا ههردوو هێلی پوونکردنهوهیی نهخشه هه لگه پراوهی و نهخشه
 $f(x) = \frac{1}{x-1}$ بکێشه، ئه و جیگۆرکی ئه ندازه ییه چیه که هێلی پوونکردنهوهیی یه کهم دهگۆریت بۆ
 هێلی پوونکردنهوهیی دووهم.



شیکار له شیوهی بهرامبهردا دهردهکهوێت
 که گواستنهوه له هێلی پوونکردنهوهیی
 نهخشه هه لگه پراوه بۆ هێلی
 پوونکردنهوهیی نهخشه دووهم
 بهکشانیکی ئاسۆیی بهرهو لای راست به
 دووری یه که ده بێت. تێبینی ئه وه بکه
 $x=1$ دهرکه ناری ستوونی هێلی
 پوونکردنهوهیی نهخشه دووهمه، که وێنه ی
 پراکێشراوی دهرکه ناری ستوونی نهخشه
 هه لگه پراوه که یه به پراکێشانی ئاسۆیی.

هه ولبد هه پووتهختی پۆتانهکاندا ههردوو هێلی پوونکردنهوهیی نهخشه هه لگه پراوه و نهخشه
 $f(x) = \frac{1}{x+1}$ بکێشه، ئه و جیگۆرکی ئه ندازه ییه که هێلی پوونکردنهوهیی یه کهم دهگۆریت بۆ
 هێلی پوونکردنهوهیی دووهم چیه؟

راهیـان

به رده وامبوون له بیر کاریدا

- 1 هاوکی شهیه ک بنوسه ههردوو گۆپراوی x و y به په یوه ندییه کی گۆپرا نی پێچه وانه به یه که وه
 بهستی که نهگۆر په کی h بێت. هاوکی شهیه کی تر بنوسه که ئه وه دهر بپرێت.
- 2 مه به ست چیه که دهوتریت په یوه ندی نیوان خیرایی وکات گۆپرا نیکی پێچه وانه یه. به نمونه
 وه لاهمه که ت پوونکه وه.
- 3 x و y دوو گۆپراوی پێچه وانه $y = 3$ کاتی که $x = 8$ چۆن به های y ده دۆزیت وه کاتی که
 $x = 2$ ؟

راهیانی ئاراسته کراو

x و y دوو گۆپراوی پێچه وانه. هاوکی شهیه ک بنوسه ئه و په یه ون دییه بنوینیت.

- 4 $y = 12$ کاتی که $x = 60$
- 5 $y = 3$ کاتی که $x = 4$

ئهم خشتانه ی خواره وه به های گۆپراوی x و گۆپراوی y ی بهرامبه ری دیاریده کات نایا دوو گۆپرا وه که
 پێچه وانه دهگۆرین؟ هۆی وه لاهمه که ت پوونکه وه. ئه و هاوکی شهیه بنوسه که گۆپرا نه پێچه وانه که
 ده نویتیت (ئه گه ر هه بێت).

60	20	15	4	x
2	6	8	30	y

7

4	3	2	x
6	8	12	y

6

75	25	15	5	x
3	9	15	45	y

9

5	4	3	2	x
7	8	9	10	y

8

کام له هاوکیشانه گۆرانی پیچهوانهیه له نیوان دوو گۆراوهکهدا.

$\frac{x}{y} = \frac{1}{2}$	13	$y = 10 - x$	12	$y = \frac{-28}{x}$	11	$xy = 400$	10
$y = \frac{42}{x}$	17	$x = y$	16	$\frac{x}{5} = \frac{3}{y}$	15	$x = 10y$	14

له پرسیارهکانی 18 تا 23، پهیوهندی نیوان x و y پهیوهندییهکی پیچهوانهیه.

18 $y = 8$ کاتیك $x = 6$ بههای y چهنده ئهگهر $x = 12$

19 $y = 9$ کاتیك $x = 12$ بههای y چهنده ئهگهر $x = 36$

20 $y = 3$ کاتیك $x = 32$ بههای x چهنده ئهگهر $y = 4$

21 $y = 3$ کاتیك $x = -8$ بههای x چهنده ئهگهر $y = -4$

22 $y = \frac{3}{5}$ کاتیك $x = -60$ بههای y چهنده ئهگهر $x = 2$

23 $y = \frac{3}{4}$ کاتیك $x = 12$ بههای y چهنده ئهگهر $x = 27$

24 **ئهاندازه** سیگۆشهیهك پرووبههکهی نهگۆرپه. ئهوه

پهیوهندییه کامهیه که بنکه و بهرزی بهیهکهوه

دهبهستیت؟ ئهگهر بهرزییهکهی 36cm^2 بیٲ

کاتیك بنکهکهی 22cm بیٲ. دریژی بنکهکهی

چهنده کاتیك بهرزییهکهی ببیٲه 24cm ؟

25 **ئهاندازه:** لاکیشیهیهك پرووبههکهی 36cm بیٲ.

دریژی لاکیشیهیهك چهنده که ههمان پرووبهه

ههبیٲ وپانییهکهی 3cm بیٲ؟ ئهگهر واتدانا

پرووبههه لاکیشیهکه نهگۆرپیٲ، جۆری پهیوهندی

نیوان دریژی وپانی دیاریبکه.

26 **میکانیک** پهیوهندی نیوان خیرایی خولانهوهی

پهپکیکی ددانای و ژمارهی ددانهکانی گۆرانیکی

پیچهوانهیه. خیرایی پهپکیك 20 ددانی ههبیٲ

چهنده؟ ئهگهر بزانیٲ خیرایی خولانهوهی پهپکیکی

16 ددانی 500 خول بیٲ له یهك خولهکدا.

بهستنهوه

گهشت تیكپای گۆرانی خیرایی هۆیهکی گواستنهوه وکاتی خایهناو بۆ برینی ماوهیهکی دیاری

کراو پهیوهندییهکی پیچهوانهیه

27 ئامانج ماوهیهکی دیاریکراوی به 6 کاتژمیر به تیكپای 80Km له کاتژمیریکا بری کاتی

پیویست چهنده بۆ برینی ههمان ماوه ئهگهر خیراییهکهی 90Km/h بوايه.

28 فرۆکهیهك پیویستی به 2.7 کاتژمیر ههیه بۆ برینی ماوهی نیوان دووشار به تیكپای

$1\ 020\text{ km/h}$. فرۆکهکه چهنه کاتی پیویسته بۆ برینی ههمان دووری، کاتیك تیكپای

خیراییهکهی 810 km/h بیٲ.

29 **فیزیا** ئەگەر درېژى شەپۆلىكى رادىئو لەرلەرەكەى پېچەوانە بگۆرېت، درېژى شەپۆلىك چەندە ئەگەر لەرلەرەكەى $2000Kh$ بېت. ئەگەر زانیت شەپۆلىك درېژىيەكەى $200m$ بېت لەرلەرەكەى $3000kh$.

30 **مۇسقا** ئەگەر ژې عودىك بلەرېتەو ئەوا دەنگىك دروستەكات. پەيوەندى نېوان ژمارەى لەرلەرەكان ودرېژى ژىيەكەى پەيوەندىيەكى پېچەوانەىە. درېژى ژىيەك چەندە؟ كاتىك ژىيەكە 370 جار بلەرېتەو لە چركەيەكدا. ئەگەر بزانت درېژى ژىيەك $28cm$ بېت 518 لەرىنەوەى ەىە لە چركەيەكدا؟

روانىيىك بۆدواو

هەر يەكە لەم برانە بە توانى موجهب بنووسە.

$$\left(\frac{x}{y}\right)^{-2} \quad \text{33}$$

$$ab^{-3} \quad \text{32}$$

$$x^{-1} \quad \text{31}$$

$$\left[(x^{-3})^{-2}\right]^{-3} \quad \text{35}$$

$$y^{-2}b^3c^{-5}d \quad \text{34}$$

پۆتانى سەر و هاوكيشەى تەوەرەى ئەم برگە هاوتايانە بدۆزەو.

$$y = -x^2 - 5x + 6 \quad \text{38}$$

$$y = x^2 + 2x - 3 \quad \text{37}$$

$$y = -3x^2 + 5 \quad \text{36}$$

$$y = 2x^2 - 3x + 2 \quad \text{41}$$

$$y = x^2 + x + 1 \quad \text{40}$$

$$y = x^2 + 2 \quad \text{39}$$

پلەى ئەم رادەدارانە ديارىيەكە.

$$-5x^3 - x^4 + 1 \quad \text{44}$$

$$2 - 5x + 7x^2 - x^3 \quad \text{43}$$

$$3x^5 - 2x^4 + x^2 - 1 \quad \text{42}$$

روانىيىك بۆپيشەو

45 خشتەيەك بۆ بەهايەكانى نەخشەى $f(x) = \frac{1}{x+2}$ دروستبەكە بە پېدانى بەهايى 3- تا 1- بە

پلەدارکردنى كە ەەر ەنگاويكى 0.1 بېت.

خشتەكە بەكاربېنە بۆ ديارىکردنى بەهاكانى y كاتىك x نزيك دەبېتەو لە -2.



بۆجى

نەخشە رېژەيەكان بەكاردىن بۇ
نواندىن گەلىك پەيۋەندى ژيانى پۇژانەمان
زۇر جار نەم نەخشە بۇ شىكارى نەو
پرسىارانە بەكاردىنن كە پەيۋەندىيان بە
بەرەمى ئاۋىتە ھەپە

ئامانجەكان

- نەخشە رېژەيەكان
دەناسىت وبەھاكى
ھەژمار دەكات.
- ھىلكارى پوونكرەنەوھى
نەخشە رېژەيى دەكىشيت
و بوارەكى ديارىدەكات و
ھاۋكىشەى دەرەكارەكانى
ديارىدەكات.

ئاسۇ لە تاقىگەيەكى كىمىيائىدا كاردەكات. كارەكى واپىۋىست دەكات رېژەى سوۋرى گىراۋەيەك
رېك بخت. ئاسۇ دەتوانىت نەخشەيەكى رېژەيى بەكاربەينىت بۇ نواندىن رېژەى سوۋرى گىراۋەيەك.

ئاسۇ گىراۋەيەكى 65 ml لايە رېژەى سوۋرىيەكە 10% يە و x ml ئاۋى دلوپىنراۋى بۇ زياد
كرد بەمەش گىراۋەيەكى نوپى دەستدەكەۋىت.

- ا نەخشەى s بنووسە كە رېژەى سوۋرى گىراۋە نوپىيەكە بە پىي ھىندى ئاۋە دلوپىنراۋەكە بىت.
ب رېژەى سوۋرى گىراۋە نوپىيەكە چەندە ، ئەگەر ئاسۇ 100 ml زيادبكات؟

شىكار

ا ئەندازەى خوى لە گىراۋە بنەپەتيەكە

$$10\% \times 65 = 6.5$$

خوى ← 6.5
گىراۋە ← 65

ئەندازەى خوى لە گىراۋە نوپىيەكە:

$$\frac{6.5}{65+x}$$

خوى ← 6.5
گىراۋە ← 65+x

زيادكردى x ml لە ئاۋى دلوپىنراۋ

نەخشەى رېژەى سوۋرى لە گىراۋە نوپىيەكە:

$$c(x) = \frac{6.5}{65+x}$$

ب بۇ ھەژمىر كرىدى رېژەى سوۋرى پاش زياد كرىدى 100 ml لە ئاۋى دلوپىنراۋ، ھەژمىرى

بەھاي نەخشەكە بكة كاتىك x = 100

$$c(100) = \frac{6.5}{65+100} \approx 0.039 \text{ يان } 3.9\%$$

نمونە

جىيەجى كرىدەكان
كىمىا

برې پڙهې **Rational Expression** بریتیه له پڙهې نیوان دوو پادهدار. نهخشه پڙهې **Rational Function** به پې پڙهې پېنسه دهکړت. نهخشه $c(x) = \frac{6.5}{65+x}$ له نمونه 1 دا نهخشه پڙهې به پې پڙهې $\frac{6.5}{65+x}$ پېنسه کراوه. $f(x) = \frac{x^2+2}{|x|}$ نهخشه پڙهې؟ پوښکېوه. $f(x) = \frac{1}{x}$ سادهترین نهخشه پڙهې کانه. لهوانه پېشودا بینیت بههای نهخشه که هژمار ناکړت کاتیک $x=0$. به شیوهکی گشتی بواری نهخشه پڙهې هه مو ژماره راستیه کانه جگه لهو ژمارانه ژیره دهکن به سفر، لهو ژمارانه ژیره دهکنه سفر پېیان دهوترت ژماره قهدهغه کراوهکان بو گوپاوی x

خالی چاودیږی ✓

نونه

2 بواری نهخشه $f(x) = \frac{x^2-12x+12}{x^2+9x+20}$ دیاربکه.

شیکار

ژماره قهدهغه کراوهکان دیاربکه، ئویش به دؤزینه وهی ههردو پهگی هاوکېشه $x^2 + 9x + 20 = 0$

$$x^2 + 9x + 20 = 0$$

$$(x+4)(x+5) = 0$$

$$x = -4 \text{ یا } x = -5$$

کهواته بواری نهخشه که هه مو ژماره راستیه کانه جگه له -4 و -5.

ههولېده بواری ئه نهخشه $f(x) = \frac{3x^2+x-2}{x^2+2x-3}$ دیاربکه.

Vertical Asymptotes

دهرکه ناره ستونیهکان

بیرت بی نهخشه هه لگه پراوه دهرکه ناریکې ستونی هیه هاوکېشه که $x=0$ و دهرکه ناریکې ئاوسوی هیه هاوکېشه که $y=0$ به شیوهکی گشتی دهکړت نهخشه پڙهې دهرکه نارې ئاوسوی وشاولی هه بیټ. له چالاکیه دا ئه ومان بو پرونده بیټه وه.

چالاکی

Exploring Vertical Asymptotes

دؤزینه وهی دهرکه ناره ستونیهکان

1. نهخشه $y = \frac{1}{x-2}$ به کار بهیته

ا) ئه خشته به بنوسه وه، به به کار هیانی بژمیر ته وایبکه.

x	1	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9
y										

ب) ئه خشته به بنوسه وه، به به کار هیانی بژمیر ته وایبکه.

x	3	2.9	2.8	2.7	2.6	2.5	2.4	2.3	2.2	2.1
y										

✓ خالی چاودیڙی

2. y چي به سهرديٽ کاتيک x نزيکيٽهوه له 2 له لای چپ ورده ورده؟ ئه ی چي به سهرديٽ کاتيک x نزيکيٽهوه له 2 لای راست ورده ورده. پيشبيني بهای y به چهند دهکيت ئه گهر $x=2$.
3. ئه گهر $y = \frac{1}{x+3}$ به به کارهينانی بژمير بهای y هه ژميرکي کاتيک نزيکيٽهوه له -3 له لای راست پاشان ولای چپ. چوڻ پيشبيني بهای y دهکيت ئه گهر $x=-3$

✓ خالی چاودیڙی

بهو ژماره راستيانهي کهوا ليناگهړيټ نه خشي پيژهي پيناسه کراويټ دوتريت ژماره قهدهغهکراوهکان Excluded Values بوئو نه خشي.

بواری نه خشي پيژهي بریتيه له هه موو ژماره راستيهکان جگه له ژماره قهدهغهکراوهکانی نه نه خشي.

بههای قهدهغهکراوی نه خشي $y = \frac{x+3}{x^2-x-6}$ دیاريکي.

دهکريټ نه خشي پيژهي دهکهناری ستوونی له ژماره يهکی قهدهغهکراودا هبيټ. مهرجي هه بوونی ئهم دهکهنارش بریتيه له:

✓ خالی چاودیڙی

دهرکهناری ستوونی Vertical Asymptotes

ئه گهر $x-a$ کولکه يهک بيټ له کولکهکانی ژيړي نه خشي يهکی پيژهي و کولکه ي سهره نه بيټ ئهوا پاسته هيلی $x=a$ دهرکهناری ستوونی نه خشيکي.

نورونه

دهرکهناره ستوونيهکانی نه خشي $y = \frac{2x}{x^2-1}$ بدوزهوه.

شیکار

$$y = \frac{2x}{x^2-1} = \frac{2x}{(x+1)(x-1)}$$

دوو ژماره ی قهدهغهکراوی نه خشيکي بریتين له -1 و 1

له بهر نه وهی هيچ کولکه يهکی ژيړه کولکه ي سهرش

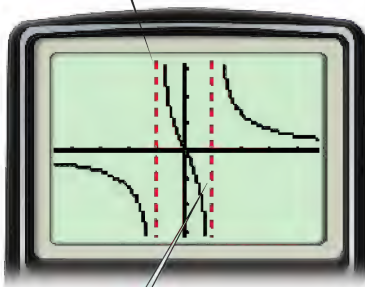
نييه بويه $x=1$ و $x=-1$ دوو دهرکهناری ستوونی

نه خشيکي.

ساغبيکوه به به کارهينانی بژميري پوونکردنه وهی

وينهي نه خشي $y = \frac{2x}{x^2-1}$ بکيشه. دلنيا بکه که هه ردوو پاسته هيلی $x=1$ و $x=-1$ دهرکهناری ستوونين.

دهرکهناری ستونی
 $x = -1$



دهرکهناری ستونی
 $x = 1$

ههولبد دهرکهناره ستوونيهکانی نه خشي $y = \frac{x}{x^2+5x+6}$ بدوزهوه.

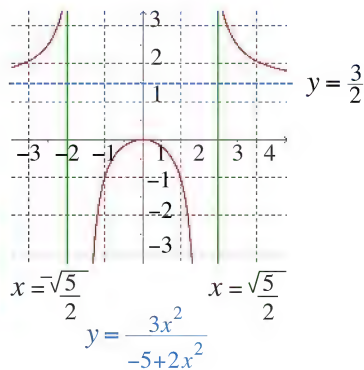
نه خشي يهکی پيژهي بنووسه که سهری 1 بيټ و پاسته هيلهکانی $x=2$ و $x=-2$ دهرکهناره ستوونيهکانی بن.

✓ خالی چاودیڙی

Horizontal Asymptotes

دەرکهناره ئاسۆیهکان

به سوود وەرگرتن له هیلکاری پوونکردنهوهیی نهخشهی $y = \frac{3x^2}{-5+2x^2}$ دهتوانین دەرکهناره ئاسۆیهکانی نهخشه پێژیهیه که دیاری بکهین. له وینه کهوه دەرکهوهی پاسته هیلای $y = \frac{3}{2}$ دەرکهناری ئاسۆیی نهخشه کهیه، ئهم دوو خشتهیهی خوارهوه دهی دهخهن هتا x دوربکهوێتهوه له سفر به ئاراسته $+\infty$ یان $-\infty$ به های y له $\frac{3}{2}$ نزیك ده بێتهوه.



x	y
-10	1.5385
-20	1.5094
-30	1.5042
-40	1.5023
-50	1.5015
-60	1.501
-70	1.5008

به های x له سفر دور دهکوهوێتهوه به ئاراسته $-\infty$

به های y له $\frac{3}{2}$ نزیك ده بێتهوه

به های y نزیك ده بێتهوه $\frac{3}{2}$

x	y
10	1.5385
20	1.5094
30	1.5042
40	1.5023
50	1.5015
60	1.501
70	1.5008

به های x له سفر دور دهکوهوێتهوه به ئاراسته $+\infty$

ئهگەر پلهی سهری نهخشه که وپلهی ژیره نهخشه که یهکسان بن ئهوا دهتوانیت هاوکۆلکهی پاده سهرهکیهکان ههردووکیان بهکاربهێنیت (بۆ سهره 3 و بۆ ژیره 2) بۆ نووسینی هاوکۆلکهی دەرکهناری ئاسۆیی نهخشه که $y = \frac{3}{2}$.

Horizontal Asymptotes دەرکهناره ئاسۆیهکان

- ئهگەر پلهی سهره له پلهی ژیره بچووکتتر بوو ئهوا پاسته هیلای $y = 0$ دەرکهناری ئاسۆیی نهخشه کهیه.
- ئهگەر پلهی سهره له پلهی ژیره گهورهتر بوو ئهوا نهخشه که دەرکهناری ئاسۆیی نییه.
- ئهگەر پلهی سهره و ژیره یهکسانبوون و m هاوکۆلکهی پادهی سهره کی سهره و n هاوکۆلکهی سهره کی ژیره بێت، ئهوا پاسته هیلای $y = \frac{m}{n}$ دەرکهناری ئاسۆیی نهخشه کهیه.

نموونه

دەرکهناره ئاسۆیی وستوونیهکانی نهخشهی $y = \frac{x}{x^2 - 2x - 3}$ بدۆزهوه.

شیکار

1. بۆ دۆزینهوهی دەرکهناری ستوونی ژیره شیته لکه.

$$y = \frac{x}{x^2 - 2x - 3} = \frac{2x}{(x-3)(x+1)}$$

له بهر ئهوهی ههردوو کۆلکهکانی ژیره نابنه کۆلکهی سهره کهواته نهخشه که دوو دەرکهناری ستوونی هیه. که بریتیه له دوو پاسته هیلای $x = -1$ و $x = 3$.

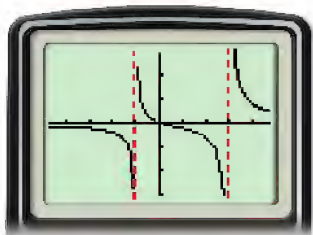
2. له بهر ئهوهی پلهی سهره بچووکتتر له پلهی ژیره، ئهوا

نهخشه که تهنها یهک دەرکهناری ئاسۆیی هیه که بریتیه له

پاسته هیلای $y = 0$.

ساغ بکه رهوه

وینهی هیلای پوونکردنهوهی $y = \frac{x}{x^2 - 2x - 3}$ بکێشه و دەرکهنارهکان دیاریکه.



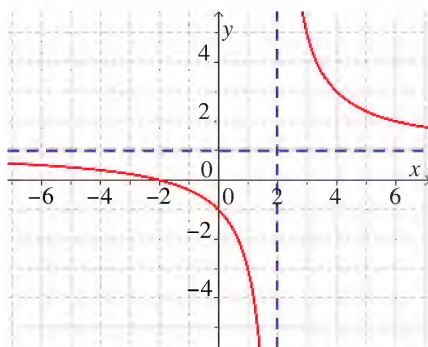
بەکارھێنانی دەرکەنارەکان بۆکێشانی ھێلکاری پوونکردنەوھیی

Using Asymptotes to Graph

لە نموونە 5 دا، ئەو ھەڵبەستەن چۆن دەرکەنارەکان بەکارھێنن بۆ کێشانی ھێلکاری پوونکردنەوھیی نەخشەیی پێژەیی.

ھێلکاری پوونکردنەوھیی نەخشەیی $y = \frac{x+2}{x-2}$ بکێشە و دەرکەنارە ئاسۆیی و ستوونیەکانی لەسەر دیاریبکە.

شیکار ھاوکێشە دەرکەنارەکان بنووسە پاشان و وێنەی بکێشە، یەک دەرکەناری ستوونی ھەیە ھاوکێشەکە $x = 2$ و یەک دەرکەناری ئاسۆیی ھەیە ھاوکێشەکە $y = 1$. خشتەیکە دروستبکە بۆ دیارکردنی ئەو خالانە دەکەونە سەر ھێلکاری پوونکردنەوھیی نەخشەیکە.



x	-1	0	1	3	4	5
y	$-\frac{1}{3}$	-1	-3	5	3	$2\frac{1}{3}$

پاشان خالەکان لەسەر پووتەختی پۆتانەکان دیاریبکە و وێنە بکێشە بە گەیااندنی خالەکان لەھەر لایەکیدا بە چەماوەیەکی گونجاو.

راھێنان

بەردەوامبوون لە بیرکاریدا

- 1 چۆن ژمارە قەدەغەکراوەکانی نەخشەیکە پێژەیی دیاریدەکەیت.
- 2 چۆن دەزانیت کۆلکە $x - a$ بۆ ژێرە نەخشەیکە پێژەیی دەرکەناری ستوونی دیاریدەکات یان نا.
- 3 چۆن دەرکەنارەکان بەکار دەھێنیت بۆ کێشانی ھێلکاری پوونکردنەوھیی نەخشەیی $y = \frac{x-5}{x-3}$

راھێنانی ئاراستە کراو



- 4 **کیمیا** بەگەرانیوە بۆ نموونە یەكەمی سەرەتای وانەكە لەسەر پێژەیی سوێری. ھاوکێشەیی ئەو نەخشەییە بنووسە كە پێژەیی سوێری گیراوە نوێیەكە دیاریدەكات. كاتێك ئاسۆ $x \text{ ml}$ ئاوی دلوپینراو بۆ 90 ml لە گیراوەكە زیاد بكات. بۆ ئەو پێژەیی سوێریەكە بێتە 15% پێژەیی سوێری گیراوە نوێیەكە دەبێتە چەند؟ ئەگەر ئاسۆ 150 ml ئاوی دلوپینراو بۆ گیراوە بنەرەتیەكە زیادبكات.
- 5 بۆاری نەخشەیی $f(x) = \frac{2x^2-5}{x^2-7x+12}$ دیاریبکە.

دەرکەنارەکانی ئەم نەخشانە دیاریبکە.

$$f(x) = \frac{(x-3)^2}{x^2-5x+6} \quad 8$$

$$f(x) = \frac{2x^2-1}{x^2-9} \quad 7$$

$$f(x) = \frac{3x-1}{4x^2-9} \quad 6$$

$$f(x) = \frac{2x+1}{x-3} \quad 9$$

ھێلکاری پوونکردنەوھیی نەخشەیی $f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$ بکێشە و ھەموو دەرکەنارەکانی دیاریبکە.

ئەم نەخشە پێژەیین یان نا؟ ئەگەر پێژەیین بوارەکی دیاریکە، ئەگەر نا هۆیکەکی روونیکەوه.

$$f(x) = \frac{x+2}{2x}$$

11

$$f(x) = \frac{x}{2x-7}$$

10

$$f(x) = \frac{x}{(2x-7)(x+3)}$$

13

$$f(x) = \frac{1}{x^2}$$

12

$$f(x) = \frac{|x^2-4|}{|x+2|}$$

15

$$f(x) = \frac{5^x}{x^5}$$

14

دەرکەنارەکانی ئەم نەخشە پێژەییانە دیاریکە.

$$f(x) = \frac{x+2}{2x^2}$$

17

$$f(x) = \frac{3x+5}{x-2}$$

16

$$f(x) = \frac{(x+2)^2}{x^2+5x+6}$$

19

$$f(x) = \frac{x^2-4}{x^2-4x+4}$$

18

$$f(x) = \frac{x^2-2x+1}{x^2+x-2}$$

21

$$f(x) = \frac{x^2-16}{4-5x+x^2}$$

20

بوار و دەرکەنارەکانی ئەم نەخشە دیاریکە.

$$f(x) = \frac{2x}{2x(x-5)}$$

23

$$f(x) = \frac{2x-2}{2x+2}$$

22

$$f(x) = \frac{x+1}{x^2+4x-21}$$

25

$$f(x) = \frac{(3x-1)(x+2)}{x+2}$$

24

$$f(x) = \frac{7x+8}{x^2-10x+25}$$

27

$$f(x) = \frac{3x-1}{9x^2-36}$$

26

$$f(x) = \frac{x^2-4}{x^2+4}$$

29

$$f(x) = \frac{5x^2+1}{5x^2+3}$$

28

$$f(x) = \frac{2x+1}{x^3-27}$$

31

$$f(x) = \frac{x(x^2-4)}{x^2-7x+6}$$

30

ئەو نەخشە پێژەییانە بنووسە کە ئەم دەرکەنارەیان هەیە.

$$y=0 \text{ و } x=-2$$

33

$$y=3 \text{ و } x=2$$

32

$$y=-1 \text{ و } x=-3 \text{ و } x=2$$

35

$$y=2 \text{ و } x=-1 \text{ و } x=1$$

34

بەهای b لە نەخشە $f(x) = \frac{1}{x^2-3x+b}$ بدۆزەوه کاتی کە نەخشە تەنها یەک دەرکەنارە هەبێت، کاتی کە نەخشە هیچ دەرکەناریکی نەبێت بەهای b دیاریکە؟

36

بەرەنگاربونەوه

ئەندازە لە لاکێشە بەرامبەرەدا.

37

گرێدان

$$2x+1$$



ا نەخشە پێژەیی کە پێژەری چۆ بۆ رووبەر دەنوێنێت بنووسە.

ب بەهاکانی x چەند دەبن کە بۆ ئەوەی هەژمێرکردنی چۆ و رووبەر

لەتوانادا بێت. باری ئەو نەخشەیی نوسیوتە دیاریکە.

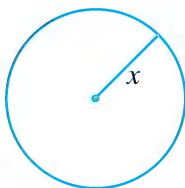
ئەندازە لە بازەنی بەرامبەرەدا.

38

ا نەخشە پێژەیی کە پێژەری چۆ بۆ رووبەر دەنوێنێت بنووسە.

ب بەهاکانی x چەند دەبن بۆ ئەوەی هەژمێرکردنی چۆ و رووبەر لە

توانادا بێت. باری ئەو نەخشە نوسیوتە دیاریکە.



39

كىميا تارا $x \text{ ml}$ ئاۋى دۆپپىنراۋى بۇ 72 ml لە گىراۋىيەكە كە پىژەي سۈيىيەكەي 8% بىت زىادىدۇر.



ا) نەخشەيەكەي پىژەيى بنووسە كە پىژەيى سۈيىيەكەي گىراۋە نوپىيەكە دەنۈيىت.

ب) پىژەيى سۈيىيەكەي گىراۋە نوپىيەكە چەندە،

ئەگەر زاننىت تارا 720 ml ئاۋى

دۆپپىنراۋى بۇ گىراۋەكە زىادىدۇر.

40

ئابۋورى ژوان دوكانىكى فروشتى گۈلى

ھەيە خەرجى نەگۈپى دوكانەكەي

ھەفتانە 950 ھەزار دىنارە، خەرجى

چەپكە گۈلۈك 42.45 ھەزار دىنارە.

ا) نەخشەيى g بنووسە كە خەرجى گشتى

بنوئىت لەماۋەي ھەفتەيەكە، ئەگەر

دوكانەكە x چەپكە گۈلى فروشتىت.

ب) نەخشەيەكە بنووسە كە خەرجى گشتى

ھەر چەپكە گۈلۈك لەماۋەي ھەفتەيەكە بنوئىت.

41

فىزىيا ھەرچەند مەۋق بەرەو بۆشايى ئاسمان بەرزىتەۋە كىشەكەي كەمدەكات. زانكان

پەيوەندىيەكەي دۆزىۋەتەۋە لە نۆۋان كىشى مەۋق W لەسەر زەۋى و كىشەكەي W_0 لە

بۆشادا كاتىك لە بەرزى $h \text{ Km}$ بىت برىتييە لە $W(h) = W_0 \left(\frac{6400}{6400+h} \right)^2$.

ا) نەخشەيى W نەخشەيەكە پىژەيى، ئەمە پوونبەۋە.

ب) كىشى مەۋقۈك لەسەر پوۋى زەۋى 75 Kg خشتەيەك دروستبەكە كىشەكەي بنوئىت

لەبەرزى 10 Km و 20 Km و 100 Km دا.

ج) لەبەرزى چەند كىلومەتردا كىشى مەۋقۈك دەبىتە نىۋەي كىشەكەي لەسەر زەۋى بە

نزىكەيى؟

روانىيىك بۆدۈۋاۋە

ئەمانە شىكارىكە.

$$|x+5| \geq 7 \quad 43$$

$$|5x-6| > 2 \quad 42$$

$$\left| \frac{3}{2} - \frac{5}{2}x \right| \geq -\frac{7}{2} \quad 45$$

$$\left| \frac{3}{2} - \frac{5}{2}x \right| \leq \frac{7}{2} \quad 44$$

ئەم برانە بە شىۋەي گشتى برى دوۋجاي $ax^2 + bx + c$ بنووسە.

$$(4-5x)(x-9) \quad 48$$

$$(3x-1)(6x-7) \quad 47$$

$$-12x(3x-2) \quad 46$$

$$-4(x-3)^2 \quad 51$$

$$(3x-4)(3x+4) \quad 50$$

$$(x-5)(2x+3) \quad 49$$

ئەم برانە شىتەلېكە.

$$9x^2 - 49 \quad 54$$

$$1 - 25y^2 \quad 53$$

$$3x^2 - 6x \quad 52$$

$$x^2 - 16x + 64 \quad 57$$

$$x^2 + 12x + 36 \quad 56$$

$$x^2 - 5x - 24 \quad 55$$

روانىيىك بۆپىشەۋە

ئەمانە بە شىۋەيەكە سادە بنووسە.

$$\frac{x^2+4x+4}{x+2} \quad 60$$

$$\frac{x^2}{x} \quad 59$$

$$\frac{9}{3} \quad 58$$

ليكدان و دابه شکردنى بره پيژده ييه كان

Multiplying and Dividing Rational Expressions

يوچى

شيكارى هندی پرسیار
پيويستی به ليک دان و دابه شکردنى
بره پيژده ييه كان ههيه. وهك تيچوون
وداهاتی ئاههنگيک بو کۆکردنه وهی
يارمهتی.



وانه 3

نامانجه كان

- بره پيژده ييه كان ليكدهدات و دابه شهكات.
- بره پيژده ييه كان ساده دهكات وه.

جيه جي کردن

کاری خيراخواری

به بۆنه ی جه ژنی نه ورۆز، يه کيک له ئاماده ييه كان ئاههنگيکي خيراخواری ساز دهكات بو کۆکردنه وهی بری پاره و خه رجکردنی بو کهم ده رماه ته کان. خويئندکارانی پيکخه ری ئاههنگه که برپاریان دا کۆمه ليک شال ئاماده بکن و به ئاماده بووانی بفروشن، دواي ليکۆلینه وه له داهاتی ئه و پاره يه ی له ئاههنگه که وه ده ستیان ده که ويئت ئه م پيژهيان به کاره يئا:

نرخي فروشتنی يه ک شال

تيچوونی ئاماده کردنی يه ک شال

خويئندکاران گه يشتنه ئه و ئه نجامه ی که تيچوونی به ره می x شال دهکاته $0.8x + 25$ بۆيه برپاریاندا نرخي هه ر شاليک به 3 هه زار دینار دابنن. پيويسته چه ند شال بفروشن بو ئه وهی پيژهي نرخي يه ک شال بو تيچوونی ئاماده کردنی يه ک شال له 1.5% که متر نه بيئت.

Simplifying Rational Expressions

کورتکردنه وهی بره پيژده ييه كان

بو کورتکردنه وهی بره جه برييه كان سه ره و ژيړه دابه شی گه وره ترين کۆلکه ی هاوبه شی هه ردو وکیان ده کريت. له م باره شدا ده و تريت بره که به ساده ترين شيوه دايه.

نموونه

$$\frac{x^2+5x-6}{x^2-36}$$

شیکار

سه ره و ژيړ شيته ليکه.

هه ريه که له سه ره و ژيړه دابه شی کۆلکه ی هاوبه شیکه.

$$\begin{aligned}\frac{x^2+5x-6}{x^2-36} &= \frac{(x+6)(x-1)}{(x-6)(x+6)} \\ &= \frac{\cancel{(x+6)}(x-1)}{(x-6)\cancel{(x+6)}} \\ &= \frac{x-1}{x-6}\end{aligned}$$

تيبينی ئه وه بکه هه ر دوو ژماره ی 6 و -6 دوو ژماره ی قه دهغه کراوی بره بنه پته يه که يه

هه ولبد ه بری $\frac{b^2-49}{b^2-8b+7}$ به ساده ترين شيوه بنووسيت.

لیکدانی بره ریژیهیهکان له لیکدانی ژماره ریژیهیهکان دهچیت.

لیکدانی بره ریژیهیهکان

$$\frac{15}{x^2} \times \frac{4x^4}{21} = \frac{3 \times 5}{x^2} \times \frac{4x^4}{3 \times 7} = \frac{20x^2}{7}$$

لیکدانی ژماره ریژیهیهکان

$$\frac{15}{4} \times \frac{14}{9} = \frac{3 \times 5}{4} \times \frac{2 \times 7}{3} = \frac{35}{6}$$

به سادهترین شیوه بنووسه.

شیکار

$$\frac{3}{4x^2} \times \frac{4x^3}{21} \times \frac{14}{4x^5} = \frac{3 \times 4 \times 2 \times 7}{4 \times 3 \times 7 \times 2 \times 2} \times \frac{x^3}{x^7} = \frac{1}{2x^4}$$

نموونه

2

بره ریژیهیهکان به سادهترین شیوه بنووسه.

بو لیکدانی دوو بره ریژیهیهکان، پراساکی لیکدانی کهرتهکان بهکاربینه

$$d \neq 0 \quad b \neq 0 \quad \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

دهتوانیت ئەنجامی لیکدانهکه به کورتکردنهوهی کۆلکه هاوبهشەکانی سەرەوژێره سادهبکەیت.

ههولبده

به سادهترین شیوه بنووسه.

شیکار

$$\frac{x+1}{x^2+2x-3} \times \frac{x^2+x-6}{x^2-2x-3} = \frac{x+1}{(x+3)(x-1)} \times \frac{(x+3)(x-2)}{(x-3)(x+1)} = \frac{x-2}{(x-1)(x-3)} = \frac{x-2}{x^2-4x+3}$$

نموونه

3

بره ریژیهیهکان به ساده بکە.

ههولبده

زریان بره ریژیهیهکان به کورتکردنهوهی کۆلکه هاوبهشەکانی سەرەوژێره بنووسه.

سەرئێکێ پەخنەگرانه

دابهشکردنی بره ریژیهیهکان له دابهشکردنی ژماره ریژیهیهکان دهچیت.

دابهشکردنی بره ریژیهیهکان	دابهشکردنی ژماره ریژیهیهکان
$\frac{6}{x^3} \div \frac{12}{x^5} = \frac{6}{x^3} \times \frac{x^5}{12} = \frac{x^2}{2} = \frac{1}{2}x^2$	$\frac{6}{8} \div \frac{12}{32} = \frac{6}{8} \times \frac{32}{12} = \frac{6}{8} \times \frac{32}{12} = \frac{4}{2} = 2$

بو دابهشکردنی بریکی جهبری بهسەر یهکیکی تر، بری یهکهم

لهههلهگهراوهی دووهمیان بده $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$

دهتوانیت ئەنجامی لیکدان کورتبکەیتەوه به کورتکردنهوهی کۆلکه هاوبهشەکان له نۆوان

سەرەوژێره.

نمونہ

برای $\frac{x-4}{(x-2)^2} \div \frac{x^2-3x-4}{x^2-4}$ ساده بکھ.

شیکار

$$\begin{aligned} \frac{x-4}{(x-2)^2} \div \frac{x^2-3x-4}{x^2-4} &= \frac{x-4}{(x-2)^2} \times \frac{x^2-4}{x^2-3x-4} \\ &= \frac{x-4}{(x-2)(x-2)} \times \frac{(x-2)(x+2)}{(x+1)(x-4)} \\ &= \frac{x+2}{(x-2)(x+1)} \text{ یا } \frac{x+2}{x^2-x-2} \end{aligned}$$

هولبد

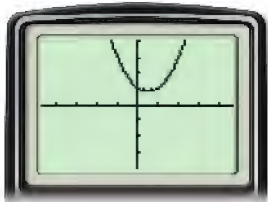
برای $\frac{x^2-9}{x^2-8x+15} \div \frac{(x+3)^2}{(x-5)}$ به سادهترین شیوه بنویس.

نارام برای $\frac{1}{x-5} \div \frac{x-5}{7} = 1 \div 7 = 1 \times \frac{7}{1} = 7$ بهم شیوه کورت کرده. $\frac{1}{x-5} \div \frac{x-5}{7} = 1 \div 7 = 1 \times \frac{7}{1} = 7$

بیرکردنهوی پهځنه گرانه

شیکاری پرسپاردهکان

دهتوانین هیلکاری پوونکردنهوی بهکار بښن بؤ زانینی نهوی راډهډاریک شیتل دهیت یان نا. بؤ نهوی بزانت بریکی وه $x^2 - x + 1$ شیتل دهیت یان نا هیلکاری پوونکردنهوی نهخشه $y = x^2 - x + 1$ بکښه و دلنیا به لهوی تهوهری سینی دهبریت یان نا. لهبر نهوی هم چهماویه تهوهری x نابریت وانا نهخشه که هیچ سفریکی نییه له ژماره راستیهکاندا بویه شیتل نابیت. لهوشهوه دردهکوهیت بری پڙهیی $\frac{x-4}{x-1} \times \frac{x^2-x+1}{x^2}$ سادهتر نابیتهوه.



Complex Rational Expressions

بره پڙهیه نالوزهکان

بره پڙهیه نالوزهکان. نهو برانهن که لهسره یان ژیره یان لههردوکیاندا بری پڙهیی ههیت.

برای $\frac{4a^2-1}{\frac{a^2-4}{2a-1}} \div \frac{a+2}{a+2}$ به سادهترین شیوه بنویس.

شیکار

$$\begin{aligned} \frac{4a^2-1}{\frac{a^2-4}{2a-1}} &= \frac{4a^2-1}{a^2-4} \div \frac{2a-1}{a+2} \\ &= \frac{4a^2-1}{a^2-4} \times \frac{a+2}{2a-1} \\ &= \frac{(2a-1)(2a+1)}{(a-2)(a+2)} \times \frac{a+2}{2a-1} \\ &= \frac{(2a-1)(2a+1)(a+2)}{(a-2)(a+2)(2a-1)} \\ &= \frac{2a+1}{a-2} \end{aligned}$$

سهره دابهش ژیره بکه.

یهکه له هه لکه پراوی دووهم بده

شیتله بکه

کولکه هاوبه شهکان کورتبکه وه

نمونہ

برای $\frac{(x+2)^2}{x^2-4} \div \frac{x-3}{(x-3)^2}$ ساده بکھ.

هولبد

برای $\frac{x+y}{\frac{x-y}{y+x}} \div \frac{y-x}{y-x}$ ساده بکه به بهکار هیانانی ههژمیری هزی.

بیرکردنهوی پهځنه گرانه

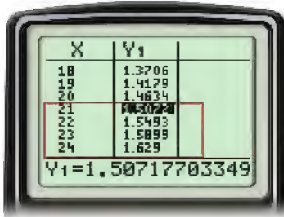
نمونە

6

بەگەرانهوه بۆ نمونەى سەرەتای وانهکه. خوێندکاران پێویسته چەند شال بفرۆشن بۆ ئەوهی رێژەى نرخى يەك شال بۆ نرخى تێچوونهکەى له 1.5 کهەتر نه‌بێت؟

شیکار

$$\frac{3}{0.8x+25} = \frac{\text{نرخى فروشتنى يەك شال}}{\text{نرخى تێچوونى يەك شال}}$$



برە ئالۆزەکه سادە بکەوه $\frac{3}{0.8x+25} = 3 \times \frac{x}{0.8x+25} = \frac{3x}{0.8x+25}$ نه‌خشەى $y = \frac{3x}{0.8x+25}$ له بژمیری پوونکردنه‌وه ییدا تۆماربکە. له‌خشته‌که‌وه دەرده‌که‌وێت خوێندکاران پێویسته به لایه‌نى که‌مه‌وه 21 شال بفرۆشن.

راهی‌نان

بە‌رده‌وامبوون له‌ بیر‌کاریدا

- 1 لیكدانى برە رێژه‌ییه‌كان وليكدانى ژماره رێژه‌ییه‌كان له چیدا لیكدەچن؟
 - 2 دابه‌شکردنى برە رێژه‌ییه‌كان ودابه‌شکردنى ژماره رێژه‌ییه‌كان له چیدا لیكدەچن؟
 - 3 چۆن ئەم برە ئالۆزە كورت دەکەیت‌وه $\frac{x^2-1}{x^2+2x-3}$ ؟
- بە‌راوردی به‌ها قە‌ده‌غه‌کراوه‌کانى x له برە ئالۆزەکه و به‌ها قە‌ده‌غه‌کراوه‌کانى برە سادە‌کراوه‌که بکە.

راهی‌نانى ئاراسته‌کراو

ئەم برە رێژه‌ییه‌ سادە‌بکە.

- 4 $\frac{x^2-25}{x^2-10x+25}$
- 5 $\frac{4x^2}{5} \times \frac{30}{x^4} \times \frac{30x^3}{60}$
- 6 $\frac{x^2+8x+12}{x^2+2x-15} \times \frac{x^2+8x+15}{x^2+9x+18}$
- 7 $\frac{x^2-2x+1}{x^2+6x+8} \div \frac{x^2-1}{x^2+3x+2}$
- 8 $\frac{2x-6}{x^2+9x+20} \div \frac{x^2-9}{x^2+5x+4}$

راهی‌نان وجیبه‌جیکردن

ئەم برە رێژه‌ییه‌ سادە‌بکە.

- 9 $\frac{4x^2+8x+4}{x+1}$
- 10 $\frac{x^2-6x+9}{x^2-9}$
- 11 $\frac{15}{x^2} \times \frac{x^5}{12} \times \frac{4}{x}$
- 12 $\frac{36x}{9x^2} \times \frac{12x^7}{2x} \times \frac{5}{x^2}$

$$\begin{array}{ll} \frac{-x^2-x+6}{x^2-5x+6} & \text{14} \\ \frac{x^2-10x+9}{x^2+2x-3} & \text{13} \\ \frac{-5}{x^3} \times \frac{-x^5}{3} \times \frac{-4}{x} \times \frac{20}{x^3} & \text{16} \\ \frac{x}{9x^8} \times \frac{x^7}{2x} \times \frac{45}{x^4} & \text{15} \\ \frac{x^2-9}{x^2-4x+4} \times \frac{x^2-4}{x^2-x-6} & \text{18} \\ \frac{x^2-4x-5}{x^2-3x+2} \times \frac{x^2-4}{x^2-3x-10} & \text{17} \\ \frac{4x^2+20x}{9+6x+x^2} \div \frac{x+5}{x^2-9} & \text{20} \\ \frac{2x^2-2x}{x^2-9} \div \frac{x^2+x-2}{x^2+2x-3} & \text{19} \\ 2xy \div \frac{2x^2}{y} \div \frac{2y^2}{x} & \text{22} \\ \frac{x^2}{4} \times \left(\frac{xy}{6}\right)^{-1} \times \frac{2y^2}{x} & \text{21} \end{array}$$

ئەم بىرلەنە سادە بىكە.

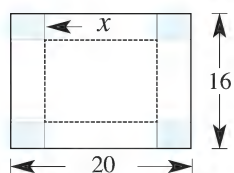
$$\begin{array}{ll} \frac{x^2-4}{x^2-9} & \text{24} \\ \frac{(x-2)^2}{(x-3)^2} & \text{23} \\ \frac{x^2+4x+3}{x^2+6x+8} & \text{26} \\ \frac{x^2-9x+14}{x^2-6x+5} & \text{25} \\ \frac{x^2+9x+18}{x^2+7x+10} & \text{27} \\ \frac{x+3}{x-1} & \text{28} \\ \frac{2x+3}{x-1} \div \frac{\frac{x}{3x}}{2x+3} & \text{29} \\ \frac{1+12x^{-1}+27x^{-2}}{x^{-1}+9x^{-2}} & \text{30} \\ \frac{1-7x^{-1}-18x^{-2}}{1-4x^{-2}} & \text{31} \end{array}$$

بىرلىكى پىژەبى R بنووسە بە جۆرلىك كە پىلەى سەرە وژىرەكەى 2 بىت وهاوكۆلكەى پادە سەرەكەكەى 1 بىت و پاسادانى ئەم پەيوەندىە بىكات:

$$\frac{-10+3x+x^2}{15-18x+x^2} \times R = \frac{x-2}{x-3}$$

ئەندازە: لاوئەند دەيوەى كارتۇنىكى سەرکراو بە بەكارهينانى پارچە

كارتۇنىكى لاكيشەبى درىژەكەى 20cm وپانىيەكەى 16cm دروستبكات.



پىويستە چوار گۆشەى بچووك درىژى لايەكى x cm بىت لەهەر يەك لە سەرەكاندا بېرېت. پاشان لاكانى بنوشتىنېتەو.

پوونبىكەو كە بىرى $x(20-2x)(16-2x)$ قەبارەى قوتووە (سەر كراو كە) دەنوئىت.

ب پوونبىكەو كە بىرى $4x^2 - 320$ پووبەرى گشتى ناووەى قوتووە (سەر كراو كە) دەنوئىت.

ج پىژەى نىوان قەبارەى قوتووەكە بۇ پووبەرە گشتىكەى بنووسە. ئەو بىرە سادەبىكە.

د پىژە دەستكەوتووەكەى پىسيارى پىشوو چۆن دەگۆرېت ئەگەر x لە سفرەو تا 4 زىاد بىكات؟

بەرەنگارى

گرېدان

ئالان دوکانێکی بچوکی بابۆلە هەیه تیچوونی مانگانە ئیشپێکردنی 400 000 دینارە تیکرای تیچوونی یەک بابۆلەش 4.45 هەزار دینارە.

- ا) له لیستی نرخەکانەوه ناوەندە ژمێرەیی بابۆلەیهك چەندە؟
 ب) ئەگەر ئالان له مانگی پێشودا x بابۆلە فرۆشتبێت، بری (m) بنووسه كه پهیهوهندی نیوان تیچوونی گشتی وتیچوونی بابۆلەکان بنوینێت.
 ج) برێك بنووسه رێژەیی قازانجی ئالان له فرۆشتنی x بابۆلە بۆ تیچوونی گشتی دەرێخات.



روانیك بۆ دواوه

هاوكێشەیی راستەهێڵەكان بە شیۆدی لاری - یەكتربرین بنووسه، كه بهخالی پێدراوهكهدا دەپروات وئەستوونه لەسەر راستەهێڵە پێدراوهكه.

34 $y = -6x - 1$; $(8, -4)$ 35 $y = \frac{1}{5}x - 11$; $(3, 5)$

ئەم برانە بە شیۆدی گشتی رادهدار بنووسه.

36 $x^2(x^3 - x^2 - 6x + 2)$ 37 $(x - 2)(3x^3 - 6x - x^2)$

ئەم برانە شیتەلێكه.

38 $8x^2 - 4x$ 39 $12x^2 - 3x + 6$ 40 $12 - 4x - 22x^2$
 41 $x^3 - 1$ 42 $125x^3 + 27$ 43 $x^3 - 6x^2 - 8x$

روانیك بۆ پیشهوه

ئەمانە سادەبێكه.

44 $\frac{5}{8} + \frac{1}{8}$ 45 $\frac{3}{x} + \frac{1}{x}$ 46 $\frac{3}{2x} + \frac{1}{x}$ 47 $\frac{3}{2x} + \frac{1}{3x}$

كۆكردنەۋە و لىدەر كىردى بىرە پىژە يىپەكان

Adding and Subtracting Rational Expressions

ۋانەى
4

نامانجەكان

- بىرە پىژە يىپەكان كۆدەكات و لىدەر دىكەكات و ئەنجامەكەى بە سادە ترىن شىۋە دىنوسىت.



بۇ شىكار كىردى زۆر لى پىسىارەكانى ژيانى پۇژانەمان پىۋىستمان بە كۆكردنەۋە و لىدەر كىردى بىرە پىژە يىپەكان دىبىت، وەك ھەژمار كىردى تىكراى خىراىى لى گەشتىكدا.

تاكسىيەك گەشتىارىكى لى فرۆكەخانەۋە گواستەۋە بۇ مالىۋەيان بە خىراىيەك تىكراكەى 55km/h بىت ولە پىگاكى گەپانەۋەى بۇ فرۆكەخانە، بە ھۆى قەلەبالغى ھاتوۋچۆۋەتىكراى خىراىيەكەى 45km/h بىت. تىكراى خىراىى ئۆتۆمبىلەكە لى چوون وگەپانەۋەدا چەند بوۋە؟ پىۋىستىت بە كۆكردنەۋەى دوو بىرى پىژەى دىبىت. نەك ناۋەرپاستى ھەردوۋ خىراىيەكەكە لى ۋانەى و بىرى لى بىكەيتەۋە. كۆكردنەۋەى دوو بىرى پىژەى كە ھەمان ژىرەيان ھەبىت وەك كۆكردنەۋەى دوو ژمارەى پىژەى وايە ھەمان ژىرەيان ھەبىت.

بىرە پىژە يىپەكان

$$\frac{3}{x^2} + \frac{5}{x^2} = \frac{3+5}{x^2} = \frac{8}{x^2}$$

ژىرە ھاۋبەش

ژمارە پىژە يىپەكان

$$\frac{1}{7} + \frac{3}{7} = \frac{1+3}{7} = \frac{4}{7}$$

ژىرە ھاۋبەش

جىپە جىكردنەكان
گەشت

نمونە

ئەمانە سادەبەكە.

$$\frac{2x}{x+3} + \frac{5}{x+3} \quad \boxed{a}$$

شىكار

$$\frac{2x}{x+3} + \frac{5}{x+3} = \frac{2x+5}{x+3} \quad \boxed{a}$$

ھەۋلىدە

ئەمانە سادەبەكە.

$$\frac{3x-1}{2x-1} + \frac{5+2x}{2x-1} \quad \boxed{a}$$

$$\frac{2x}{x-5} - \frac{10}{x-5} \quad \boxed{b}$$

تېپىنى ئەۋەكە 3 = x ژمارەكەى قەدەغەكراۋە بۇ گۇراۋى x لى بىرە بىنەپەتەكەدا.

$$\frac{x^2}{x-3} - \frac{9}{x-3} \quad \boxed{b}$$

$$\frac{x^2}{x-3} - \frac{9}{x-3} = \frac{x^2-9}{x-3} = \frac{(x+3)(x-3)}{x-3} = x+3 \quad \boxed{b}$$

بۆ كۆكردنەۋەى دوو بېرى پېژەىى ژېرە جىاۋان، پېۋىستە ژېرەى ھاۋبەش دوو ژېرەكە بدۆزىتەۋە. بچوكتىرېن ژېرەى ھاۋبەش بۆ دوو بېرى پېژەىى برىتېە لە بچوكتىرېن چەند جارەى ھاۋبەشى ژېرەكان، پادەدارىكە بە پلەىەكى كەمتر كە دابەش ھەردوو ژېرەكە دەبىت. دۆزىنەۋەى بچوكتىرېن ژېرەى ھاۋبەش بۆ دوو بېرى پېژەىى لە دۆزىنەۋەى بچوكتىرېن ژېرەى ھاۋبەشى دوو ژمارەى پېژەىى دەچىت. بەراۋردى بەكارھىنانى ئەم كرادارە بكە بۆ ژمارە پېژەىىەكان وبېرە پېژەىىەكان.

$$\begin{aligned} \text{بېرە پېژەىىەكان} \\ \frac{7}{3x^2} + \frac{1}{9x} &= \frac{7}{3x^2} \times \left(\frac{3}{3}\right) + \frac{1}{9x} \times \left(\frac{x}{x}\right) \\ &= \frac{21+x}{9x^2} \end{aligned}$$

بچوكتىرېن ژېرە ھاۋبەش

$$\begin{aligned} \text{ژمارە پېژەىىەكان} \\ \frac{7}{300} + \frac{1}{90} &= \frac{7}{300} \times \left(\frac{3}{3}\right) + \frac{1}{90} \times \left(\frac{10}{10}\right) \\ &= \frac{21+10}{900} = \frac{31}{900} \end{aligned}$$

بچوكتىرېن ژېرە ھاۋبەش

كۆكردنەۋە و لىدەركردنى بېرە پېژەىىەكان

Adding and Subtracting Rational Expressions

بۆ ئەۋەى دوو بېرى پېژەىى كۆبكەىتەۋە ولە يەكتىران دەركەىت، بچوكتىرېن ژېرەى ھاۋبەش بدۆزەۋە ودوو بېرەكە دووبارە بنووسە وبە بەكارھىنانى بچوكتىرېن ژېرەى ھاۋبەشيان، پاشان كۆبكەۋە يان لىدەركە ولەنجامە دەستكەۋتوۋەكە بە سادەترېن شىۋە بنووسە.

$$\frac{x}{x-2} + \frac{-8}{x^2-4} \text{ بە سادەترېن شىۋە بنووسە.}$$

شىكار

بچوكتىرېن ژېرەى ھاۋبەشى برىتېە لە $(x-2)(x+2)$

دوو بېرەكە كۆبكەۋە

ژېرە لەسەر شىۋەى گشتى بنووسە

سەرە شىتەلېكە

كورتبەكەۋە

$$\begin{aligned} \frac{x}{x-2} + \frac{-8}{x^2-4} &= \frac{x}{x-2} + \frac{-8}{(x-2)(x+2)} \\ &= \frac{x}{x-2} \times \frac{x+2}{x+2} + \frac{-8}{(x-2)(x+2)} \\ &= \frac{x(x+2)-8}{(x-2)(x+2)} \\ &= \frac{x^2+2x-8}{(x-2)(x+2)} \\ &= \frac{(x+4)(x-2)}{(x-2)(x+2)} \\ &= \frac{x+4}{x+2} \end{aligned}$$

غورونە

$$\frac{x}{x+5} + \frac{-50}{x^2-25} \text{ كورتبەكەۋە}$$

ھەۋلېدە

چۆن شىتەلېكردنى پادەدارەكان يارمەتېت دەدات بۆ كۆكردنەۋە ولېكەركردنى دوو بېرى پېژەىى؟

$$\frac{x}{x-3} + \frac{5}{x^2-6x+9}$$

ئەمە بەكردار دىاربكە لە سادەكردنى بېرى

خالى جاۋدېرى ✓

نمونە

$$\frac{6x}{3x-1} - \frac{4x}{2x+5} \text{ كورتىكەرهو.}$$

شېكار

$$\begin{aligned} \frac{6x}{3x-1} - \frac{4x}{2x+5} &= \frac{6x}{3x-1} \times \frac{(2x+5)}{(2x+5)} - \frac{4x}{2x+5} \times \frac{(3x-1)}{(3x-1)} \\ &= \frac{6x(2x+5)}{(3x-1)(2x+5)} - \frac{4x(3x-1)}{(3x-1)(2x+5)} \\ &= \frac{12x^2+30x}{(3x-1)(2x+5)} - \frac{12x^2-4x}{(3x-1)(2x+5)} \\ &= \frac{34x}{(3x-1)(2x+5)} = \frac{34x}{6x^2+13x-5} \end{aligned}$$

ژمارە قەدەغەكراوكان لە برە بنه پەتیه كەدا و ژمارە قەدەغەكراوكان لە برە سادەكراوكانەدا دیاریكە. ئایا هەمان ژمارەن؟ ھۆكەى پروونكەرەو.

خالى چاودیڤى ✓

$$\frac{6}{x^2-2x} - \frac{1}{x^2-4} \text{ بە سادەترین شیو بنوسه.}$$

هەولبەدە

هەندى جار وا پڤویست دەكات برە ئالۆزەكان بە شیوێ برە پڤژەبیەكان بنوسیتەو بو ئەوێ بتوانیت کۆیان بکەیتەو و لەیەکتریان دەرکەیت وەك لە نموونەى 4 دادەرکەوێت.

نمونە

$$\frac{1}{1+\frac{1}{a}} + \frac{1}{1-\frac{1}{a}} \text{ بری كورتىكەوه.}$$

شېكار

لەهەر ژڤرەیهك كۆکردنەوێ ولێكدەرکردن بكە

برە ئالۆزەكە بگۆرە بو بری پڤژەبی

بچووكترین ژڤرەى ھاوبەشى بریتیه له
(a+1)(a-1)

$$\begin{aligned} \frac{1}{1+\frac{1}{a}} + \frac{1}{1-\frac{1}{a}} &= \frac{1}{\frac{a+1}{a}} + \frac{1}{\frac{a-1}{a}} \\ &= 1 \times \frac{a}{a+1} + 1 \times \frac{a}{a-1} \\ &= \frac{a}{a+1} + \frac{a}{a-1} \\ &= \frac{a}{a+1} \times \frac{(a-1)}{(a-1)} + \frac{a}{a-1} \times \frac{(a+1)}{(a+1)} \\ &= \frac{a^2-a}{(a+1)(a-1)} + \frac{a^2+a}{(a+1)(a-1)} \\ &= \frac{2a^2}{a^2-1} \end{aligned}$$

$$\frac{a}{a-\frac{1}{a}} - \frac{a}{a+\frac{1}{a}} \text{ بری كورتىكەوه.}$$

هەولبەدە

نمونە

5

بەگەرانبەو بە پرسیارەكەى سەرەتای وانەكە، تێكرای خێرای تەكسیەكە بدۆزەو لە ماوەى گەشتەكە (چوون وگەرانبەو)؟

شیکار باگوڤاى d هێمای دورى نێوان فرۆكەخانە و مالى گەشتیارەكە بێت و t_1 هێمای کاتی خایەنراوى گەشتەكە بێت لە فرۆكەخانە بۆ مالى گەشتیارەكە و t_2 هێمای کاتی خایەنراوى گەرانبەو بێت بۆ فرۆكەخانە.

$$d = 55 \times t_1 \quad \text{و هەر و هە} \quad d = 45 \times t_2$$

$$t_2 = \frac{d}{45} \quad \text{و} \quad t_1 = \frac{d}{55}$$

بۆ هەژمێر کردنى تێكرای گشتى خێرایى، دورى گشتى $2d$ بەسەر کاتی خایەنراوى گشتى $(t_1 + t_2)$ دابەشكە:

$$\frac{\text{دورى گشتى}}{\text{کاتی گشتى}} = \text{تێكرای گشتى خێرایى}$$

لە جیاتى t_1 و t_2 بەهاکانیان دابنێ

بچووکترین ژێرى هاوبەش بریتىیە لە 495

$$v = \frac{2d}{t_1 + t_2}$$

$$= \frac{2d}{\frac{d}{55} + \frac{d}{45}}$$

$$= \frac{2d}{\frac{9d + 11d}{495}}$$

$$= \frac{2d}{\frac{20d}{495}}$$

$$= 2d \times \frac{495}{20d}$$

$$= 49.5$$



بیرکردنەوێ پەخنەگرانە وا دابنێ خێرای ئۆتۆمبیلەكە لە چوون akm/h لە کاتژمێرێك بێت و خێرایەكەى لە هاتنەو bkm/h لە کاتژمێرێك بێت. پروونیکەو بە تێكرای خێرایى $\frac{a+b}{2}$ نییە.

راڤیان

بەردەوامبوون لە بیر کاریدا

1 چۆن بچووکترین ژێرى هاوبەش دەدۆزیتەو بەو کۆکردنەوێ $\frac{x+5}{x^2-7x+6} + \frac{x-1}{x^2-36}$ ؟

2 لەم چوار برانە دوو برى یەكسان هەڵبژێرە.

د $\frac{3}{x^2+4} + \frac{7}{x^2+4}$

ج $\frac{3}{x^2} + \frac{7}{4}$

ب $\frac{10}{x^2} + \frac{10}{4}$

ا $\frac{3+7}{x^2+4}$

راهنای تاراسته کراو

ئەم برانە کورتبکەوه.

$$\frac{12}{x^2-1} + \frac{4}{x+1} \quad \boxed{5}$$

$$\frac{3x+5}{x+2} - \frac{x+1}{x+2} \quad \boxed{4}$$

$$\frac{3x}{x-1} + \frac{2}{x-1} \quad \boxed{3}$$

$$\frac{1}{1-\frac{1}{a}} \quad \boxed{7}$$

$$\frac{x+1}{2x-1} - \frac{2x+1}{x-1} \quad \boxed{6}$$

گەشت بەگەرپانەوه بۆ نمونەى سەرەتای وانەکه، تیکرای گشتی خیرایی تەکسیهکه هەژمار بکە، ئەگەر تیکرای خیرایی چوون $52Km$ لە کاتژمێرێک و تیکرای خیرایی گەرپانەوه $38Km$ لە کاتژمێرێک بێت.

راهنای وجیهه جیکردن

ئەم برانە کورتبکەوه.

$$\frac{n+9}{4} + \frac{n-3}{2} \quad \boxed{11}$$

$$\frac{7x-13}{2x-1} + \frac{x+9}{2x-1} \quad \boxed{10}$$

$$\frac{2x-3}{x+1} + \frac{6x+5}{x+1} \quad \boxed{9}$$

$$\frac{2x}{x+3} - \frac{x-3}{x^2+6x+9} \quad \boxed{14}$$

$$\frac{x}{x^2-4} - \frac{2}{x-2} \quad \boxed{13}$$

$$\frac{x+7}{3} - \frac{4x+1}{9} \quad \boxed{12}$$

$$\frac{3}{x-1} - \frac{2}{x+1} \quad \boxed{17}$$

$$\frac{2}{x+2} - \frac{6}{x-2} \quad \boxed{16}$$

$$\frac{-4}{x-5} + \frac{5}{x+3} \quad \boxed{15}$$

$$\frac{x+2}{2x-1} - \frac{2x}{x-1} \quad \boxed{20}$$

$$\frac{2x+3}{x+3} + \frac{x}{x-2} \quad \boxed{19}$$

$$\frac{8}{3x-5} + \frac{7}{2x+3} \quad \boxed{18}$$

$$2x^2-1 - \frac{x-1}{x+2} \quad \boxed{23}$$

$$\frac{x+1}{(x-1)^2} + \frac{x-2}{x-1} \quad \boxed{22}$$

$$x^2 + \frac{2x}{3x-5} \quad \boxed{21}$$

$$\frac{\frac{4}{x-1}}{\frac{2}{x-1}} + \frac{3}{x-1} \quad \boxed{26}$$

$$\frac{1}{\frac{3x+1}{2}} \quad \boxed{25}$$

$$\frac{3}{\frac{2x-1}{x}} \quad \boxed{24}$$

$$\frac{\frac{2x+10}{x-1}}{\frac{x+5}{x^2-1}} - \frac{4}{x+1} \quad \boxed{29}$$

$$\frac{\frac{x+2}{x+5}}{\frac{x-1}{x+5}} + \frac{1}{x+1} \quad \boxed{28}$$

$$\frac{\frac{4}{x+2}}{\frac{x+2}{3}} - \frac{3}{x+2} \quad \boxed{27}$$

$$\frac{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}}{\frac{1}{x^2} + 2(xy)^{-1} + \frac{1}{y^2}} \quad \boxed{32}$$

$$\frac{x-y}{x^{-1}-y^{-1}} \quad \boxed{31}$$

$$\frac{1-xy^{-1}}{x^{-1}-y^{-1}} \quad \boxed{30}$$

ئەم برانە بۆ بری پێژەیی بگۆرە وبهسادهترین شیوه بینوسه.

$$\frac{7x}{x^2-1} + \frac{x}{x^2-1} - \frac{6}{x^2-1} \quad \boxed{34}$$

$$\frac{3x}{x-1} + \frac{5x+2}{x-1} - \frac{10}{x-1} \quad \boxed{33}$$

$$(x-y)^{-1} - (x+y)^{-1} \quad \boxed{36}$$

$$\frac{7}{x+7} + \frac{-x}{x-7} - \frac{2x}{x^2-49} \quad \boxed{35}$$

$$\frac{x}{x-y} - \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2} + \frac{y}{x+y} \quad \boxed{38}$$

$$(x-y)^2 - (x+y)^{-2} \quad \boxed{37}$$

ئەندازە: لەم شۆەى بەرامبەردا چەند چوارگۆشەيەك دەيپينين دريژى لايەكى
چوارگۆشەى يەكەم 1cm و دووهميان $\frac{1}{2}\text{cm}$ و سێيەميان $\frac{1}{4}\text{cm}$ بێت و هەروەها.

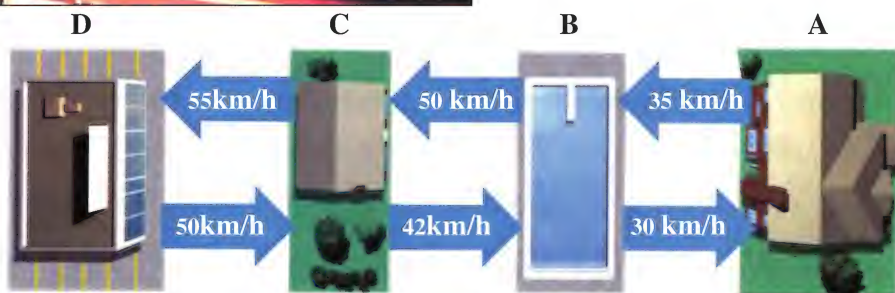
ا سەرجهمی پروبەری چوارگۆشەکان a و b و c و d ، بەکارهێنانی هێزەکانی ژمارە 2 بنوسە

ب سەرجهمەكە بە يەك ژمارەى پێژەيى بنوسە.

- ج ئەگەر دوو چوارگۆشەى نوێى e و f بۆ شۆوازەكە زيادکرا، سەرجهمی پروبەرى شەش چوارگۆشەكە لە a هەتا f بدۆزەو بە شۆەى يەك ژمارەى پێژەيى.
- د وەلامەکانى ب و ج بگۆرە بۆ ژمارەيەكى دەيى لە پێكهايتيێت لە 4 پەنوس لە پاش فارزە، ئايا دەتوانيت كەرتێك بخەمڵينيت كە نزيكبيێت لە سەرجهمی پروبەرى چوارگۆشەكان هەرچەند چوارگۆشەكان زيادبکەين؟ ئەم كەرتە چيە؟



گەشت ئەم هێلکارییەى خوارەو
قوناغەکانى گەشتێك بە ئۆتۆمبیل
دياردەكات. دووری نیوان A و B
ونیوان B و C و نیوان C و D
یەكسانن. لەهێلکارییەكە تێکرای
خیرایی ئۆتۆمبیلەكە لەهەر قوناغێكدا
دياریکراو.



- ا تێکرای گشتی خیرایی گەشتی A بۆ C هەژمێرێكە و بەپێچەوانەو.
- ب تێکرای گشتی خیرایی گەشتی B بۆ D هەژمێرێكە و بەپێچەوانەو.
- ج تێکرای گشتی خیرایی گەشتی A بۆ D هەژمێرێكە و بەپێچەوانەو.

روانییەك بۆ دوو

برى جیاكەرەوێ ئەم هاوكێشانه هەژمێرێكە و ژمارەى رەگەكانیان لە كۆمەڵەى ژمارە
راستییهكان دیاریكە و هاوكێشەكانى شیکاریكە.

$$-2x^2 - 5x + 12 = 0$$

43

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

42

$$0 = x^2 - 3x + 4$$

41

روانییەك بۆ پیشەو

هەموو شیکارەكانى هاوكێشەى $1.4 = \frac{(x+3)(x-1)}{x^2-1}$ دیاریكە.
لەبیرنەكەیت ژمارە قەدەغەكراوەكانى x لە برە پێژەيیهكە لا بەدەیت.

44

هاوكيشهكان ولاسهنگه رېژدهييهكان

Rational Equations and Inequalities



نامانجهكان

- هاوكيشه ولاسهنگه
رېژدهييهكان به جهرى و به
پوونكرندنهوهيى
شيكاردهكات.
- پرسيارهكان به بهكارهينانى
هاوكيشه ولاسهنگه
رېژدهييهكان شيكار دهكات.

پوچى

زور شيوانى جوراجور ههيه به هاوكيشه يان
لاسهنگههكى رېژدهيى دهنوئيرت. بۆ نموونه دهتوانيت
هاوكيشههكى رېژدهيى بنوسين بۆ دۆزينهوهى تيكرايى خيراىى
گشتى له پيشبركتهكى سيانى.



جبههچى كردن

پيشبركتهكى سيانى

زۆك پيشبركتهكى سيانى كه برتيبوو له مهلهوانى وپاسكيل سواری و پاكردن به دوو كاتژمير و
نيو تهواوكرد. تيكرايى خيراىيهكهى له پاسكيل سواريهكهدا، نهوهندهى تيكرايى خيراىيهكهى بىت
لهمهلهكردندا. تيكرايى خيراىى پاكردنهكهى 5Km/h زياتر بىت له تيكرايى خيراىى مهلهكردنهكهى.
دهتوانيت هاوكيشههكهى رېژدهيى بنووسيت بۆ ههژمير كردنى تيكرايى خيراىى گشتى زۆك
لهپيشبركتهكهى. هاوكيشه رېژدهييهكان نهو هاوكيشانهن كه به لايهنى كه مهوه برىكى رېژدهيى تىدايه.

كات	خيراىى Km/h	دوورى Km	
t_s	x	$d_s = 0.5$	مهلهكردن
t_b	$6x$	$d_b = 25$	پاسكيل سواری
t_r	$x + 5$	$d_r = 6$	پاكردن

تيكرايى خيراىى گشتى زۆك ههژميريكه.

شيكار

1. كاتى خايهناوى ههر قوناغيك ههژماريكه.

قوناغى پاكردن
دوورى = خيراىى \times كات
 $6 = (5 + x)t_r$
 $\frac{6}{x+5} = t_r$

قوناغى پاسكيل سواری
دوورى = خيراىى \times كات
 $25 = (6x)t_b$
 $\frac{25}{6x} = t_b$

قوناغى مهلهكردن
دوورى = خيراىى \times كات
 $0.5 = xt_s$
 $\frac{0.5}{x} = t_s$

2. برېځې پېژنې بنووسه که کاتې خايه نراوی گشتی پېشېرکېښه که بنوینې به پېی تېکړای

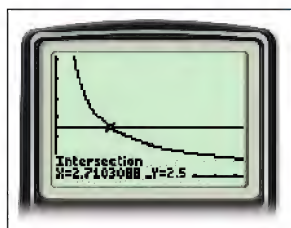
خیرایې زوږک له مهله کردن x .

$$\begin{aligned} T(x) &= t_s + t_b + t_r = \frac{0.5}{x} + \frac{25}{6x} + \frac{6}{x+5} \\ &= \frac{0.5}{x} \times \frac{6(x+5)}{6(x+5)} + \frac{25}{6x} \times \frac{(x+5)}{(x+5)} + \frac{6}{x+5} \times \frac{6x}{6x} \\ &= \frac{64x+140}{6x(x+5)} \end{aligned}$$

بچووکترین ژیرې

هاوبهش بریتیه له

$$6x(x+5)$$



هاوکېشه $\frac{64x+140}{6x(x+5)} = 2.5$ شیکارېکه.

ویننه نه خشه $y = \frac{64x+140}{6x(x+5)}$ بکېشه.

$y = 2.5$ پوې خاله کانی یه کترېرېن دیارېکه.

تېکړای خیرایې گشتی زوږک 2.7Km/h بووه به نرېکراوېی.

بیرکړنه وې پهنه گرانه $\frac{64x+140}{6x(x+5)} = 2.5$ شیکار ده که یت به به کاره یانی یاسای شیکار کړدی هاوکېشه دوو جا؟

هاوکېشه $\frac{x}{x-6} = \frac{1}{x-4}$ شیکارېکه.

شیکار

نورونه

رېگای دووهم: به پرونکړنه وېی

له بهر نه وې بینې یه کترېرېنې چه ماوې

نه خشه $y = \frac{x}{x-6}$ وچه ماوې نه خشه $y = \frac{1}{x-4}$

کارېکی گرانه پېوېسته رېگایه کی تر

به کاره یانیت.

هاوکېشه که به شوې $\frac{x}{x-6} = \frac{1}{x-4}$

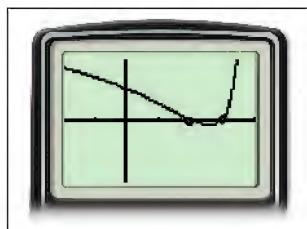
پاشان $\frac{x}{x-6} - \frac{1}{x-4} = 0$ بنووسه.

ویننه پرونکړنه وېی نه خشه $y = \frac{x}{x-6} - \frac{1}{x-4}$

بکېشه وپوې سینی خاله کانی یه کترېرېن له گهل

ته وهرې

سینی دیارېکه.



رېگای یه که م: به جه بری

$$x \neq 4 \quad x \neq 6$$

$$\frac{x}{x-6} = \frac{1}{x-4}$$

$$x(x-4) = 1 \times (x-6)$$

$$x^2 - 4x = x - 6$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x-2)(x-3) = 0$$

$$x = 3 \quad x = 2$$

ساغېکه وه

نه گهر $x = 3$ نه و

$$\frac{x}{x-6} = \frac{1}{x-4}$$

$$\frac{3}{3-6} = \frac{1}{3-4}$$

$$\frac{-1}{-3} = \frac{1}{-1} \quad \text{پاسته}$$

نه گهر $x = 2$ نه و

$$\frac{x}{x-6} = \frac{1}{x-4}$$

$$\frac{2}{2-6} = \frac{1}{2-4}$$

$$-\frac{1}{2} = -\frac{1}{2} \quad \text{پاسته}$$

که واته 2 و 3 دوو شیکاری هاوکېشه که ن.

هاوکېشه $\frac{x}{3} = \frac{1}{x-2}$ شیکارېکه هندی جار شیکاری هاوکېشه رېژه بیه کان، شیکاری ناموې

لیده که وېته وه، پاسادانی هاوکېشه بنه رته که ناکات. لیره وه پېوېستی پاسادانی به ها په یدا

بوه کانت بو دهر ده که ویت که ده بنه شیکاری هاوکېشه که.

نمونە

3 ھاۋكېشەنى $\frac{x}{x-3} + \frac{2x}{x+3} = \frac{18}{x^2-9}$ شىكارىكە.

شىكار

رېڭاي يەكەم: بە جەبرى

ھەردوۋى لاي ھاۋكېشەكە لە بچوۋىكتىن ژېرەى ھاۋبەشى $(x-3)(x+3)$ يان x^2-9 بدە.

كاتىك $x \neq \pm 3$.

$$\frac{x}{x-3} + \frac{2x}{x+3} = \frac{18}{x^2-9}$$

$$\frac{x}{x-3} \times (x-3)(x+3) + \frac{2x}{x+3} (x-3)(x+3) = \frac{18}{x^2-9} (x-3)(x+3)$$

$$x(x+3) + 2x(x-3) = 18$$

$$x^2 + 3x + 2x^2 - 6x = 18$$

$$3x^2 - 3x - 18 = 0$$

$$3(x^2 - x - 6) = 0$$

$$3(x-3)(x+2) = 0$$

$$x = -2 \text{ يان } x = 3$$

ساغىيەكەۋە

لەبەر ئەۋەى دوۋ ژمارەى 3 و 3- قەدەغەكران، ئەۋا $x = 3$ شىكارىكى نامۇيە وپيۋىستە
فەرامۇش بىكرىت. بەلام ئەگەر $x = -2$ ئەۋا:

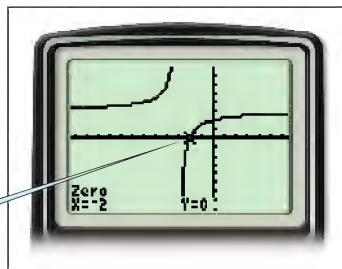
$$\frac{x}{x-3} + \frac{2x}{x+3} \stackrel{?}{=} \frac{18}{x^2-9}$$

$$\frac{-2}{-2-3} + \frac{2(-2)}{-2+3} \stackrel{?}{=} \frac{18}{(-2)^2-9}$$

$$\text{دروستە } -\frac{18}{5} = -\frac{18}{5}$$

رېڭاي دوۋەم: بەروونكردەۋەى

لەبەر ئەۋەى بىننى يەكترېپىنى ھەردوۋ چەماۋەى $y = \frac{x}{x-3} + \frac{2x}{x+3}$ و $y = \frac{18}{x^2-9}$ كارىكى گرانە
بۇيە پيۋىستە رېڭايەكى تر بەكارىپىنيت $\frac{x}{x-3} + \frac{2x}{x+3} - \frac{18}{x^2-9} = 0$ بنووسە.
پاشان وئەنى پروونكردەۋەى نەخشەى $y = \frac{x}{x-3} + \frac{2x}{x+3} - \frac{18}{x^2-9}$ بكىشە.



تەنھا خالى يەكترېپىن
لەگەل تەۋەرى سىنى
برىتيە لە $(-2, 0)$

ھاۋكېشەكە تەنھا يەك شىكارى ھەيە. برىتيە لە $x = -2$

ھەۋلبدە ھاۋكېشەى $\frac{x}{x-2} + \frac{x}{x-3} = \frac{3}{x^2-5x+6}$ شىكارىكە.

بېركردەۋەى رەخنەگرانە بۇچى لە نمونەى 3 دا شىكارىكى نامۇمان بۇدەرچوۋ؟ ھۆكەى پروونبىكەرەۋە.

لاسهنگه ریژدییهکان Rational Inequalities ئه لاسهنگانه به لایهنی کهمهوه بریکی ریژدییهکان تیډایه.

چالاکي

Solving Rational Inequalities

شیکارکردنی لاسهنگه ریژدییهکان

✓ خالی چاودیږی

- له پروتهختی پوتانهکاندا، هردوو هیلی پرونکردنهوویی نهخشه ی $y_1 = \frac{x+2}{x-4}$ و $y_2 = 2x-11$ بکیشه.
- بههیهکانی x کامانه که پاسادانی $y_1 = y_2$ ؟ $y_1 < y_2$ ؟ $y_1 > y_2$ دهکهن
- چون به پرونکردنهوویی لاسهنگه ی $\frac{x+2}{x-4} < 2x-11$ و لاسهنگه ی $\frac{x+2}{x-4} > 2x-11$ شیکار دهکیت؟

لاسهنگه ی $\frac{x}{2x-1} \leq 1$ شیکارکه.

نمونه

شیکار

رېگای یهکه: به جهبری

هولېده به لیکدانی هردوولای لاسهنگه که له $2x-1$ خوت له ژیره رزگار بکهیت به لام لیکدانی لاسهنگه له ژمارهیه که له وانهیه ناراسته ی لاسهنگه که هلبگه ریژهوه. بویه پیویسته له دوو باردا لییکولینهوه. کاتی که $2x-1$ موجب بیټ، کاتی که $2x-1$ سالب بیټ.

$\frac{x}{2x-1} \leq 1$	کاتی که $2x-1 > 0$ موجب بیټ
$x \geq 2x-1$	$x \leq 2x-1$
$-x \geq -1$	$-x \leq -1$
$x \leq 1$ (\geq گورا بو)	$x \geq 1$ (\leq گورا بو)

لهم باردا کاتی که $2x-1 < 0$ ئهوا $x < \frac{1}{2}$ بویه بههاکانی x که پاسادانی لاسهنگه که دهکهن پیویسته پاسادانی $x > \frac{1}{2}$ و $x \geq 1$ پیکهوه بکهن.
 {کومهله ی شیکار لهم باردا بریتییه له کومهله ی ژماره راستیهکان که $x < \frac{1}{2}$ ساغدهکاتهوه}
 {کومهله ی شیکار لهم باردا بریتییه له کومهله ی ژماره راستیهکان که $x \geq 1$ ساغدهکاتهوه}

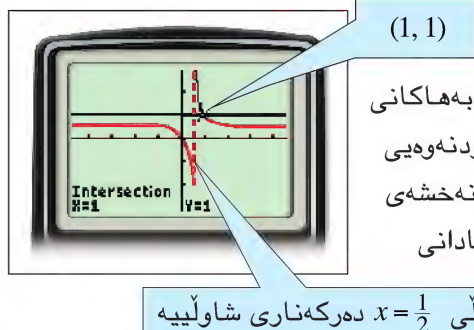
کهواته کومهله شیکاری لاسهنگه که ههموو ئه ژماره راستیهکان که پاسادانی $x < \frac{1}{2}$ یا $x \geq 1$ دهکهن



رېگای دووهم: به پرونکردنهوویی

له پروتهختی پوتاندا هردوو هیلکاری

پرونکردنهوویی نهخشه ی $y_1 = \frac{x}{2x-1}$ و $y_2 = 1$ بکیشه بههاکانی x له وناوچهیهدا دیاریکه، که تیایدا هیلکاری پرونکردنهوویی نهخشه ی یهکه دهکوهیته ژیر هیلی پرونکردنهوویی نهخشه ی دووهم. کومهله شیکار بریتییه له بههاکانی x که پاسادانی $x < \frac{1}{2}$ یا $x \geq 1$ دهکهن.



راسته هیلی $x = \frac{1}{2}$ دهکهناری شاولیه

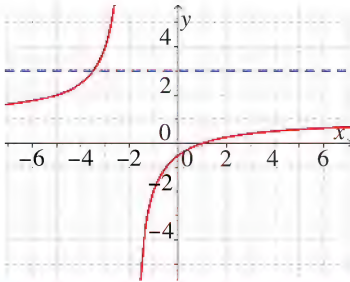
هولېده هاوکیشه ی $\frac{x-1}{x+2} < 3$ شیکارکه.

بەردەوامبوون لە بیر کاریدا

1 مانای چییە یەکیك لە شیکارەکانی هاوکیشەییەکی پێژەیی نامۆیە؟ چۆن دەیناسیتەوه؟

2 چۆن هێلکاری پروونکردنەوهیی بەکاردههینیت بۆ دڵنیابوون لە راستی ئەو شیکارەیی بە

جەبری بەدەستەیناوه؟



3 چۆن هێلکاری پروونکردنەوهیی نەخشەیی $y_1 = \frac{x-1}{x+2}$

ونەخشەیی $y_2 = 3$ لە وێنەیی بەرامبەردا

بەکاردهینیت بۆ شیکاری لاسەنگەیی $\frac{x-1}{x+2} > 3$ ؟

راھینانی ئاراستە کراو

4 **وەرزش** بەگەرپانەوه بۆ نمونەیی سەرەتای وانەکە. خێرای زۆرک لە هەریەکە لە مەلەوانی

و پاسکیل سواری و ڕاکردندا چەندە؟ ئەگەر ماوهی پێشبرکێکە بە دوو کاتژمێر تەواو بکات.

ئەمانە شیکاریکە.

$$\frac{2}{x-1} + \frac{2}{x+1} = \frac{-4}{x^2-1} \quad 6$$

$$\frac{2x-1}{x} = \frac{3}{x+2} \quad 5$$

ئەمانە شیکاریکە.

$$\frac{1}{x+2} < \frac{1}{x+3} \quad 8$$

$$\frac{2x-3}{x} \geq 2 \quad 7$$

راھینان وجیبه جێکردن

ئەمانە شیکاریکە و راستی شیکارەکت ساغبکەوه.

$$\frac{4}{n+4} = 1 \quad 11$$

$$\frac{2y-1}{4y} = \frac{4}{6} \quad 10$$

$$\frac{x+3}{2x} = \frac{5}{8} \quad 9$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{3} = \frac{8}{3a} \quad 14$$

$$\frac{1}{3x} + \frac{1}{8} = \frac{4}{3x} \quad 13$$

$$\frac{-6}{m-3} = 1 \quad 12$$

$$\frac{x+3}{x} + 1 = \frac{x+5}{x} \quad 17$$

$$\frac{2n+1}{3n+4} = \frac{2n-8}{3n+8} \quad 16$$

$$\frac{y+3}{y-1} = \frac{y+2}{y-3} \quad 15$$

$$\frac{3}{x+2} - \frac{x}{1} = \frac{4}{3} \quad 20$$

$$\frac{x+1}{x-1} + \frac{2}{x} = \frac{x}{x+1} \quad 19$$

$$\frac{2x}{x+3} - 1 = \frac{x}{x+3} \quad 18$$

$$\frac{1}{a+1} - \frac{1}{a+2} = \frac{1}{4} \quad 22$$

$$\frac{1}{6} - \frac{1}{x} = \frac{4}{3x^2} \quad 21$$

$$\frac{x-4}{x+2} + \frac{2}{x-2} = \frac{17}{x^2-4} \quad 24$$

$$\frac{2x+3}{x-1} - \frac{2x-3}{x+1} = \frac{10}{x^2-1} \quad 23$$

$$\frac{3x}{x-1} + \frac{2x}{x-6} = \frac{5x^2-15x+20}{x^2-7x+6} \quad 26$$

$$\frac{a}{a+3} - \frac{a}{a-2} = \frac{10}{a^2+a-6} \quad 25$$

$$\frac{x+2}{2x-3} - \frac{x-2}{2x+3} = \frac{21}{4x^2-9} \quad 28$$

$$\frac{3}{x+2} + \frac{12}{x^2-4} = \frac{-1}{x-2} \quad 27$$

ئەمانە شىكار بىكە وپاشان ساغىبىكەو.

$$\frac{x-5}{3x} < -3 \quad 31 \quad \frac{y+5}{4y} > 3 \quad 30 \quad \frac{x+3}{3x} > 2 \quad 29$$

$$3 < \frac{3x+4}{1+2x} \quad 34 \quad \frac{2x+1}{x-2} > 4 \quad 33 \quad \frac{x-5}{3x} < 3 \quad 32$$

$$\frac{7x}{3x+2} < 2 \quad 37 \quad -\frac{1}{2} \geq \frac{1}{x-4} \quad 36 \quad \frac{x+1}{x} \leq \frac{1}{2} \quad 35$$

ئەم لاسەنگانە شىكار بىكە وەلامەكەت بۇ نىزىكتىن دەيەك نىزىبىكەو.

$$\frac{x-2}{x-1} \geq 2x \quad 40 \quad \frac{1}{x} \leq x - 1 \quad 39 \quad x^2 < \frac{1}{2} \quad 38$$

بەھزى لاسەنگەي $0 < \frac{3}{(x-1)^2}$ شىكار بىكە.

دەروازەيەك لە پۇشنىرى ھىندى لە سەدەي ۱۹ دا زاناي بىركارى ھىندى ماھافىرا ئەم پىرسىارەي دانا. چوار بۇرى ئاۋ پۈدەكەنە ناۋ ھەوزىكەو. يەكەمىيان بە تەنھا ھەوزەكە بە نىو سەعات پىر دەكات، دوۋەم بە تەنھا بە سىيەكى سەعاتىك و سىيەم بە چارەكە سەعاتىك و چوارەم بە پىنجىيەكى سەعاتىك پىر دەكات. كاتى پىۋىست چەندە ئەگەر ھەمويان بەيەكەو ئاۋ پۈۋىكەنە ناۋ ھەوزەكە؟ ھەريەككىيان بىرى چەند ئاۋ دەكەنە ھەوزەكەو؟

ئەندازە درىژى لاكىشەيەك 5 مەترى زىاترە لە پانىيەكەي. درىژى وپانى لاكىشەكە ھەژمىر

بىكە ئەگەر پىژەي درىژەيەكەي بۇ پانىيەكەي كەمتر نەبى لە 1.5 وزىاتر نەبى لە 3.

ۋەرزى ئاراس بەشدارى پىشېركىيەكى سىانى كىرد. 0.6Km بە مەلە و 15Km بەسۋارى

پاسكىل و 8Km بەپاكىردن بىرى. تىكپاي خىرايەكەي لە پاسكىلەكەدا 9 ئەۋەندەي تىكپايى

خىرايەكەي بوو لە مەلەكىردندا. تىكپايى خىرايەكەي لە پاكىردندا 6Km/h لە تىكپايى خىرايى

مەلەكىردنەكەي زىاترە.

ا) نەخشەيەكى پىژەيى بنووسە بە پىيى خىرايەكەي لە مەلەكىردندا. ئەۋكاتە بنوئىت كە

ئاراس دەيخايەنئىت بۇ بىرىنى دوۋرى پىشېركىيە.

ب) تىكپايى خىرايى ئاراس لە مەلەكىردن و سۋارى پاسكىل وپاكىردندا چەند بوۋە؟ ئەگەر

زانىت بە يەك كاتىژمىر و نىو پىشېركىيەكى تەۋاۋ كىردە.

45 فىزىيا نەخشەيى $w(h) = w_0 \left(\frac{6400}{6400+h} \right)^2$ كىشى تەنپەكە لە بەرزى h Km لە بۇشايى

ئاسماندا. w_0 كىشى ھەمان تەنە لەسەر زەۋى. بەرزى ئەۋ مانگە دەستكردە چەندە؟

كىشەكەي 200 Kg لە بۇشايى ئاسماندا و 3500 Kg لەسەر زەۋى پىت.

روانىيىك بۇ دواۋە

بەھاي ئەم بىرەنە ھەژماربىكە.

$$27^{\frac{1}{3}} \quad 49 \quad 9^{\frac{3}{2}} \quad 48 \quad 13^0 \quad 47 \quad 81^{\frac{1}{2}} \quad 46$$

روانىيىك بۇ پىشەۋە

50 بە بەكارھىنانى بىژمىرى پۈۋىكەنەۋەيى وئەنەي نەخشەيى $f(x) = \sqrt{x}$ بىكىشە. وئەنەي ئەۋ

نەخشەكەيە بەۋىنەدانەۋە بە دەۋرى تەۋەرى x دا پىكەپىنە. تىبىنى چى دەكەيت؟

نەخشەى پەگى دووجا Radical Functions



نامانجەكان

- نەخشەى پەگى دووجا دەناسىت و ھىلکاری پروونکردنەوھى دەكىشىت.
- بەھای پرى پەگى دووجا ھەژمىردەكات.

بۆجى

نەخشەى پەگى دووجا بەكارىت بۆ نواندى چەندھا پەيوەندى لەژيانى رۆژانەماندا وەك نەو پەيوەندىيەى كە درىژى بەندۆل دەبەستىتەو بەكاتى خايەنراوى لەرەيەكى تەواوى بەندۆلەكە.

جىيەجى كەرنەكان

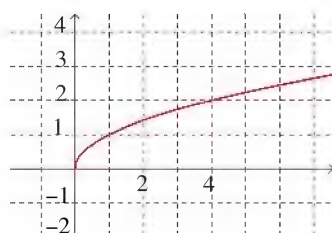
فيزيا

نەسرین تىببىنى ئەوھى كرد كە لەرەى تەواوى بەندۆلىكى درىژ كاتىكى زياترى پىويستە لە لەرەى تەواوى بەندۆلىكى كورت. بەكاتى خايەنراوى لەرەيەكى تەواوى بەندۆلىك دەوترىت خولى بەندۆل. نەخشەى $t(x) = 2\pi\sqrt{\frac{x}{9.8}}$ خولى بەندۆل بە چركە بە پى درىژىيەكەى بەمەتر دەنوئىت خولى بەندۆلىك چەندە درىژىيەكەى $0.1m$ و $0.2m$ و $0.3m$ بىت؟

Square - Root Function

نەخشەى پەگى دووجا

لەبىرت بىت پەگى دووجاى ژمارەى x برىتييە لە ژمارەيەك ئەگەر لە خوى بدرىت ژمارەكەت دەستدەكەوئىت. ھەرھوا لەبىرت بىت ژمارەى سالب پەگى دووجاى نىيە لە ژمارە پاستىيەكاندا ھەموو ژمارەيەكى مەجەبى وەك x دوو پەگى دووجاى ھەيە يەككىيان مەجەبە بە \sqrt{x}



دەنوسرىت وئەوى تریان سالبە و بە $-\sqrt{x}$. نەخشەى پەگى دووجا نەخشەيەى بە پىساي $f(x) = \sqrt{x}$ دەناسرىت. بە پى بابەتەكانى پىشوو بواری ئەم نەخشەيە ھەموو ژمارە پاستىيە ناسالبەكانە و مەوداكەشى ھەمان كۆمەلە ژمارەيە. بەلام ھىلکاری پروونکردنەوھەكى لەو وئەنى بەرامبەردا دەردەكەوئىت.

نمونە

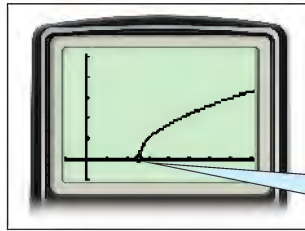
بوارى نەخشەى $f(x) = \sqrt{2x-5}$ ديارىبە.

شيكار

بوارى ئەم نەخشە پېكىدېت لە ھەموو ژمارە پاستىيەكانى وەك x كە بەھاي بىرى $2x-5$ دەكاتە ژمارەيەكى نا سالب. بۆ ديارىكردى ئەم بوارە، تەنھا پېويستىت بە شيكارى لاسەنگەى

$$2x-5 \geq 0 \quad \text{دەبېت}$$

$$x \geq \frac{5}{2} = 2.5$$



(2.5, 0)

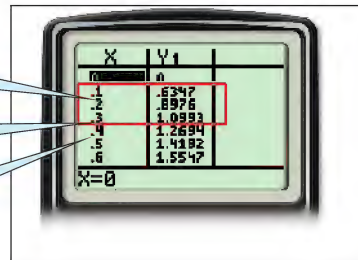
دەنبايە بوارى نەخشەى $f(x) = \sqrt{2x-5}$ برىتيە لە $x \geq \frac{5}{2}$.

نمونە

بەگەرەنەو بۆ نمونەى بەندۆلەكە لە سەرەتاي وانەكە، خولى بەندۆلەكە ھەژمىرەكە. كە درىژىيەكەى $0.1m$ و $0.2m$ و $0.3m$ بىت.

شيكار

نەخشەى $y = 2\pi\sqrt{\frac{x}{9.8}}$ لە بژمىرى پوونكرەنەوھىي تۆمارىكە و بە بەكارھىناني كارى خستەيى



خولى بەندۆلەكە درىژىيەكەى 0.1 بىت برىتيە لە 0.6 چركە بەنزيكەيى

خولى بەندۆلەكە درىژىيەكەى 0.2 بىت برىتيە لە 0.9 چركە بەنزيكەيى

خولى بەندۆلەكەى درىژىيەكەى 3.0 بىت برىتيە لە 1.1 چركە بەنزيكەيى

Simplifying Radical Expressions

كورتكرەنەوھى بىرە پەگىەكان

بىرە پەگىەكان Radical Expressions ئەو برانەن كە بە لايەنى كەمەو بەرپەك لەخۆدەگرېت وەدەكەوئتە ژىر پەگە دووچاكەدا.

بىرە پەگى $\sqrt{49a^2b^5x^6}$ كورتبەكەو.

لەبىرت بىت كە

$$\sqrt{b^2} = |b|$$

شيكار

$$\sqrt{49a^2b^5x^6} = \sqrt{7^2a^2b^5x^6} = 7|a|b^2|x^3|\sqrt{b}$$

ھەولبەدە بىرە پەگى $\sqrt{64a^4bx^3}$ كورتبەكەو.

نمونە

Radical Equations

ھاوکیشە پەگىەكان

ھاوکیشەى $2\sqrt{x+5} = 8$ شيكارىكە وشىكارەكەت ساغبكەرەو.

شيكار

$$2\sqrt{x+5} = 8$$

$$\sqrt{x+5} = 4$$

بەدوو چاكردى ھەردوو لا

$$(\sqrt{x+5})^2 = 4^2$$

$$x+5 = 16$$

$$x = 11$$

نمونە

$$\begin{aligned} 2\sqrt{x+5} &= 8 && \text{ساغکردنه وه} \\ 2\sqrt{11+5} &= 8 \\ \text{دروسته} \quad 2 \times 4 &= 8 \end{aligned}$$

ههولبده هاوکیشه ی $3\sqrt{2x-1}=6$ شیکاریکه.

له کاتی شیکاری هه ندیک له هاوکیشه رهگییه کان شیکاری نامۆمان بۆ دهرده چیت له بهر ئه وه پێویسته ساغکردنه وه ی شیکاره کت بکه یت بۆ دوورخستنه وه ی ئه م جوړه شیکارانه.

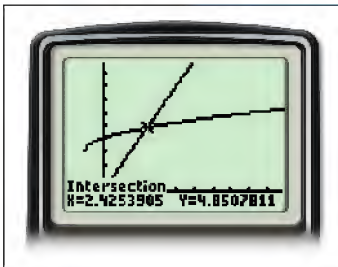
هاوکیشه ی $\sqrt{x+1}+3=2x$ شیکاریکه و شیکاره که ساغکه ره وه.

نموونه 5

شیکار

$$\begin{aligned} \sqrt{x+1}+3 &= 2x \\ \sqrt{x+1} &= 2x-3 \\ \text{رهگه که له لایه کی هاوکیشه که دابنێ} & \\ \text{ههردوو لای هاوکیشه که دوو جابکه} & \\ \left(\sqrt{x+1}\right)^2 &= (2x-3)^2 \\ x+1 &= 4x^2-12x+9 \\ 4x^2-13x+8 &= 0 \\ \text{هاوکیشه دوو جابکه به شیوه ی گشتی بنوسه} & \\ x &= \frac{-(-13) \pm \sqrt{13^2-4 \times 4 \times 8}}{2 \times 4} \\ \text{یاسا به کار بهیینه بۆ شیکاریکردنی هاوکیشه دوو جابکه} & \\ x = \frac{13-\sqrt{41}}{8} \approx 0.82 \text{ یان } x = \frac{13+\sqrt{41}}{8} \approx 2.43 & \end{aligned}$$

ساغکه ره وه



هێلکاری پروونکردنه وه یی دوو نه خشه ی $y = \sqrt{x+1}+3$ و $y = 2x$ بکێشه و به دوای پۆی خاله کانی یه کتر برین بگه پێ، یه ک خالی یه کترین هه یه که پۆیه که ی بریتیه له $x \approx 2.43$ که واته هاوکیشه که ته نه ا یه ک شیکاری هه یه که بریتیه $x = \frac{13+\sqrt{41}}{8} \approx 2.43$ و شیکاره که ی تر شیکاریکی نامۆیه.

هاوکیشه ی $\sqrt{x-1}=\sqrt{2x+1}$ شیکاریکه و پاسادانی شیکاره کت بکه.

ههولبده

هه ندی له هاوکیشه رهگییه کان شیکاری نییه، وه ک له م نمونه یه دا دهرده که ویت.

هاوکیشه ی $\sqrt{x-1}=\sqrt{2x+1}$ شیکاریکه و پاسادانی شیکاره کت بکه.

نموونه 6

شیکار

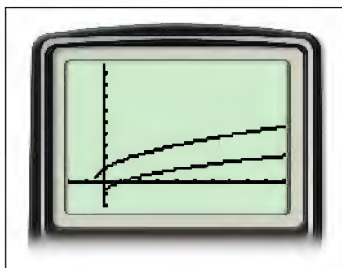
$$\begin{aligned} \sqrt{x-1} &= \sqrt{2x+1} \\ \left(\sqrt{x-1}\right)^2 &= \left(\sqrt{2x+1}\right)^2 \\ x-2\sqrt{x}+1 &= 2x+1 \\ -2\sqrt{x} &= x \\ \text{کورته بکه وه} & \\ \left(-2\sqrt{x}\right)^2 &= (x)^2 \\ 4x &= x^2 \\ \text{ههردوو لای هاوکیشه که دوو جابکه} & \\ \text{کورته بکه وه} & \end{aligned}$$

$$x^2 - 4x = 0$$

$$x(x - 4) = 0$$

$$x = 0 \text{ یا } x = 4$$

ساغبکه وه



$$\sqrt{4} - 1 \stackrel{?}{=} \sqrt{2 \times 4 + 1} \quad \sqrt{0} - 1 \stackrel{?}{=} \sqrt{2 \times 0 + 1}$$

$$1 - 1 = 0 \quad -1 = -1$$

دهشتوانی به پروونکردنه وهیی وه لاهمه کهت ساغبکه یته وه وینهی
پروونکردنه وهیی نه خشه ی $y = \sqrt{x} - 1$ و $y = \sqrt{2x + 1}$
بکیشه و ساغبکه وه که یه کتر نابرن.

هه ولبد ه $3\sqrt{x} + 2 = \sqrt{3x}$ شیکار بکه و راستی وه لاهمه کهت ساغبکه ره وه.

راهیان

به رده و امبوون له بیر کاریدا

- 1 چۆن بری $\sqrt{4x^3}$ ساده ده کهیت؟
- 2 دوو ریگی جیاواز به کارینه بو شیکاری $\sqrt{x} = 3\sqrt{x-4}$
- 3 بوچی ده بیت له شیکارکردنی هاوکیشه په گییه کان پاسادانی ئه و شیکارانه بکهیت که به جهری دهستان ده کهویت.
- 4 چۆن به جهری و پروونکردنه وهیی پروونیده که یته وه هاوکیشه ی $\sqrt{x} = \sqrt{x+1}$ شیکاری نییه؟

راهیانی ئاراسته کراو

- 5 بری $\sqrt{128ab^2x^5}$ ساده بکه.
- 6 بری $\frac{12\sqrt{15x^3}}{(3x)^{\frac{1}{2}}}$ ساده بکه، وای دابنی x ته نها به های موجب وهرده گریت.
- 7 هاوکیشه ی $3\sqrt{2x-5} = 20$ شیکار بکه و شیکاره کهت ساغبکه ره وه.
- 8 هاوکیشه ی $\sqrt{5x+7} - 2 = x$ شیکار بکه و شیکاره کهت ساغبکه ره وه.
- 9 هاوکیشه ی $2\sqrt{x+1} = \sqrt{x} - 3$ شیکار بکه و شیکاره کهت ساغبکه ره وه.

راهیان وجیهه جیکردن

- نهم برانه ساده بکه.
- | | | |
|--|--|----------------------|
| 12 $\sqrt{27x^3y^4}$ | 11 $\sqrt{18x^3}$ | 10 $\sqrt{32x^3}$ |
| 15 $(40a^7)^{\frac{1}{3}}$ | 14 $(16x^6)^{\frac{1}{4}}$ | 13 $\sqrt{50a^3b^4}$ |
| 17 $\frac{x}{4+\sqrt{3}} - (-1+3\sqrt{2})$ | 16 $\frac{x}{3-5\sqrt{2}} - (2+3\sqrt{2})$ | |

بواری ئەم نەخشەنە دیار بکە.

$$f(x) = \sqrt{3x-2} \quad 19$$

$$f(x) = \sqrt{12x+24} \quad 18$$

$$f(x) = \sqrt{3(x+2)-1} \quad 21$$

$$f(x) = \sqrt{3(x-2)} \quad 20$$

$$f(x) = \sqrt{3-2(x-4)} \quad 23$$

$$f(x) = \sqrt{2-3(x+1)} \quad 22$$

$$f(x) = \sqrt{9x^2-16} \quad 25$$

$$f(x) = \sqrt{x^2-25} \quad 24$$

$$f(x) = \sqrt{x^2+10x-25} \quad 27$$

$$f(x) = \sqrt{x^2+5x+6} \quad 26$$

$$f(x) = \sqrt{3x^2+7x+2} \quad 29$$

$$f(x) = \sqrt{2x^2+5x-12} \quad 28$$

$$f(x) = \sqrt{8x^2-10x-3} \quad 31$$

$$f(x) = \sqrt{6x^2-13x+5} \quad 30$$

32 بواری نەخشە $f(x) = \sqrt{\frac{1}{x^2+1}}$ دیاربکە لە وێنە y پروونکردنەوێی نەخشەکەو وەلامەکەت ساغیکەو.

33 **پووداوەکانی ھاتووچۆ:** لیکۆلەرەوەکانی پووداوی ھاتووچۆ سوود لە نەخشەیکە

جیجیەکردن

وەرەگرن بۆ دۆزینەوێ خیرایی ئەو ئوتۆمبیلە لە کاتی پوداویکدا بە پێوانی شوینەواری تایە $y = \sqrt{80x}$ بریتێ لە x کاتی y خیرایی ئوتۆمبیلەکە بە کیلۆمەتر نەخشە لە پوژانی سامالدا بریتێ لە m درێژی شوینەوارەکە بێت بە مەتر.

ا نەخشە $y = \sqrt{80x}$ پێشوو بە سادەترین شوو بنوسە بە بەکارھێنانی پەگی دووجا پاشان بینوسەو بە بەکارھێنانی ژمارە دەییەکان.

ب لیکۆلەرەوەکە درێژی شوینەواری تایەکە $y = \sqrt{80x}$ پێوا و بینی $200m$ دەبێت خیرایی ئوتۆمبیلەکە بە نزیکترین کیلۆمەتر لە کاتژمێرک ھەژماربکە.

ج ئایا خیراییەکە دوو ئەوەندی لیدیت ئەگەر شوینەوارەکەش دوو ئەوەندە زیادبکات؟ وەلامەکەت پروونبکەرەو.

تێروانییەک بۆ دواو

ئەم برانە سادەبکەرەو وای دابنێ سفر بە ھای قەدەغەکراوی گۆراوہکانە.

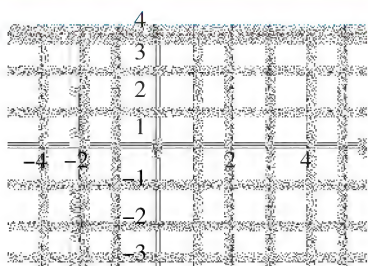
$$(5x^{-2}y^4)^{-1} \quad 36 \quad 2x^4(-3xy^2)^3 \quad 35 \quad (-2y^3y^5)^2 \quad 34$$

$$\left(\frac{3m^4n^2}{2m^0n^{-3}}\right)^{-2} \quad 39 \quad \left(\frac{-4m^4n^{-2}}{m^2n^{-2}}\right)^{-1} \quad 38 \quad \left(\frac{-3xy^3}{x^{-4}y^5}\right)^3 \quad 37$$

سفرەکانی ئەم نەخشەنە دیاربکە.

$$f(x) = x^2 - 3x - 18 \quad 42 \quad f(x) = x^2 - 2x - 8 \quad 41 \quad f(x) = x^2 + 9x + 18 \quad 40$$

تێروانییەک بۆ پێشەو



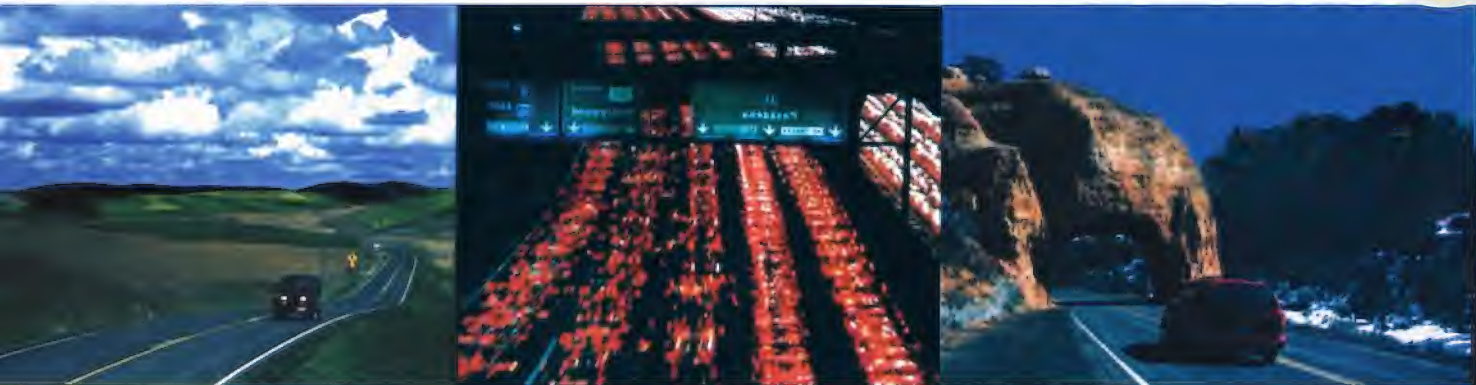
43 بێردۆزی قیثاغورس بەکاربێنە بۆ

ھەژمارکردنی دووری نیوان ئەو دوو

خالە $y = \sqrt{80x}$ لە شووہکە بەرامبەرتدا

دیاربکەرەو.

كام ناوهند هەلدەبژیریت؟



تێدایشاندراو. بۆنمونه دەزگاکە خەمڵاندنی ئوتۆمبیلێک
کە 4 گیرو فراوانی مەکیهەکی 1.9 لیتر بێت یەك گالۆن
بەزین بۆ 39 کیلومەتر لەناوشار و یەك گالۆن بۆ 54
کیلومەتر لەسەر پێگای خێرا. وەزارەتی وزە لە هەندێک
وولتاتان رابەرپێکی سالانە بۆ لۆدەکاتەو کە یاریدەدەری
ئەو کەسانە دەدات کە دەیانەوێ ئوتۆمبیلی تازە بکڕن.
ئەم رابەرە مەزەندە بەکاربوونی وزە بۆ هەر جۆرێک لە
ئوتۆمبیلە تازەکان دیاریدەکات و ئەم رابەرە
وریاکردنەوێ بەکارهێنەرەکان وریا دەکاتەو.

وریاکردنەوێ خاوەن ئوتۆمبیلەکان

تکایە ئاگاداری ئەو بن ناوهندەکان کە بەکاربردنی
ئوتۆمبیلەکان لەناو شارەکاندا یان لەسەر پێگا خێراکان
دەست نیشان دەکات تەنها خەمڵاندنە پەنگە خەمڵانەکە
هەڵە تێبکریت بۆ تیچوونی سالانە ئوتۆمبیلەکە.

بۆ هەر کۆمەڵە بەهایەک دوو ناوهند هەیه کە ناوهندە
ژمارەیی و ناوهندە گونجاو. ناوهندە ژمیرەیی دوو ژمارە
 b و c بریتیه لە $\frac{a+b}{2}$ بەلام ناوهندە گونجاو بۆ دوو
ژمارە b ، c بریتیه لە $\frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{2}$
لە هەندێک شیکاری پرسیارەکان پشت بە ناوهندە ژمارەیی
دەبەستریت، بەلام لە شیکاری هەندێکی تردا پشت بە
ناوهند گونجاو دەبەستریت. پشتبەستن بە یەکیەک لەم دوو
ناوهندە کاریکی جیاکەرەوێ، چۆن ئەنجامەکان
لە هەردوو بارەکەدا پەنگە بە تەواوەتی جیاوازی.
بە ئامانجی پێدانی پێوەرێک کە پێگە بدات بە خەڵکانێک
بەراوردی بەکاربردنی بەزینی ئوتۆمبیلە نوێیەکان بکەن
کە چەند گۆدانەوێ بەزین دەکات.
دەزگای پاراستنی ژینگە بۆ لۆکراوەکانی بەسەر جامی
ئوتۆمبیلەکاندا هەلۆاسی کە تیایدا بری بەزینی بەکاربرو



2 ناوهندە گونجاو بۆ بەکاربردنی ئەو ئوتۆمبیلە،
لەوینەکە سەرەویدا دیارە هەژمیر بکە لە هەموو
پۆیشتنەکیدە.

3 لە هەردوو ناوهندەکە بکۆلەو هۆکاری
ئاگادارکردنەوێ رابەرەکە شیکەرەو.

1 چالاکي

1 ناوهندە ژمیرەیی بۆ بەکاربردنی ئەو ئوتۆمبیلە
لەوینەکە سەرەویدا هەژمار بکە لە هەموو
پۆیشتنەکیدە.



چالاكى 2

دەكرى بەكارچوونى سالانەى ئوتۇمبىل بە ھۆى برېكى
پېژەبى ۈك لاي خوارەو دەربېرېت:
ناوندە بەكاربردنى سالانە

$$a(d) = \frac{\text{ژمارەى كىلومەترى سالانە}}{\text{ژمارەى گالۇنى سالانە}} = \frac{d_1 + d_2}{\frac{d_1}{39} + \frac{d_2}{54}}$$

۱ ۈى دابنى ئەو ئوتۇمبىلەى كە لەسەرەو بەسكراۈ
بكرېت. ئەوا ناوندە بەكارچوونى سالانەى بەنزىن
چەندە ئەگەر 800Km لەناو شار و 400Km لەسەر
رېگا خېراكان برۈات؟

2 ھەژمارى تېچوونى بەنزىنى ئوتۇمبىلەكە لە
سالىكدا بكە ئەگەر نرخی يەك گالۇن لە بەنزىن
700 دىنار بېت.

لەوانەىە ژمارەى ئەو كىلۇمەترانەى ئوتۇمبىلەك دەبېرېت
لە شاردا يەكسان نەبېت بە ژمارەى ئەو كىلۇمەترانەى كە
دەبېرېت لەسەر رېگا خېراكان. ئەمەش ۈا دەكات كە
ھەژمېرى ناوندە سالانە كە بېرۇكەى بەكارچوونى
سالانە دەدا بكرېت، ھېماى گۇرپاۈى d_1 بۇ ژمارەى
كىلۇمەترەكانى ناوشار وگۇرپاۈى d_2 بۇ ژمارەى
كىلۇمەترەكانى سەر رېگاي خېرا لەسالىكدا بىن.
بۇ ھەژمېرى ژمارەى گالۇنە بەكاربرۈاۈەكان لە سالىكدا
ھەلدەستىن بەم ھەژمارانە:

$$\text{ناو شار: } (d_1 \text{ km}) \left(\frac{\text{Gallon}}{39 \text{ km}} \right) = \frac{d_1}{39} \text{ gal}$$

$$\text{لەسەر رېگاي خېرا: } (d_2 \text{ km}) \left(\frac{\text{Gallon}}{54 \text{ km}} \right) = \frac{d_2}{54} \text{ gal}$$

چالاكى 3

2 ھەژمارى ئەو خېرايىە بكە كە پېۈىستە ئامانچ پېى
برۈات لە كىلۇمەترى دوۈەمدا بۇ ئەۈى تېكرای
خېرايىەكەى لەم دوو كىلۇمەترەدا 15Km/h بېت.

ئامانچ مەشق لەسەر پايسكل سواری دەكات، ھەموو
رۇژىك 2Km دەبېرېت. لە كىلۇمەترى يەكەمدا خېرايىەكەى
20Km/h و لە كىلۇمەترى دوۈەمدا خېرايىەكەى 10Km/h
ئەۈىش بە ھۆى ھىلاكىەۈە.

1 ئايا ناوندە ژمېرەبى ھەردوۈ خېرايىەكە دەبرىن
لە تېكرای خېرايى ئامانچ دەكات لەۈماۈەيدا؟
ۈەلامەكەت پوۈنكەۈە.

پیداچوونه‌وی به‌ش

1 گۆپاوی m راسته‌وانه له‌گه‌ڵ گۆپاوی b و پێچه‌وانه

له‌گه‌ڵ گۆپاوی c ده‌گۆرێت به‌های m چهنده کاتی‌ک

$a=9$ و $b=12$ ئه‌گه‌ر $m=6$ له‌کاتی‌کدا

$a=7$ و $b=4$ ؟

2 گۆپاوی y راسته‌وانه له‌گه‌ڵ گۆپاوی x و پێچه‌وانه

له‌گه‌ڵ گۆپاوی z ده‌گۆرێت. به‌های y چهنده کاتی‌ک

$x=20$ و $z=2$ ئه‌گه‌ر $y=3$ له‌کاتی‌کدا

$x=18$ و $z=2$ ؟

بوارو ده‌رکه‌ناره‌کانی هه‌ریه‌که له‌م نه‌خشانه دیاریبکه.

$$f(x) = \frac{2x-3}{x^2-8x+12} \quad 3$$

$$f(x) = \frac{3x-5}{x^2-25} \quad 4$$

$$f(x) = \frac{x^2+4x-12}{3x^2-12} \quad 5$$

$$f(x) = \frac{x^2-9}{3x+5} \quad 6$$

$$f(x) = \frac{2x}{6x^4-18x^3} \quad 7$$

ئه‌م برانه ساده‌بکه.

$$\frac{x^2+6x}{10} \times \frac{4}{x^2-36} \quad 8$$

$$\frac{x^2+10x-8}{3x^2-17x+10} \times \frac{2x^2+9x-5}{x^2+3x-4} \quad 9$$

$$\frac{4x+8}{5x-20} \div \frac{x^2+3x-10}{x^2-4x} \quad 10$$

$$\frac{2x^2-9}{6} \div \frac{4x-12}{x} \quad 11$$

$$\frac{\frac{a+1}{a^2}}{\frac{(a-1)^2}{a}} \quad 13$$

$$\frac{\frac{x}{x+1}}{\frac{x+2}{x}} \quad 12$$

$$\frac{\frac{4x^2}{6x-3}}{\frac{15x}{2x-1}} \quad 15$$

$$\frac{\frac{x+1}{x}}{\frac{(x+1)^2}{x+2}} \quad 14$$

ئه‌م برانه ساده‌بکه.

$$\frac{3x-5}{3x-6} + \frac{4x-2}{5x-15} \quad 16$$

$$\frac{9y+3}{y^2-11y+18} + \frac{y+3}{y-9} \quad 17$$

$$\frac{2x-3}{x^2-3x} - \frac{9x+1}{x-3} \quad 18$$

$$\frac{3y-39}{y^2-7y+10} - \frac{3}{y-2} \quad 19$$

$$\frac{\frac{x}{3+\frac{5}{x}} - \frac{4}{1+\frac{2}{x}}}{\frac{2}{4} + \frac{5}{3}} \quad 20$$

$$\frac{x}{3+\frac{5}{x}} - \frac{4}{1+\frac{2}{x}} \quad 21$$

هه‌ریه‌که له‌م هاوکێشانه شیکاریک.

$$\frac{4}{x^2+1} = 1 \quad 23$$

$$\frac{1}{x^2+1} = \frac{1}{2} \quad 22$$

$$\frac{1}{x^2-1} = 1 \quad 25$$

$$\frac{3x-1}{x^2+2x} = -1 \quad 24$$

$$\frac{1}{x} = \frac{x+2}{x+1} \quad 27$$

$$\frac{2}{1-x^2} = \frac{x^2}{x^2+1} \quad 26$$

$$\sqrt{x} = 2x \quad 29$$

$$\sqrt{x+2} = -2 \quad 28$$

$$\sqrt{x-2} = \sqrt{x} - 2 \quad 30$$

ئه‌م لاسه‌نگانه به‌جبه‌بری شیکاریک.

$$\frac{1}{x} \geq 2 \quad 32$$

$$\frac{1}{x} < 1 \quad 31$$

$$\frac{1}{x^2+1} \geq \frac{1}{3} \quad 34$$

$$\frac{1}{x^2+1} < \frac{1}{2} \quad 33$$

$$\frac{2x+1}{2x-1} < 2 \quad 36$$

$$\frac{x+1}{2x+3} < 1 \quad 35$$

به‌روونکردنه‌وی هه‌ریه‌که له‌م لاسه‌نگانه شیکاریک.

$$\frac{1}{x^2+2x+1} > 2 \quad 38$$

$$\frac{1}{x} \geq x \quad 37$$

$$\frac{1}{x^2-x+2} < x \quad 40$$

$$\frac{1}{x} < 2x \quad 39$$

بوارو هه‌ریه‌که له‌م نه‌خشانه دیاریبکه.

$$f(x) = \sqrt{2x-3} \quad 41$$

$$f(x) = \sqrt{x} - 5 \quad 42$$

$$f(x) = 5\sqrt{3(x-1)} + 1 \quad 43$$



تاقیکردنه‌وه‌ی به‌ش

جیگۆری ئەندازه‌یی دیاریکە که پێگا دەدات به گواستنه‌وه‌ی
وێنه پوونکردنه‌وه‌یی نه‌خشه‌ی بنه‌ره‌تی $y = \sqrt{x}$ بو وێنه
پوونکردنه‌وه‌ی نه‌خشه‌کانی خواره‌وه:

$$y = -\sqrt{x} + 3 \quad 16 \quad y = \sqrt{x-4} \quad 15$$

هه‌ژماره‌ی x به پێی y بکه.

$$y = x^2 + x \quad 17$$

$$y = 5x^2 - 3x - 4 \quad 18$$

هه‌ژمیری هه‌ریه‌ک له‌م برانه‌بکه.

$$(3\sqrt[4]{81})^2 - 31 \quad 19$$

$$\frac{1}{5} \left[(\sqrt{9})^3 - (\sqrt[3]{64})^2 + 2 \right] \quad 20$$

هه‌ریه‌ک له‌م برانه ساده بکه‌وه وای دابنێ هه‌ریه‌که له
گۆپراوه‌کان جگه له به‌های موجه هیچ به‌هایه‌ک وه‌رناگرن.

$$5\sqrt{8x^3y^6} \times (2x^5y)^{\frac{1}{2}} \quad 21$$

$$\frac{8\sqrt{5x^7y^9}}{\sqrt{25x^3y^5a}} \quad 22$$

$$(5 - \sqrt{12}) - (2\sqrt{27} + 8) \quad 23$$

$$(2 + \sqrt{5})(3 - 2\sqrt{5}) \quad 24$$

هه‌ریه‌که له‌م برانه به ساده‌ترین شیوه بنووسه که
ژێره‌یان پێژیه‌یین.

$$\frac{3-\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} \quad 26 \quad \frac{4}{\sqrt{11}} \quad 25$$

$$\frac{2\sqrt{7}-\sqrt{35}}{35} \quad 27$$

هه‌ریه‌ک له‌م هاوکێشه و لاسه‌نگانه شیکاریکە.

$$\sqrt{2x+7} = -3 \quad 28$$

$$\sqrt[4]{3x} = \sqrt[4]{4x-7} \quad 29$$

$$\sqrt{x-7} < 0 \quad 30$$

$$\sqrt[3]{2x+1} \geq 3 \quad 31$$

هه‌موو به‌ها قه‌ده‌غه‌کراوه‌کان وه‌ه‌موو ده‌رکه‌ناره‌کان بو
هه‌ریه‌که له‌م نه‌خشانه دیاریکە.

$$f(x) = \frac{x-4}{x^2-16} \quad 1$$

$$h(x) = \frac{x^2+2x-15}{2x^2-18} \quad 2$$

$$g(x) = \frac{2x^3-16}{x^3-2x^2-9x+18} \quad 3$$

میکانیک: باری سلنگیك راسته‌وانه له‌گه‌ڵ گۆرانی

پانیه‌که‌یدا و پێچه‌وانه له‌گه‌ڵ سیجای درێژیه‌که‌ی
داده‌گۆرپێت. سلنگیك پانیه‌که‌ی $10m$ و درێژیه‌که‌ی
 $20m$ بێت باریکی هه‌لگرتوه‌ که $1200Kg$ ئه‌وا
سلنگیك پانیه‌که‌ی $8m$ و درێژیه‌که‌ی $25m$ چه‌ند

ده‌توانی هه‌لبگرپێت.

هه‌ریه‌ک له‌م برانه ساده‌بکه.

$$\frac{x^2-9}{2x^2-8x+6} \times \frac{4x^2-12x+36}{x^3+27} \quad 5$$

$$\frac{\frac{x^3}{3x^2-12}}{\frac{x^3+5x^2}{3x^2+9x-30}} \quad 6$$

$$\frac{3x}{x-2} \div \frac{6x^2}{2x^2-8} \times \frac{5x+1}{2x+4} \quad 7$$

$$\frac{4}{x^2-4} + \frac{x+3}{x+2} \quad 8$$

$$\frac{x-37}{x^2-2x-15} - \frac{5}{x+3} \quad 9$$

$$\frac{x-37}{x^2-2x-15} - \frac{5}{x+3} \quad 10$$

ئه‌ندازه: هه‌ژمیری پووبه‌ری

ناوچه په‌نگراوه‌که به پێی

پووبه‌ری سیگۆشه‌که‌بکه. که به

گۆپراوی x هێماکراوه.

هه‌ریه‌که له‌م هاوکێشه و لاسه‌نگانه شیکاریکە.

$$\frac{a-4}{a+2} + \frac{a-5}{a-4} = 1 \quad 12$$

$$\frac{x+3}{x-1} = 2 \quad 11$$

$$\frac{3}{x+4} < \frac{5}{x+7} \quad 14$$

$$\frac{3}{x+4} \leq 5 \quad 13$$



تاقیکردنه‌وه‌ی که‌له‌که‌بوو

8 هاوکیشی ئه‌و راسته‌هیله بنوسه که به‌دوو خالی
(-3, 8) و (-4, 9) دا ده‌روات.

9 بری $25x^2 - 60x + 30$ شیت‌ه‌ل‌بکه.

10 بری $\frac{x+1}{x^2+4x-4} \div \frac{x^3}{x^2+4}$ ساده‌بکه.

11 پاش پێژه‌کردنی ژیره‌ی $\frac{8}{5-3\sqrt{2}}$ بره‌که ساده‌بکه.

12 **به‌های نه‌وپه‌ر** به‌بۆنه‌ی چه‌ژنی نه‌ورۆژ، شاره‌وانی
شاریک تیری ئاگراوی به‌خیراییه‌کی سه‌ره‌تایی $75m$
له‌چرکه‌دا ته‌قاند. هه‌ژماری ئه‌وپه‌ری به‌رزى بکه که
یه‌کێک له‌تیره‌کان ده‌یگاتی وه‌روه‌ها هه‌ژماری کاته
خایه‌نراوه‌که‌ی بکه ئه‌گه‌ر بزانیته
 $h(t) = 75t - 4.8t^2$ به‌رزیه به‌پێی کات، h به‌رزیه به
مه‌ترو t کاته به‌چرکه.

13 گه‌ره‌ترین ژماره‌ی ته‌واو کامه‌یه له‌ پاسادانی
 $-6x - 1 > 10$ ده‌کات

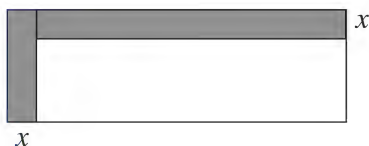
ئه‌مانه شیکاریکه.

14 $2\sqrt{x-4} = \sqrt{x-2}$

15 $1 - 2x = 5$

16 $-5x + 3 = \frac{1}{2}x - 1$

17 **بۆ خو‌شی:** درێژی ته‌خته‌ی نواندی شانۆیه‌ک $38m$ و
پانیه‌که‌ی $20m$ ، به‌شیک له‌ ته‌خته‌که به‌را هه‌روه‌ک چۆن
له‌ وینه‌که‌دا دیاره. به‌های x چه‌نده ئه‌گه‌ر بزانیته ئه‌و
برینه له‌ پووبه‌ری ته‌خته‌که $265m$ دووجا
که‌مه‌ده‌کاته‌وه.



1 ئه‌گه‌ر $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ته‌واو کام له‌مانه‌ی دین راستن به‌ ته‌واوه‌تی.

$ad = cb$ ج

$ad = bc$ ا

$\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$ د

$\frac{a}{d} = \frac{c}{b}$ ب

2 $(6\sqrt{8} - 6\sqrt{2})(2\sqrt{2} + 1)$ ساده‌بکه.

$6\sqrt{2} + 24$ ج

$6\sqrt{2} - 24$ ا

$6\sqrt{2} - 23$ د

$12\sqrt{2} - 23$ ب

3 ژماره‌ی شیکاری سیستمی $\begin{cases} y = 3x + 2 \\ y = 3x - 2 \end{cases}$ چه‌نده؟

ج 1

ا 0

د ناکوتا

ب 2

4 ماوه‌ی دابه‌شکردنی $2x^2 - 5x + 8$ به‌سه‌ر $x + 4$ دا چه‌نده؟

ج -44

ا 60

د 20

ب سفر

5 $(x^3y^{-2})^{-2}$ ساده‌بکه.

ج $\frac{1}{x^2y}$

ا $\frac{y^4}{x^6}$

ب x^2y

ب $\frac{x^6}{y^4}$

6 کام له‌مانه‌ی خواره‌وه نابێته‌ر مگی هاوکیشی

$x^3 + x^2 - 9x - 9 = 0$

ج -1

ا -3

د 1

ب 3

7 چ ژماره‌یه‌ک له‌مانه‌ی خواره‌وه به‌خیرته‌سه‌ر $x^2 - 10x$

بۆ ئه‌وه‌ی ببێته دووجایه‌کی ته‌واو.

ج -25

ا 5

ب 25

ب -5

بەشى شەشەم

ئەگەر و ئامار

Probability and Statistics

1. دەستىيىكىك بۇ ئەگەر.

2. گۆرىنەكان و ريزكردنەكان.

3. گونجىنەكان.

4. كۆكردنەوھى ئەگەرەكان.

5. رووداوه سەربەخوئەكان.

6. پئوهرەكانى پەرتبوون.

پروژەى بەشەكە

پیداچوونەوھ

تاقىكردنەوھى بەش

تاقىكردنەوھى كەلەكەبوو

ئەگەر و ئامار

Probability and Statistics

ئەگەر برىتتېيە لە ھاتنەدى پرووداويك كە
دەتوانىت نېئىشېنى پروودانى بىكەيت و ناتوانىت
ئەنجامەكانى ديارىبەكەيت لەگەل ئەوھى كە
بەچەند مەرجىكى ديارىكراو پېناسەكراو.
ئەگەرەكان بەكارھېنانى زۆرى ھەيە
بەرچاومان دەكەويٹ لە كۆمپانىياكانى
دلىابوون و دامەزراوەكانى لىكۆلېنەوھى وەك
لىكۆلېنەوھى پزىشكى و ئەوانى تر، و لە
جېبەجېكردى ياساكان و لە زانستە
پاميارىيەكاندا.

بەشى

6

وانەكان

1. دەروازەيەك بۆ ئەگەر.
 2. گۆرپنەكان و پىزكرنەكان
 3. گونجېنەكان.
 4. كۆكرنەوھى ئەگەرەكان.
 5. پرووداوە سەربەخۆيەكان.
 6. پىئوەرەكانى پەرتبوون
- پروژەى بەش





دەربارەى پروژەى بەش

پېشبینىيەكى دروست بۆ ئەنجامەكانى پروداو ھەپمەككەكان، پۆللىكى گرىنگ دەبىنىت بۆ بېرىداران، ئاسان يان ئالۆز. لە زۆر بواردا دەتوانىت پېشبینى ئەگەرى پروداوئىكى ھەپمەكى ديارىبكرىت بەرپىگای تاقىكردەو، ئەویش بە چاودىرىكردى ژمارەى ئەو جارەهى كە پروداوئەكى تىیدا دىتەدى. بەلام لەوانەى ئەمە نىمچە ستم بىت كاتىك پروداوئەكى ئالۆز بىت. لەو كاتەدا، مرۆف پەنا دەباتە بەر نواندن. لەمەودوا ئەم رېگایە بەكاردىت لەكاتى كاركردندا. لە دواى كۆتايى ئەم بەشەدا دەتوانىت ھەستىت بە ئەمانەى خوارەو.

- دروستكردى نموونەكان (سامپل) (نموزج) بۆ نواندى پروداو ھەپمەككەكان.
- بەكارھىنانى پىدراوكان كە لە نواندەكە دەستدەكەوئىت بۆ خەملاندنى ئەگەرى پروداوئەكى.

دەروازەيەك بۆ ئەگەر

Indrodution To Probability

بۆچى

زۆرچار توپىنەۋى ئەگەر
بەبەكارهينانى شتەكان لە ژياندا
ودەك بەردەزار يان تير يان پارچە
دراوى كانزايى دەكرىت.

ئامانچەكان

- زاراۋەكانى تايبەت بە ئەگەر بەكار دەھيىت.
- ياساى ژماردى بىنەرتى بەكار دەھيىت.
- يەكسانبۇن لە ئەگەرەكاندا دەناسىت.
- ئەگەرى تيۇرى پووداۋىك ديارىدەكات.



گەلەك كۆمپانىيى بازىرگانى ھەن. لەوانەش كۆمپانىياكانى دلىابوون، كارەكانيان بەندە بەو شتانەى كە پىشبينىكردى ئەنجامەكانيان كارىكى ئاسان نى، بۇمان ھەيە بېرسىن: چۆن دەتوانىت قازانچ بكات، لەراستىدا دەتوانىن پىشبينى ئەگەرى پووداۋى كارىك ديارىبەكەن لە پىگاي چاودىكرىكردى ئەنجامەكانى بارە زۆرەكان كە لەوانەيە بىنە ھۆى پوودانى پووداۋەكە. بۆ نمونە ديارىكردى ئەگەرى مردنى جگەرەكىشەك بە چاودىكرىكردى پىژەى ئەو كەسانەى كە بەھۆى جگەرەكىشانەۋە دەمرن. كە ئەمەش پىژەيەكى زۆرەرزە ھەرەكو توپىنەۋە پىزىشكىيەكان سەلماندىۋانە. لە خويندى ئەگەرەكان كۆمەلەك زاراۋە بەكار دەھيىت خويندكار پىۋىستە فېريان بىيىت وبە شىۋەيەكى دروست بەكارىان بەيىت. ئەم خشتەى خوارەۋە پىناسەكانى ھەندى لە زاراۋەكانمان بۆ پووندىكاتەۋە ھەرەكو پوونكرەۋەتەۋە بە نمونەى ھەلەدانى بەردەزارىك.

پىناسە	نمونە
كارى ھەرەمەكى Trial: كارىكە ناتوانىن پىشەكى ئەنجامەكى ديارىبەكەن	ھەلەدانى بەردەزارىك
تاقىكرىدەۋە (ھەرەمەكى) Experiment: كارىكى ھەرەمەكىيە يان دووبارەبۇنەۋەى كارە ھەرەمەكىيەكەيە چەند جارىك	ھەلەدانى بەردەزارىك 10 جار
كۆمەلەى ئەنجامەكان (بۆشايى نمونە) Sample Space: كۆمەلەى ھەموو ئەنجامەكانى لە توانادابىت لە كارىكى ھەرەمەكىدا.	{1, 2, 3, 4, 5, 6}
پووداۋ Event: ئەنجامىكى لە توانادايە يان كۆمەلەك ئەنجامى لە توانادايە.	دەستكەۋتنى 3 يان دەستكەۋتنى ژمارەيەكى تاك

بە ئەنجامەكانى كارىكى ھەرەمەكى دەلىين ئەگەرى يەكسان ئەگەر لە توانادابىت ھەموو ئەو ئەنجامانەى دەردەكەۋن يەكسان بن. لەراستىدا سەلماندى ئەۋەى ھەموو ئەنجامەكانى كارى ھەرەمەكى لە ژياندا ئەگەر تىاياندا يەكسان بن كارىكى گرانە. بەلام دەتوانىن خۆمان واى دابىن كە وايە. بۆ نمونە دەتوانىت ئەنجامەكانى ھەموو كارە ھەرەمەكىيەكانى خوارەۋە بە ئەگەرى يەكسان دابىيىت: ھەلەدانى بەردەزارىك، ھەلەدانى پارچە دراۋىكى كانزايى، ئەنجامى چەرخىكى مىلدار، پەگەزى لە دايكبوو.

نمونە

ئەگەر چاكبۇونەۋە يەككىلى توشبۇ بە شىرپەنجەسى سى چەندە، ئەگەر بزانىت تويژىنەۋە يەك لەسەر 5000 توشبۇ كراۋە لەۋانە 250 يان چاكبۇونەۋە؟

شىكار

دەتوانىت كۆمەلەى ئەنجامەكانى 5000 توشبۇ، لە نيوانياندا 250 كەس چاكبۇونەۋە ئەگەرى چاكبۇونەۋەى نەخۇشەكە برىتيە لە.

$$P(c) = \frac{250}{5000} = \frac{1}{20} = 0.05 = 5\%$$

ھىماى c بەكار دىت بۇ پروداۋى (چاكبۇونەۋەى نەخۇش)

نمونە

دۇستى بەردەزارىكى ھەلدا ئەگەرى دەستكەۋتنى يەككىلە چەند جارەكانى 3 چەندە؟

شىكار

بۇشايى نمونە = {1, 2, 3, 4, 5, 6} پروداۋەكە دىتەدى ئەگەر دۇستى 3 يان 6 ى دەستكەۋىت. ئەمەش ئەۋە دەگەيەنىت كە ئەگەرى پروداۋەكە برىتيەلە 2 لە بنچىنەى 6 واتە:

$$P(M3) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \approx 0.3333 \approx 33.33\%$$

گرىمان M3 ھىمايەكە بۇ يەككىلە چەند جارەكانى 3

ئەگەرى تيۇرى Theoretical Probability

ئەگەر تاقىكردەنەۋەيەكى ھەپمەكى دىارىكراۋ و رىكبو ئەۋا ئەگەرى رووداۋىك A لە

رووداۋەكانى برىتيە لە ژمارەى راستى:

$$P(A) = \frac{\text{ژمارەى ئەنجامەكانى كە پاسادانى پروداۋەكە دەكات}}{\text{ژمارەى ھەموو ئەنجامەكان}}$$

چىنەر گۆيەكى لە تورەگەيەكدا پاكىشا كە 4 گۆى سور و 7 گۆى پەشى تىدابو. ئەگەرى ئەۋەى گۆيە پاكىشراۋەكە شىن بىت چەندە؟

بەپەنگارى

ئەگەر Probability

پيوانەى ئەگەرى پروداۋىك ژمارەيەكى راستىيە ۋەكەۋىتە نيوان سفر ويەك.

ئەگەر پروداۋەكە ئەستەم بىت Impossible ئەۋا ئەگەرى پرودانى 0 =

ئەگەر پروداۋەكە دلىيايى بىت Certain ئەۋا ئەگەرى پرودانى 1 =

سەرجمەى ئەگەرەكانى ھەموو ئەنجامەكانى لە توانادابىت 1 =

Theoretical Probability تیۆری ئەگەری

ئەگەری پوداویك له پوداوهكانی تاقیکردنەویەك که ئەنجامەکی ئەگەری یەكسانیان هەبێت، بریتیە له ژمارەیهکی راستی و یەكسانە بەم کەرتە.

$$p(A) = \frac{\text{ژمارە ی ئەو بارانە ی که پوداوهکه دێنێتەدی}}{\text{ژمارە ی هەموو بارە له تواناکان}}$$

ئەگەریك



مەریوان پەپکیکی له قوتوویەك راکیشا که 2 پەپکی سوور 4 پەپکی شین و 3 پەپکی زەردی تێدا یە. ئەگەری ئەو ی پەپکە راکیشراو هە که زەرد بێت چەندە؟

شیکار

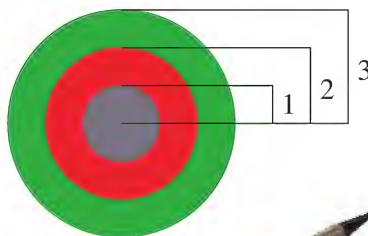
ئەنجامەکانی ئەم تاقیکردنەو هە پەپکە یە ئەگەری یە کسانە. دەتوانیت بۆشایی نمونە که بەم شیۆه یە بنویێن. ئەگەری ئەو ی پەپکە راکیشراو هە که زەرد بێت 3 له 9 یە.

$$\{R_1, R_2, B_1, B_2, B_3, B_4, Y_1, Y_2, Y_3\}$$

$$P(Y) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \quad \text{«پاکیشانی پەپکی زەردە»}$$

کامەران پەپکیکی له قوتوویەك راکیشا که 3 پەپکی سوور و 5 پەپکی شین و 7 پەپکی زەردی تێدا بوو. ئەگەری ئەو ی پەپکی راکیشراو شین بێت چەندە؟ بۆشایی نمونە له نمونەکانی رابردو و له کۆمەلە یەکی دوا هاتو و پێکدێت. له کاتی کدا تاقیکردنەو ی هەرمەکی وا هە یە بۆشایی نمونە که تیا یاندا کۆمەلە یەکی دوانە هاتو و.

هەولبەدە



بریار تیریکی هەلدا بۆ ئەو ی بچەقی ت له پارچە تەختە یەکی بازنە یی که بەدیوار ی کدا هەلواسرابوو. ئەگەری ئەو ی تیرە که بچەقی ت له ناوچە ی سەوز چەندە؟

شیکار



هەر خالێك له خالەکانی بازنە که ئەنجامێك دەر دەر پێت که له توانا دایە. لەم بارە دا، دەلێن، که بۆشایی نمونە که، کۆمەلە یەکی دوانە هاتو و، خالەکانی پوداوه که دێننە دی بریتین له خالەکانی ناوچە سەوزە که. بۆ هەژمێر کردنی ئەگەری پوداوی داواکرا و، پووبەری ناوچە سەوزە که بەسەر پووبەری گشتی تەختە که دابەش بکە.

$$P(G) = \frac{\text{پووبەری ناوچە ی سەوز}}{\text{پووبەری گشتی تەختە}} = \frac{\pi(3)^2 - \pi(2)^2}{\pi(3)^2} = \frac{5\pi}{9\pi} = \frac{5}{9} = 0.556 = 55.6\%$$

بازنە ییە که

که G هێمایەك بێت بۆ پوداوه که «چەقینی تیرە که له ناوچە سەوزە که».

نمونه

بەستنه وود
ئەندازە

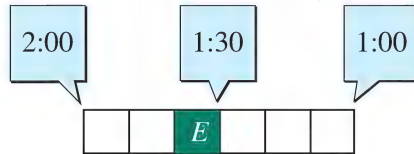
ئەگەری ئەو ی تیرە که له ناوچە سوورە که بچەقی ت چەندە؟

هەولبەدە

شەمال پۇژانە سەيرى پۇستە ئەلكترونىيەكەى دەكات لە نىوان كاتژمىر يەك 1:00 و كاتژمىر دوو 2:00 ى ياش نيوەرپۇ ئەگەرى ئەوەى لە نىوان 1:30 و 1:40 بەو كارە ھەستىت چەندە؟

شىكار

بۇشايى نمونە لەھەرساتىكى نىوان كاتژمىر 1:00 و 2:00 پىكىدېت و پروداوۋەكە لە 1:30 تا 1:40 بۇ ھەژمىركردنى پىژەى ئەگەرى ئەو پروداوۋە، ماوۋى نىوان كاتژمىر 1:00 و 2:00 دابەش دەكەيت بۇچەند ماوۋىيەك كە ھەريەكەيان 10 خولەك بىت (درىژى ماوۋى نىوان 1:30 و 1:40 كە پروداوۋەكە دەنوئىنېت).



ماوۋە سەوزەكە پروداوۋەكە دەنوئىنېت. ئەگەرى پرودانى پروداوۋەكە، واتا، ماوۋىيەك لە 6 ماوۋە واتە:

$$P(E) = \frac{1}{6} = 0.167 = 16.7\%$$

كاتىك E ھىمايەك بىت بۇ پروداوۋەكە (سەيرکردنى شەمال بۇ پۇستە ئەلكترونىيەكەى لە 1:30 بۇ 1:40)

ھەولبەدە ئەگەرى ئەوەى لە نىوان 1:30 و 1:35 بەو كارە ھەستىت چەندە؟

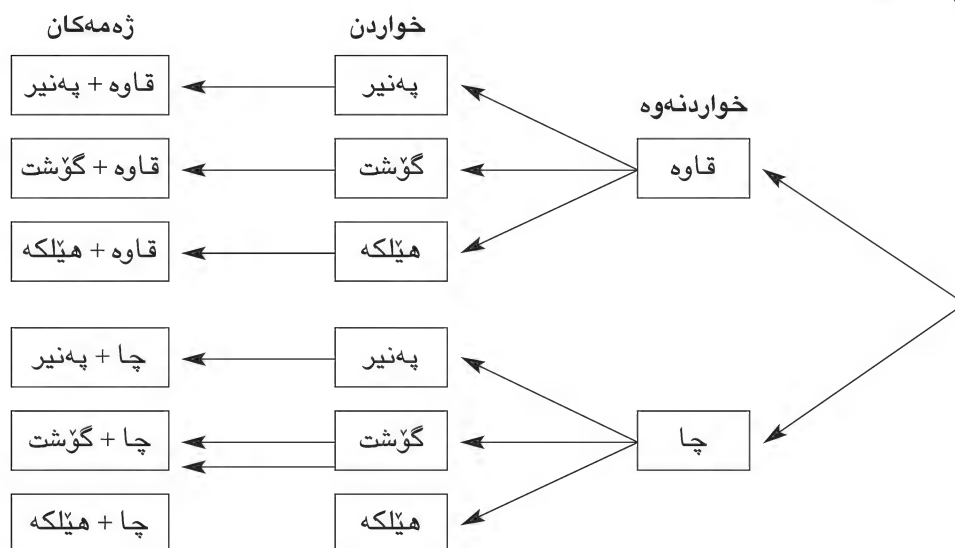
Fundamental Counting Principle

ياساى بنەرەتى ژماردن

كە لە پروداوۋىك دەكۆلىتەوۋە بۇ ئەوۋى پىژەى ئەگەرەكەى ھەژمىربكەى پىويستت بەمانە دەبىت: 1. ھەموو ئەم ئەنجامانەى كە لە توانادايە بژمىرە (دانەكانى بۇشايى نمونە بنووسە).

2. ئەو ئەنجامانە بژمىرە كە پاسادانى پروداوۋەكە دەكات. دەتوانىت ھىلكارى درەختى بەكاربھىنېت بۇ ئەنجامدانى ئەم كارە.

بۇ نمونە ژەمى خواردنى بەيانى لە يەككە لە ئوتلەكاندا، ميوانەكە دەتوانىت لە نىوان قاوۋە وچاى يەككىيان ھەلېژىرېت و لە نىوان سى جۇرى خواردن پەنير و گوشت و ھىلكەدا يەككە ھەلېژىرېت. ئەم ھىلكارىيەى خواروۋە ھەموو پىگاكانى كە لە توانادا يە بۇ ژەمى خواردنى بەيانى پروندەكاتەوۋە.



خواردنگە یەك دوو جۆر خواردنی بۆ میوانەکانی ئامادەکرد بۆ ژەمی ئیوارە هەر ژەمێك پێكهااتبوو لە قاپێك زەلاتە و قاپێك گۆشت، میوانەكە بۆی هەیه یەك جۆر لەدوو جۆر زەلاتە هەلبژێریت: زەلاتە ی كاھو، زەلاتە ی تەماتە، قاپە گۆشتەكە سی جۆرە: گۆشتی برژاو، گۆشتی سورەوەكراو، گۆشتی مریشك

1. دەستبەكە بەكێشانی هیلکاری درەختی تییدا

هەلبژاردنی زەلاتە پوونبەكەو بەم شیوەیە
2. لە دەستپێکردنی هەلبژاردنی زەلاتەكەو هیلکاری درەختی پوونبەكەو بۆ هەلبژاردنەکانی سی جۆرە گۆشتەكە.

3. ئەو ژەمانە ی كە پێكدەهێنریت كامانەن؟ ژمارەیان چەندە؟

4. خواردنگەكە ئیستا پیاوی برژاو یان سیری برژاو دەخاتە سەر قاپی گۆشتەكە تۆش ئەمە بخەرەسەر هیلکاری درەختەكە كە پێگا بە ژماردنی ئەم ژەمە خۆراکیانە ی كە ئیستا دروستبوون، ئەو ژمارەیه چەندە؟

✓ خالی جاودیاری

هیلکاریەکی درەختی دروستبەكە بۆ نمونە ی پێشو. بەبێ گۆیدانە خستەنەپرووی خالی چوارەم. بە قاپی گۆشت دەستپێكە وەك هەلبژاردنی یەكەم. ئایا ئەم گۆرانکارییه لەپێزکردنی دوو هەلبژاردنەكە کاری كردە سەر گۆرانی ئەنجامەكان؟
وردبوونەو لە هیلکاری درەختی وزانینی پێگای دروستکردنی دەبێتە ھۆی پوونکردنەووی یاسای ژماردنی بنەپەتی.

✓ خالی جاودیاری

ياسای بنەپەتی ژماردن Fundamental Counting Principle

ئەگەر m پێگا بۆ هەلبژاردنی یەكەم و n پێگا بۆ هەلبژاردنی دووەم هەبێت ئەوا $m \times n$ پێگا بۆ هەردوو هەلبژاردنەكە بەیەكەو هەیه.

6 **نموونه**
دانا ویستی وشە ی نهێنی تایبەتی چوونە ناو ئینتەرنێت هەلبژێریت. ئەم وشەیه پێكدیت لە دوو پیت لە پیتەکانی ئەبجەدی ئینگلیزی بەدوایدا چوار پەنوس. دانا دەتوانی چەند وشە ی نهێنی دروستبكات ئەگەر زانیت كەوا ناتوانیت پیتی O و پەنوسی سفر بەكاربهێنیت؟ (ژمارە ی پیتەکانی ئەبجەدی ئینگلیزی 26 پیتە)

جێبەجێکردنەکانی

بژمێر

شیکار

دانا دەتوانیت هەربیتێك لە نیوان 25 پیت هەلبژێریت و هەر پەنوسیێك لە نیوان 9 پەنوس هەلبژێریت. بەجێبەجێکردنی یاسای بنەپەتی ژماردن ئەمە ی خوارەو هەمان دەست دەكەوێت. ;

پیتی پیتی پیتی پیتی پیتی
یەكەم دووەم یەكەم دووەم سییەم چوارەم

ژمارە ی وشە ← 25 × 25 × 9 × 9 × 9 × 9
نەهێنەكان

$$25^2 \times 9^4 = 41\,00\,625$$

نمونە

7 تابلۇ ئۆتۈمبىلەكان پىكىدىن لە سى پىت بەدوايدا لە سى رەنوس دىت. ئەگەرى ئەو پىتەكانى تابلۇ ئۆتۈمبىلەكە پىكىت لە پىتەكانى يەكەمى ناوى سيانى خۆت بەرپز (ژمارە پىتەكانى ئەبجەدى عەرەبى 28 پىتە) چەندە؟
شېكار
دانەكانى بۆشايى نمونەكە:

پىتى يەكەم	پىتى دووم	پىتى سىيەم	رەنوسى يەكەم	رەنوسى دووم	رەنوسى سىيەم
28	28	28	10	10	10

ژمارە تابلۇكانى لەتوانادايە دەپتە $28^3 \times 10^3 = 21\,252\,000$ تابلۇ.
پاشان ژمارە ئەو تابلۇيانە بدۆزەرەكە مەرچەكە دىنپتەدى.

پىتى يەكەم	پىتى دووم	پىتى سىيەم	رەنوسى يەكەم	رەنوسى دووم	رەنوسى سىيەم
1	1	1	10	10	10

بەمەش ژمارە تابلۇكانى مەرچەكە دىنپتە برىتىن لە $10^3 = 1\,000$ تابلۇ.

ئەگەرى ئەو پىتەكانى تابلۇ ئۆتۈمبىلەكە پىكىت لە پىتەكانى يەكەمى ناوى سيانىت بەرپز برىتپە لە: $0.000045 = \frac{1000}{21\,952\,000}$ واتە 45 لە ملىونىك.

چىنەچىكرەنەكانى

بازرگانی

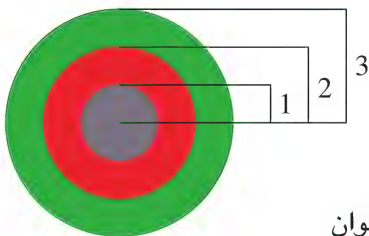
راھىنان

بەردەوامبون لە بىر كاریدا

- 1 سى نمونە لەسەر پرووداويك بەپنەو كە ئەنجامەكانيان وەك يەك نەبن.
- 2 ئەگەرى تپورى وئەگەرى تاقىكرەنەو لە چىدا لىكەچن؟ لە چىدا جياوازن؟
- 3 چۆن پروبەرەكان بەكار دەھىنرپت بۆ ھەژماركردى ئەگەرەكان؟
- 4 چۆن ھىلكارى درەختى يارمەتيت دەدات بۆ تىگەيشتنى ياساى ژماردى بنەرەتى؟

راھىنانى ئاراستە كراو

- 5 دارا گۆيەكى شوشەيى لە تورەگەيەك پاكىشا كە 5 گۆى شين و 3 گۆى سور و يەك گۆى سىپى تىدايە. ئەگەرى ئەو كە گۆى پاكىشراو سور بىت چەندە؟
- 6 رېژىن تىرىكى گرتە تابلۇيەكى تەختەي رەنگراوى ھەلواسراو لە سەر دىوارىك. ئەگەرى ئەو بدۆزەرە كەتيرەكە لەناوچەي بازنە بچووكەكە بچەقپت؟
- 7 ئاكام رۆژانە سەيرى پۆستى ئەلىكترونىكەكى دەكات لە نىوان كاتژمىر ھەوت و كاتژمىر ھەشتى بەيانى. ئەگەرى ئەو كە كارە لە نىوان 7:30 و 7:45 ئەنجام بدات چەندە؟



8 رەھزەنە وىستى وشە نەھىيە تايىپەتتەكەى ھەلپىزىت بوچۇنە ناو ئىنتەرنىتتە، ئەم وشە پىكىدېت لە 3 پىت لە پىتەكانى ئەبجەدى ئىنگىلىزى و سى رەنۇوسى بەدوايىدا بىت. چەند وشەى نەھىنى دەتوانىت پىكېھىنېت، ئەگەر بزانى ناتوانىت پىتى O و رەنۇوسى 0 بەكاربەھىنېت.

راھىنان و جىبە جىكرەن

تورەگەيەك 3 پىلتى سى و دوو پىلتى رەش و 5 پىلتى سوورى تىدايە ھەموويان ھاوشىوون و زانا پىلتىكى پاكىشا. ئەگەرى ئەو پىلتە پاكىشاۋە بدۆزەوە بۆ ئەو.

9 سى پىت 10 رەش بىت 11 سوور بىت

ئەگەر بەردەزارىك يەك جار ھەلپىزىت ئەگەرى ئەم رۇدوانەى خوارەوە بدۆزەوە.

12 دەستكەوتنى ژمارە 1 13 دەستكەوتنى ژمارە 4.

14 دەستكەوتنى ژمارەى جووت 15 دەستكەوتنى ژمارەى تاك.

16 دەستكەوتنى ژمارەى بچوكتەر لە 3. 17 دەستكەوتنى ژمارەى گەرەتر لە 3.

18 دەستكەوتنى ژمارەى گەرەتر لە 6. 19 دەستكەوتنى ژمارەى بچوكتەر لە 7.

پاسى گواستەنەوە دەگاتە شوپنى راۋەستانى تەنىشت مالى دانا لە نىۋان كاترەمىر ھەشت و 5 خولەكى بەياني. ئەگەرى ئەو كە دانا سوورى پاسەكە بىت كاتى گەيشتە شوپنى ۋەستان لەم كاتانەى خوارەوەدا بدۆزەوە.

20 8:04 21 8:02 22 8:01 23 8:03

لە دوو پرسىارى 4224 و 25 ھىكارى درەختى دروستبەكە بۆ ئەو بۆشايى نموونەى رۇدوانەكە رۇونىكەتەو.

24 تۆماركرن لە چالاكىيەكانى دەرەكىيەكان (يەك چالاكى لە ھەريەك لە چەشنەكانى 1,2,3)

ۋەرزىش : تۆپى پى، تۆپى سەبەتە، تۆپى سەرمىز.

ھونەر : مۇسىقا، ۋىنە.

يانە : زانست، بىركارى

25 ئارەزوۋەكان (خولياكان) (ئارەزوۋىەك لە ھەريەكە لە دوو چەشنى A ، B)

لەناومال : خۇندنەو، سەركردنى تەلەفزيۇن، گۇگرتن لە مۇسىقا.

لە دەرەۋەى مال : راكردن، گەشتكردن، چوونە يانە.

ژمارەى وشە نەھىيەكان كە دەتوانىت پىكېھىنېن بەكارھىنانى ھەموو پىتەكانى ئەبجەدى ئىنگىلىزى و ھەموو رەنۇوسەكان لە ھەريەك لەم بارانەى خوارەوە ديارىبەكە.

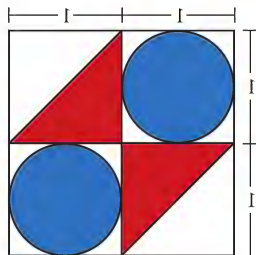
26 دوو رەنۇوس بەدوايىدا سى پىت و بەدواى ئەوانە يەك رەنۇوس بىت.

27 سى رەنۇوس بەدوايىدا دوو پىت و بەدواى ئەوان يەك رەنۇوس بىت.

28 سى پىتى جىاۋاز بەدوايىدا سى رەنۇوسى جىاۋاز بىت.

29 دوو پىت بەدوايىدا چوار رەنۇوس بىت.

ئەندازە كامەران تىرىكى ھەلدا بۇ سەر تابلۇيەكى تەختەيى رەنگىراۋ كەلەم
ۋىنەيەدا پوونىراۋەتەۋە. ئەگەرى ھەرىكە لەم پووداۋانە ھەژمىرىكە.



30 تىرەكە ناۋچەيەكى بازىنەيى بېيىكىت.

31 تىرەكە يەككىك لە دوو سىگۇشە سوورەكە بېيىكىت.

32 تىرەكە يەككىك لە دوو سىگۇشە سىپەكە بېيىكىت.

33 تىرەكە ناۋچەيەكى سىپى بېيىكىت.

دىمۇگرافىيا ئەم خىشتەيەى خوارەۋە چەند خويىندىكارىكى تۆمارىراۋ لە يەككىك لە كۆلىژەكانى
زانكۆيەك بە پىي تەمەن و رەگەزىيان پىشانىدەدات.

ھاۋلاتى	ھاتوۋەكان	تەمەن
93	83	14 - 17
1 416	1 224	18 - 19
1 414	1 294	20 - 21
1 263	1 260	22 - 24
1 058	950	25 - 29
811	661	30 - 34
1 824	955	35 و سەروتر

راگرى كۆلىژ ھەستا بە ھەلپزاردنى يەككىك لە تۆمارىراۋەكان. ئەگەرى ئەۋەى تەمەنى ئەۋ كەسە
لە يەككىك لەم چەشنانە بىت چەندە؟

34 18 - 24 35 25 - 29 36 30 - 34 37 30 بەرەۋژوور

38 **ئاسايش** يەككىك لە پىسپۇرەكانى ئاسايش ويستى كلىلىك دروستىكات بۆيەككىك لە

سىستەمەكانى ئاسايش ئەم كلىلە لە سى پىت پىكىدەت A, B, C لە توانادايە ھەرىكەك لەم
پىتانە زياتر لە جارىك دوبارەبىيەتەۋە، ئەۋ پىسپۇرە ويستى ئەگەرى سەركەۋتنى ھەۋلەكانى
كردنەۋەى كلىلەكە لە 0.001 كەمتر بىت، كەمترىن ژمارەى پىتەكانى ئەۋ كلىلە دەگاتە
چەند؟

رواين بۆدواوه

بىلەى ھەريەك لەم رادەدارانە چەندە؟

$$x + 3x^5$$

40

$$x^3 + 4x^5 - 6x^2 + x - 10$$

39

ھەريەك لەم ھاوکیڭشە و لاسەنگەيە شيکارىكە.

$$x^2 - 3x + 2 > 0$$

42

$$x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$$

41

پيشەسازكارىك وايدانا نەخشەى $C(x) = 0.1x^2 + 5x + 40$ نموونەيەك بۆ تىچوونى كالاكانى پىكدەھىڭىت. ھىماى x لەم نەخشەيەدا ئاماژەيە بۆ ژمارەى يەكەكانى بەرھەم ھىنان و ھىماى C بۆ تىچوونى بەرھەمەكەيە. تىچوونى بەرھەمەھىنانى 10 كالا چەندە؟ لەبارىكى تردا پيشەسازكارەكە بىپارىدا بەرھەمەكە بفرۆشىت بە 60 ھەزار دىنار بۆ ھەر دانەيەك. دەبىت چەند ژمارە لەو كالا يانە بفرۆشىت بۆ ئەوھى گەرەترىن قازانجى دەستبەھىت؟

43

جىيەجىگىردەكانى

نابوورى

رواين بۆ پيشەوہ

سامان ويستى دوو پىت لەم پىتانە ھەلبرىڭىت A, B, C, D, E ژمارەى شيكارەكانى لە توانادا چەندە؟ ئەگەر سامان گىرنگى بدات بە پىزكردن لەكاتى پاكىشان (شيكارى A, B وەك شيكارى A, B نىيە). ئەگەر سامان بايەخ نەدات بەپىزكردن (ھەردوو شيكارى A, B و A, B ھەمان شيكارە).

44

گۆرپنەكان و رېزكردنەكان

Permutations and Arrangements



بۇچى
ليۇدا زۇر بار ھەيە بايەخ
دەدات بە رېكخستنى ژمارەيەك
لەدانە ديارىكراوكانى كۆمەلەيەك
بە شىئوھەكى رېزكراو.



نامانجەكان

• شىكاركردنى ئەو

پرسىارانەى كە پىويستى بە
گۆرپنەكان ھەيە و
ديارىكردنى ژمارەى
گۆرپنەكانى كۆمەلەيەك كە
لە n دانە پىكھاتووہ
دياردەكات.

• شىكاركردنى ئەو

پرسىارانەى كە پىويستىيان بە
رېزكردن ھەيە وديارىكردنى
ھەموو رېزكراوكانى m
دانەيە لە n .

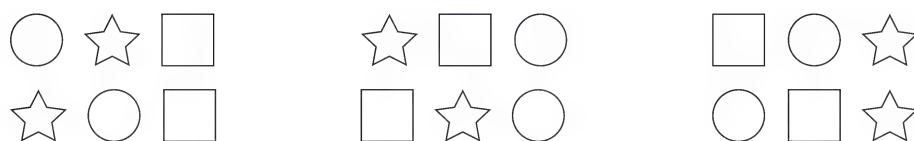
ئەرنۆل شوينبرگ مۇسقىيەكى داھىئا كە لە 12 ئاواز پىكھاتووہ. پىويستە ھەر نۆتەيەك لە
نۆتەكانى پەيزەى مۇسقىى بە لايەنى كەمەوہ يەك جار بەكارپىت، پىش لەرينەوہى ھەر يەككىيان.
بەھەر كۆمەلەيەك لە 12 ئاوازكە دەوترىت ئاوازە دىر Tone Row. چەند ئاوازە دىرى جياواز
دەتوانىت بنووسى؟

Permutations

گۆرپنەكان

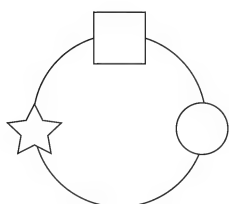
گۆرپن رېكخستنى ژمارەيەك شتە لە رېزكردنىكى ديارىكراوۋا.

ھەموو گۆرپنەكانى ئەم شتانە بكيۋە
شىكار



نمونە

دەتوانىت شتەكان لە سەر ھىللىك رېكخەيت وەك نمونەكەى پىشوو.
و دەتوانىت رېكيان بخەيت لەسەر بازنەيەك وەك ئەم وینەيە.
رېكخستنى شتەكان لە بارى يەكەمدا گۆرپنىكى ھىللىيە و لەبارى دووہمدا
گۆرپنىكى بازنەيە.



نمونە

شىكارىكرىنى پىرسىيارەكان

دروستىكرىنى لىستى پىكخراو: ئەم خىشتى خوارەو ھەموو ئەو گۆپىنەنى لە توانادايە بۇ پىتە لاتىنەكان A, B, C, D پووندەكاتەو چۆن ياساى ژماردىن بىنچىنە بەكارىدىنئىت بۇ دۆزىنەو ھى ژمارەى ئەم گۆپىنەنى؟

$DABC$	$CABD$	$BACD$	$ABCD$
$DACB$	$CADB$	$BADC$	$ABDC$
$DBAC$	$CBAD$	$BCAD$	$ACBD$
$DBCA$	$CBDA$	$BCDA$	$ACDB$
$DCAB$	$CDAB$	$BDAC$	$ADBC$
$DCBA$	$CDBA$	$BDCA$	$ADCB$

شىكار

دەتوانىت ژمارەى ئەو گۆپىنەنى دىارىبىكەيت بە بەكارىنەنى ياساى بىنەپەتى ژماردىن ۋەك لە خوارەو پوونىكراوئەو

دەتوانىت پىتى چارەم ھەلپىزىت لە	دەتوانىت پىتى سىيەم ھەلپىزىت لە	دەتوانىت پىتى دووھ ھەلپىزىت لە	دەتوانىت پىتى يەكەم ھەلپىزىت لە
1	2	3	4

ژمارەى گۆپىنەكان بىرىتىيە لە $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ گۆپىن.

بۇ دەربىرىنكى پوختە بۇ ئەم لىكەنە ئەمە: $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ بەكارىنە

لىكەراوى n factorial

ئەگەر n ژمارەيەكى تەواوى نا سالىب بىت. ئەوا لىكەراوى n بە $n!$ دەنوسىرىت و دەكاتە:

$$n! = \begin{cases} 1 & : n = 0 \\ 1 \times 2 \times \dots \times n & : n > 0 \end{cases}$$

نمونە

پاستى و دۆستى و پەوھ بەشدارىانكرد لە يارى بازىندا، بۆشايى نمونە بۇ ئەم يارىيە دىارىبىكە؟ ژمارەيان چەندە؟ ئەگەرى ئەو پەوھ يەكەم بىت چەندە؟

شىكار

ئەو ئەنجامەى لە توانادايە لەم يارىيەدا:

يەكەم	پاستى	پاستى	دۆستى	دۆستى	پەوھ	پەوھ
دووھ	دۆستى	پەوھ	پاستى	پەوھ	پاستى	دۆستى
سىيەم	پەوھ	دۆستى	پەوھ	پاستى	دۆستى	پاستى

ژمارەى ئەنجامەكانى لە توانادايە دەكاتە 6.

ژمارەى ئەو ئەنجامەنى كە پاسادانى پووداۋەكە دەكات (پەوھ يەكەم بىت) دووھ. ئەگەرى

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0.3333 = 33.33\% \quad \text{ئەو پەوھ يەكەم بىت}$$

دەتوانىت چەند ژمارەى 4 پەنوسى پىكپەننىت بە بەكارىنەنى پەنوسەكانى 1, 2, 3, 4 بەبى

ھەولەدە

دووبارەبۆنەو؟ ئەو ژمارانە بنوسە.

نمونه

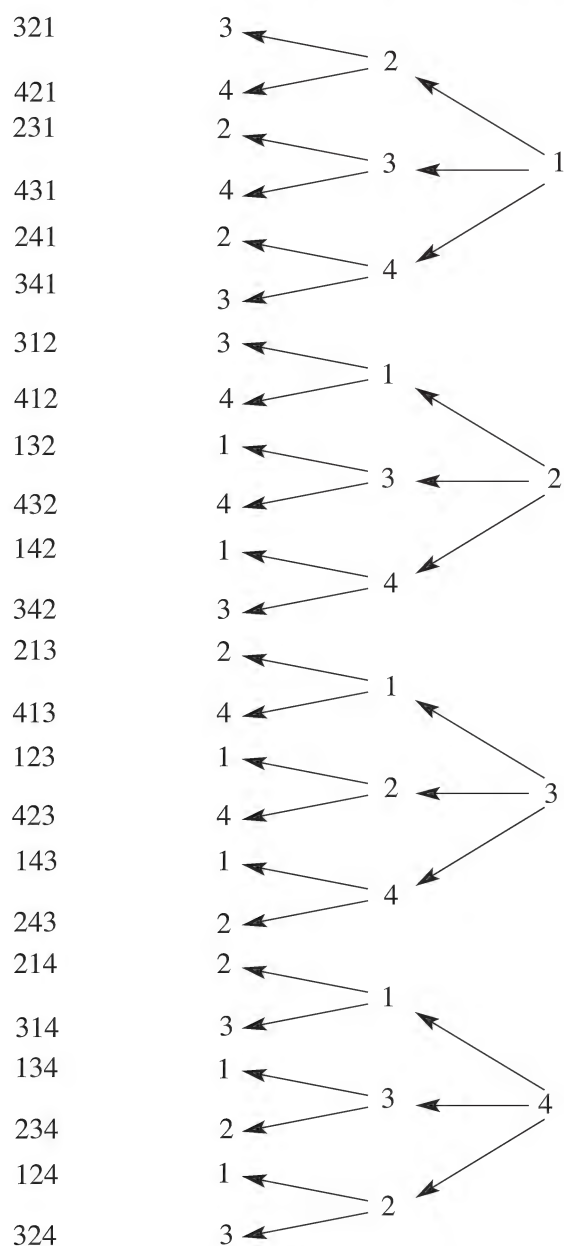
4 دهتوانیت چند ژماره‌ی 3 په‌نوسی پیکه‌بختیت به‌به‌کاره‌یتانی په‌نوسه‌کانی 1، 2، 3، 4 به‌بی دوباره‌بوونه‌وه؟ نه‌و ژمارانه بنوسه؟

شیکار

هیلکاری درختی به‌کاره‌یتنه. نه‌م هیلکاریه درختیه‌ی خواره‌وه هه‌موو نه‌و هه‌لیژاردنانه‌ی که له توانادا هه‌یه پرونده‌کاته‌وه بو هه‌لیژاردنی په‌نوسی یه‌کان له دوایدا په‌نوسی دهیان، پاشان په‌نوسی سه‌دان. و هه‌روه‌ها ژماره‌ک‌ش دیاریده‌کات له‌هه‌ر باریکه‌دا.

دهتوانی 24 ژماره پیکه‌بختیت که له 3 په‌نوس پیکه‌بختیت به‌به‌کاره‌یتانی په‌نوسه‌کانی 1، 2، 3، 4، به‌بی دوباره‌بوونه‌وه

په‌نوسی یه‌کان په‌نوسی دهیان په‌نوسی سه‌دان ژماره



هه‌ولیده دهتوانیت چند ژماره‌ی 4 په‌نوسی پیکه‌بختیت به‌به‌کاره‌یتانی په‌نوسی 1، 2، 3، 4، 5، به‌بی دوباره‌بوونه‌وه؟

ئەوۋى پىي ھەلسايت لە نموونەى پىشوو دەتوانىن بلىين 3 رەنووست پىكخست لە 4 رەنوووسەكانى 1, 2, 3, 4 ئەوۋى تۆ دەستكەوت برىتييه لە رىزكردنەكانى 3 شت لە 4 شتى بنەرەتى، بۆ دەستكەوتنى ژمارەى ئەم رىزكردنە ياساى ژماردنى بنەرەتى بەكاربىنە.

دەتوانرى رەنوووسى سەدان ھەلبىزىرى لە	دەتوانرى رەنوووسى دەيان ھەلبىزىرى لە	دەتوانرى رەنوووسى يەكان ھەلبىزىرى لە
2	3	4

بەمەش ژمارەى رىزكردنەكان دەبىتە $4 \times 3 \times 2 = 24$.



باوكى ئالان 10 C.D موسىقاى
بە ديارى دايە كورەكەى. ئالان ويستى گۆى لە
سىيانيان بگريت يەك لەدواى يەك. ئايا ئالان چەند
ھەلبىزاردنى ھەيە؟
شيكار
ئالان دەتوانى پەپكى يەكەم ھەلبىزىرىت لە 10 پەپك،
دووھم لە 9 پەپك، و سىيەم لە 8 پەپك. ئەگەر ئالان
ياساى ژماردنى بنەرەتى بەكاربەينىت دەبينىت كە:
 $10 \times 9 \times 8 = 720$ ھەلبىزاردنى ھەيە.

نمونە

جىيەجىكردنەكانى
مۇسقىا

ھەولبەدە شىرزاد 5 پۆمانى كرى بۆ ئەوۋى سىيانيان بخوینىتەو ھەك بەدواى يەك لە پشوو ھاویندا.
شىرزاد بەچەند پىگا دەتوانىت ئەم كارە ئەنجام بدات؟

ژمارەى رىزكردنەكانى r شت لە n شتى بنەرەتى Arrangements of n Objects Taken r at a Times

ژمارەى رىزكردنەكانى r شت لە n شتى بنەرەتى كاتى $r \leq n$ برىتييه لە $P(n, r) = {}_n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$

شىلان ويستى 4 پەرتووك لە كتيپخانەكەيدا دابنى كە لە 10 رەفە پىكھاتبوو بەمەرجىك لە يەك
كتىب زياتر لە رەفەيەكدا دانەنىت. شىلان بە چەند پىگا دەتوانىت ئەم كارە ئەنجام بدات.
شيكار
پرسىارەكە دەگەرپىتەو بۆ رىزكردنى 4 رەفە لە بنەرەتى 10. شىلان رەفەى يەكەم لە 10، و دووھم
لە 9، و سىيەم لە 8، و چوارەم لە 7 ھەلدەبىزىرىت بەمەش ژمارەى پىگاكان دەبىتە
 $10 \times 9 \times 8 \times 7 = 5040$.

نمونە

ھەولبەدە ئاكام 8 قوتووى رەنوووسكراو و 5 گۆى رەنگاوپەنگى جياوازی ھەيە. ويستى گۆيەكان بخاتە ناو
چەند قوتوويەكەو بەمەرجىك لە گۆيەك زياتر لە قوتوويەكدا نەبىت. چەند پىگای ھەيە؟

Circular Permutations

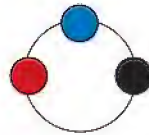
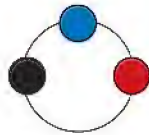
گۆرپنەكانى بازنەيى

لە باخچەكەى پووناكدا 3 كورسى ھەيە: شىن و سوور و رەش. پووناك ويستى ئەو كورسىيانە
بەپرز لە دەورى مېزىكى بازنەيى دابنى چەند پىگای ھەيە؟ ژمارەيان چەندە؟

نمونە

شېكار

ئەگەر سەرنجى گۆرپنە ھېلىيەكانى سى كورسيەكە بەدەت ئەمەي خوارەوت دەستدەكەوت



تېيىنى بىكە گۆرپنە ھېلىيەكان لە رېزى يەكەمدا (شىن، سوور، پەش) يەك گۆرپنى بازىنەيى پىكەيىناو. و گۆرپنەكان لە رېزى دووهم (شىن، پەش، سوور) يەك گۆرپنى بازىنەيى پىكەيىناو. كەواتە پووناك دوو رېگاي ھەيە بۇ دانانى كورسيەكان بە دەورى مېزەكەدا.

ھەولبەدە چەند رېگات ھەيە بۇ رېزىكردى 4 جۆر لە خواردىنى سورەوكرائو لە قايىكى بازىنەيىدا؟

راھىيان

بەردەوامبون لەبىركارىدا

- 1 چۆن ياساي بنەرەتى ژماردىن يارمەتيت دەدات بۇ ديارىكردىنى ژمارەي گۆرپنەكان بۇ چوار شت؟
- 2 چۆن ياساي ژماردىنى بنەرەتى يارمەتى دەدات بۇ ديارىكردىنى ژمارەي رېزىكردىنەكانى چوار شت لە بنەرەتى پېنج شت؟

راھىيانى ئاراستە كراو

- 3 چەند ژمارە دەتوانى بنووسى بەبەكارھىيانى شەش رەنوس بەبى دووبارەبونەو؟
- 4 چەند رېگات ھەيە بۇ بىنىنى 3 شىرتى قىدىيۇ يەك بەدواي يەك لە بنەرەتى ھەوت شىرت؟
- 5 چەند رېگا ھەيە بۇ دانشتنى 12 كەس دابنىشيت بەدەورى مېزىكى بازىنەيى بۇ خواردىنى ناننى ئىوارە.

ھەژمىرىكە

- | | | | |
|----------------------------------|----------------------------------|-------------------------------|------------------------------|
| 9 $(6-4)!$ | 8 $(7-5)!$ | 7 $6! - 4!$ | 6 $7! - 5$ |
| 13 $\frac{3! \times (7-2)!}{0!}$ | 12 $\frac{0! \times 5!}{(4-1)!}$ | 11 $\frac{10!}{4! \times 6!}$ | 10 $\frac{8!}{5! \times 3!}$ |

راھىيان و جىيەجىكردىن

ناز 8 رەنوسى ھەيە دەتوانىت، چەند ژمارە پىكەيىننىت بە، بەكارھىيانى رەنوسەكان بەبى دووبارەبونەو لەم بارانەي خوارەودا.

- | | | |
|---------------|-----------------|---------------|
| 16 لە 4 رەنوس | 15 لە 3 رەنوس | 14 لە 5 رەنوس |
| 19 لە 8 رەنوس | 18 لە يەك رەنوس | 17 لە 6 رەنوس |

كارگىرى دەزگاكان يەككە لە كۆمپانىياكان پېشوازي لە 8 كارمەندى تازەكرى. ژمارەي رېگاكانى دابەشكردىيان بەسەر پۆستەبەتالەكان ديارىبكە لە ھەر بارىك لەم بارانەدا:

جىيەجىكردىنەكان

X_{Ä8} 

ÀlDœqñ VVUyñbVZÆVWU

e

$\partial \tilde{A}^{\mu}_{\nu} . \tilde{n}_V < E_{\nu} V_0 \tilde{E}^{\mu}_{\nu} + W \tilde{W}^{\mu}_{\nu} \tilde{n}^{\rho}_V \nabla_{\rho} \tilde{A}^{\mu}_{\nu} W_{\lambda} \tilde{A}^{\lambda}_{\nu} W_{\alpha} \tilde{E}^{\alpha}_{\nu} \tilde{n}^{\beta}_V$

Vũ Hũn E. nũ, Ađ. o. ã v i l e. ñ k v i l e. M. ã v i u d h e. M. n o b w r i z r e' .. "bW
M. q. a. m. n o n e. m. w. o. r. e. u. . E. ñ. 8 È V. l o b w. Â. N., V. l o b w. È d. «'. c. s. m. g. r. i. p. c.

 $\mathbb{A}^1 B, C, D, E, F$ 

ø&Mv<“ÄËœÄM®

.Eöed 5i <ñ



vřil ĚĚ 6cm ÈVAVUÄ 48cm ÈVAVŕœWÜ

ñ~~W~~W~~X~~X~~O~~O.Éë.Ëñ~~V~~V~~T~~T yst~~K~~K~~E~~Ei vè~~N~~N~~U~~U'è

V,,Êâ! ÈVtÖkç4 vNpWÆñWAGô È.ü

E0rmeEivmPũ ÊÊMô KQÊVWVñKĩÇ

È.Äu XObVXO.œVÄÜŒÇÈVËô

ØXOMÈ.ŕLŪs|d".ŕEÖMÆË"uè

$$\begin{cases} y = x^2 + 1 \\ 3x - y = -11 \end{cases}$$



00v 0ÈVAGÈÙÊÈVAGÈÙV

ÄÄÜ5i«ñ

øX009 ÅX04'.œMëöVÆS"UJÄWΨËœV,,VVVëñVÆVWVë



بۆچی؟

گونجینه‌کان رۆلێکی گرنگی

هه‌یه له ژياندا. بۆ نموونه پێگا
ده‌دات به هه‌ژمارکردنی ژماره‌ی نه‌و
تیپانه‌ی پیکدیته‌ی له 3 خۆپێندکار له
خۆپێندکاره‌کانی پۆلی ده‌یه‌م.

نامانجه‌کان

- ئه‌و پرسیاره‌ن شیکار ده‌کات
که گونجینه‌ی تێدایه. هه‌موو
گونجینه‌کانی r دانه له n
دانه دیاریده‌کات.
- ئه‌و پرسیاره‌ن شیکار ده‌کات
که په‌یوه‌ندی نیوان گۆڕپین و
گونجینه‌ی تێدایه.

له‌بیرت بێت که پزیزکردن بریتیه‌ی له پزیکه‌ستنی r شت له بنه‌په‌تی n شت له پزیزکردنیکی
دیاریکراودا. ئه‌گه‌ر له پزیکه‌ستنه‌که‌دا هه‌یچ گرنگیه‌ک نه‌درا به‌پزیزکردن. ئه‌وه‌ی ده‌ستمان ده‌که‌وێت
پێی ده‌لێین گونجین. گونجینه‌ی r دانه له بنه‌په‌تی n دانه بریتیه‌ی له کۆمه‌له‌یه‌ک که پیکدیته‌ی له r
دانه له بنه‌په‌تی n دانه.

ئه‌گه‌ر ئه‌م ژمارانه‌ت هه‌بێت، 1، 2، 3، 4، 5، ژماره‌کانی 2، 3، 5 گونجینه‌ی 3 دانه له بنه‌په‌تی
5 دانه پیکدیته‌یت. سه‌رنجبه‌ که ژماره‌کانی 3، 2، 5 هه‌مان گونجین پیکدیته‌یت به‌ پێچه‌وانه‌ی
پزیزکردنه‌که‌وه.

یانه‌یه‌کی وهرزشی هه‌لبژاردنیکی نه‌یانی سازدا بو هه‌لبژاردنی لیژنه‌یه‌کی کارگێڕی که پیکدیته‌ی له
سه‌رۆک و یاریده‌ده‌ری سه‌رۆک و پازگر و به‌رپرسی دارایی و به‌رپرسی په‌یوه‌ندییه‌کان. له نیوان 7
پالێوراودا. بۆ وهرگرته‌ی لیژنه‌ی کارگێڕی یانه‌که، چه‌ند لیژنه‌ ده‌توانی پیکبھێنریت؟

1 نموونه

جێبه‌جێکردنه‌کانی

وهرزش

هه‌لبژاردنی به‌رپرسی په‌یوه‌ندییه‌کان له	هه‌لبژاردنی به‌رپرسی دارایی له	هه‌لبژاردنی پازگر له	هه‌لبژاردنی یاریده‌ده‌ری سه‌رۆک له	هه‌لبژاردنی سه‌رۆک له
3	4	5	6	7

$$7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1} = \frac{7!}{2!} = \frac{7!}{(7-5)!} = 2520$$

یانه‌ وهرزشیه‌که پێگای هه‌لبژاردنی لیژنه‌ی کارگێڕی گۆڕی به‌مه‌رجیه‌ک هه‌ر ئه‌ندامیه‌ک له
ئه‌ندامه‌کان بۆی هه‌بێت 5 هه‌لبژێراو له حه‌وت هه‌لبژێریت، بۆ دروستبوونی لیژنه‌ی کارگێڕی بۆ
دیاریکردنی کاری هه‌ریه‌که‌یان، بۆئه‌وه‌ی ئه‌ندامانی لیژنه‌ هه‌لبژێراوه‌که خۆیان کاره‌کان
دابه‌شیکه‌ن.

2 نموونه

- ا) بەچەند رېگا دەتوانرى پىنج ئەندامە ھەلېزىراۋەكە لەنېوان خۇياندا كارەكانيان دابەشكەن؟
 ب) چەند لىژنە سەرپەرشتى ئەندامەكان دەتوانن پىكىبھېنن بەرپىگى ھەلېزاردنە تازەكە.

شىكار

- ا) ژمارەى رېگاكان برىتېيە لە ژمارەى گۆرپىنەكانى كۆمەلەى 5 دانەبىيەكە كە دەكاتە
 $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5! = 120$
 ب) ياساى ژماردىنى بنەپەرتى بەكاربېنە
 ژمارەى لىژنە پىكھاتوھكان = ژمارەى لىژنە ھەلېزىراۋەكان \times ژمارەى گۆرپىنەكانى ھەموو
 لىژنەكە 2520 = ژمارەى لىژنە ھەلېزىراۋەكان $\times 120$
 ژمارەى لىژنەكان كەدەتوانن ھەلېزىراۋەكان. $\frac{2520}{120} = 21$ واتا 21 لىژنە.

چالامكى

بەراوردکردنى رىزکردنەكان و گونجىنەكان Comparing Arrangements and Combinations

- يەككە لە يانەكان يارىيەكى سازکرد لە نېوان ئەندامەكانى بەم شىۋەيەى خوارەو.
- يارىكەر 3 رەنوس لە دە رەنوس (لە 0 تا 9) ھەلەبىزىرئىت و لەسەر بۆردەكە دەينوسىت.
 - يارىكەر 3 گۆى رەنوسىكراۋ لە 0 تا 9 لە تورەگەيەك رادەكىشىت يەك لەدوايەك.
 - بۆ ئەوەى يارىكەرەكە بىاباتەو پىۋىستە رەنوسە نووسراۋەكان لەسەر بۆردەكە بەھەمان رىز رابكىشىت.
1. ئارام رەنوسەكانى 8، 4، 1 ى ھەلېزارد يەكەدوايەك. ئەو ئەنجامانەى كە دەبنە ھۆى بردنەوەى چىن؟
 2. رېكخەرى يارىيەكە رېساكەى گۆپى بۆ ئەوەى يارىكەرەكە بىاباتەو مەرجى دانا، ئەوئىش بە راكىشانى سى رەنوسەكە بەبى بايەخدان بەرپىزکردن. ئارام يارىيەكەى دووبارەكردەو و سوور بوو لەسەر رەنوسەكانى خۆى، ئەو ئەنجامانە چىن كە دەبىتە ھۆى بردنەوەى؟
 3. كام دوو يارى گەورەترىن بەختيان ھەيە بۆ يارىكەرەكە: يەكەم يان دووھم؟ ھۆى وەلامەكەت ديارىبەكە.

خالى چاودىرى ✓

گونجىنى r شت لە بنەپەرتى n شت Combinations of n Objects Taken r at a Time

ژمارەى گونجىنەكانى r شت لە بنەپەرتى n شت كاتىك $r \leq n$ برىتېيە لە $C(n, r) = {}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

بەرەنگارى پەيوەندى نېوان ${}_nP_r$ ، ${}_nC_r$ چىيە؟

نمونہ

3

ٹاکام پیوستہ 3 پرداخ له 5 پرداخ هه لېږت ټيټ كه ئاوى ئهم ميوانه تيدايه: ليمو، سيو، تري، موز، نهاناس. چهند ريځاي ههيه بو ئهم كرداره؟
شيكار

جيبه جيكردنه كانى

بازرگانى

دهتوانى پرداخى يه كه م له 5 پرداخ و دوهم له 4 پرداخ و سيهم له 3 پرداخ هه لېږت ټيټ. به لام هه لېږاردنى ئاوى ليمو و ئاوى موز و ئاوى تري هيچ جياوازيه كى نيه له هه لېږاردنى ئاوى موز و ئاوى تري و ئاوى ليمو. واته ريزكردن هيچ بايه خيكي نيه ليردا ئهمه ئوه دهگيه نيټ كه ژماره ئو ريځايانه ليه به ردهم ٹاكام دايه برتتبه له ريزكردنى 3 له 5 دابه شيت له سه رگورپنى 3 شت واته:

$$\frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = \frac{5!}{(5-3)!} \div 3! = \frac{5!}{3! (5-3)!} = 10$$

هه ولېده

ٹاكام چهند هه لېږاردنى ههيه ئه گهر وا پيوست بو 4 پرداخ هه لېږت ټيټ؟
كاميان گه ورته: ژماره ريزكردنى 3 له 5 يان ژماره گونجینه كانى 3 له 5؟
له دوو نمونه كه ي پيشوو ئه و ه مان ده سته كه ويټ كه په يوه نديك ههيه له نيوان ژماره ريزيه تى
r شت له بنه رته n شت و ژماره گونجینه r شت له بنه رته n شت.

هزريكي په خنه گرانه

په يوه ندى له نيوان ريزكردنه كان و گونجینه كاندا

Relation Between Arrangements and Combinations

ژماره ريزكردنه كان r شت له بنه رته n شت = ژماره گونجینه كانى r شت له بنه رته n شت
شت × ژماره ريزكردنه كان r شت.

نمونہ

4

له شيكار كردنى پرسيار يكد، زور جار پيوستيمان به هه لېږاردنى شيوازيكى گونجاو ده بيت:
ريزكردنه كان يان گونجين.

شيوازيكى گونجاو دياربكه بو هه ريه كه له مانه و له دوايدا ژماره كانى هه ژميربكه.

ا چهند ريځا ههيه بو هه لېږاردنى سه روك و ياريدده رى سه روك و رازگر له 5 هه لېږت ټيټ؟

ب چهند ريځا ههيه بو هه لېږاردنى ليژنه يه كى 3 ئه ندامى له 5 هه لېږت ټيټ.

شيكار

ا شيوازه كه ليردا شيوازي ريزكردنه كانه. چونكه داواكراو هه لېږاردنى كه سيكه بو سه روك و

$$\frac{5!}{(5-3)!} = 5 \times 4 \times 3 = 60$$

ب شيوازه كه ليردا شيوازي گونجینه كانه چونكه داواكراو كو مه ليه كه له 3 كه س

$${}_5C_3 = \frac{5!}{3! (5-3)!} = \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10$$

هه ولېده

چهند ريځا ههيه بو هه لېږاردنى ليژنه يه كى دوو كه سى له نيوان 7 كه سدا؟ چهند ريځا ههيه بو
هه لېږاردنى سه روك و ياريدده رى له ئه ندامه كانى ليژنه يه كه له 7 كه س پي كه اتوو ه؟

به كار هيټانى گونجینه كان له هه ژمير كردنى ئه گهره كان

Using Combinations in Probability

نمونہ

5

گيلاس دوو گوئى له توره گهيه ك راكيشا 5 گوئى سوور و 3 گوئى شينى تيدابوو، ئه گهرى ئه و هى دوو
گو راكيشراوه كه سوورين چنده؟

شيكار

ئهم ئه گهره يه كسانه به ريزه ژماره ئو بارانه كى كه دوو گوئيه راكيشراوه كه سوور بن بو ژماره

دانه‌کانی کۆمه‌لای ئه‌نجام (بۆشایی نمونه) ژماره‌ی یه‌که‌م ژماره‌ی گونجینی 2 بۆ 5 و دووهم ژماره‌ی گونجینی 2 بۆ 8. ژماره‌ی یه‌که‌م $C_2 = \binom{5}{2} = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$ ، ژماره‌ی دووهم $C_2 = \frac{8 \times 7}{2 \times 1} = 28$ ئه‌گه‌ری ئه‌وه‌ی دوو گۆیه‌که‌ سوور بن.

$\frac{10}{28} = 0.3571 = 35.71\%$

هه‌ولبده ئه‌گه‌ری ئه‌وه‌ی دوو گۆیه‌که‌ دوو په‌نگی جیاواز بن چهنده؟

راهیان

بهرده‌وامبوون له‌بیر کاریدا

- 1 جیاوازی نیوان ریزکردنه‌کان و گونجینه‌کان پوونبکه‌وه. به‌نمونه‌یه‌که زیاتر پوونبکه‌وه.
- 2 په‌یوهندی چیه‌یه له‌ نیوان ریزکردنی 5 له‌ بنه‌په‌تی 7 و گونجینی 5 له‌ بنه‌په‌تی 7؟ ئه‌و په‌یوهندیه‌ بنوسه. و ژماره‌ی گونجینی 5 له‌ بنه‌په‌تی 7 هه‌ژمیربکه‌؟

راهیانی ئاراسته‌کراو

- 3 چهنه‌ پێگا ده‌کریت سه‌رۆک و یاریده‌ده‌ری سه‌رۆک و رازگر له‌ نیوان ئه‌ندامه‌کانی لیژنه‌یه‌کی 6 که‌سی هه‌لبژێردریت؟
- 4 چهنه‌ پێگا ده‌کریت 3 په‌رتووک و 4 شریتی مۆسیقا له‌ هاوڕێیه‌کت که 9 په‌رتووک و 7 شریتی هه‌بیت وهرگیری؟

راهیان و جیه‌جێکردن

ئه‌مانه‌ هه‌ژمیربکه‌:

- | | | | |
|---|--------------------------------------|---|---|
| $9C_5$ 8 | $10C_7$ 7 | $8C_4$ 6 | $7C_4$ 5 |
| $12C_{12}$ 12 | $15C_{15}$ 11 | $11C_1$ 10 | $9C_1$ 9 |
| $\frac{14C_5 \times 9C_7}{23C_{12}}$ 16 | $\frac{6C_5 \times 15C_2}{21C_7}$ 15 | $\frac{4!}{3! \times 1!} \times \frac{9!}{4! \times 5!}$ 14 | $\frac{6!}{2! \times 4!} \times \frac{5!}{4! \times 1!}$ 13 |

چهنه‌ لیژنه‌ ده‌توانی پیکه‌یه‌نریت له‌ هه‌ر یه‌که‌یک له‌م بارانه‌ی خواره‌وه‌دا.

- | | |
|------------------------------|------------------------------|
| 17 3 ئه‌ندام له‌ 5 پالێوراو | 18 7 ئه‌ندام له‌ 8 پالێوراو |
| 19 8 ئه‌ندام له‌ 12 پالێوراو | 20 6 ئه‌ندام له‌ 10 پالێوراو |

توره‌گه‌یه‌که 5 گۆی سپی و 3 گۆی سه‌وزی تێدايه‌ ئه‌گه‌ری ئه‌م راکێشانانه‌ چین؟

- 21 دوو گۆی جیاواز له‌ په‌نگدا. 22 3 گۆ دووانیان سه‌وز و سپیه‌م سپی بیت

23 4 گۆ دووانيان سېى و دووانيان سەوز بن 24 5 گۆ سېيان سەوز و دووانيان سېى بېت.

لە پرسىارى 25-28 پىگى شىكارى ھەريەك لەم بارانە ديارىبەكە. «پىزکردن يان گونجىن».

25 ھەلبژاردنى 4 پەرتووك بۆ بۆلاوكردنەو لە بنەپەتى كۆمەلە پەرتووكىك كە ژمارەيان 302 پەرتووكە.

26 ھەلبژاردنى 9 يارىكەر لە 15 يارىكەر بۆ پىكھەپنانى تىپىكى سەبەتە.

27 ھەلبژاردنى چوار پالۆراو لە 200 بۆ وەرگرتنى پاداشت لە 100 ھەزار دىنار و 200 ھەزار دىنار و 500 ھەزار دىنار، و مليۆنىك دىنار.

28 ھەلبژاردنى سەرۆك و يارىدەدەرى سەرۆك بۆ سەندىكايەك كە 100 ئەندامى تىدايە.

29 **پىزىشىكى** لە تويزىنەوەيەكى نەخۆشىيەكانى دلدا. يەككە لە تويزەرەوەكان سامپلەكى ھەلبژارد لە 5 كەس لە نۆوان 10 كەس كە وەرزشى پاكردنيان ئەنجامدەدا. و 15 كەس ئەم وەرزشەيان نەدەكرد.

جىيەجىكرنەكان

أ ژمارەى ئەو پىكھاتانەى لەتوانادايە چەندە؟

ب ژمارەى ئەو پىكھاتانەى پىكدىت لە 3 كەس لەوانەى ئەو وەرزشە دەكەن چەندە؟

ج ئەگەرى ئەو لە نۆوان ئەو پىنج پىكھاتانە تەنھا 3 يان ئەم وەرزشە بكەن چەندە؟



روانين بۆ دواو

ئەم برانە بە سادەترين شىوە بنووسە.

$$\frac{2}{x(x-2)} - \frac{x}{x^2-4} \quad 31$$

$$\frac{x}{x+1} + \frac{1}{x^2-1} \quad 30$$

ئەم ھاوكيشانە شىكارىكە:

$$\sqrt{x+4} = 2 \quad 32$$

$$\sqrt{x-1} = 3\sqrt{x-2} \quad 33$$

$$\sqrt{-x} = 4\sqrt{-x-2} \quad 34$$

روانين بۆ پىشەو

35 بەمەبەستى ناوانى ئەندامەكانى نوسىنگەى يانەى بروسك. 5 ناو بە تىروپشك پاكىشرا لە نۆوان ناوى 8 پالۆراو كە پىكھاتبوو لە 8 ئەندامى شەرف و 22 ئەندامى كارا.

أ ئەگەرى ئەو پىنج ناو كە ئەندامانى شەرف بن چەندە؟

ب ئەگەرى ئەو 4 ناو لە پىنج ناو كە ئەندامەكانى شەرف بن چەندە؟

ج ئەگەرى ئەو لە نۆوان پىنج ناو كە 3 ناويان بەلايەنى كەمەو ئەندامانى شەرف بن چەندە؟

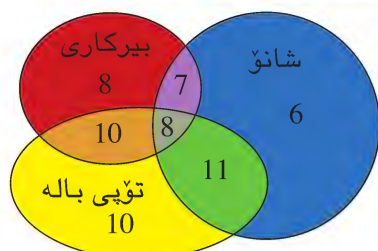
كۆكرىنەنەۋەى ئەگەرەكان

Adding Probabilities



بۇچى؟

دەتوانىت كىردارى كۆكرىنەنەۋە
بەكارىيەننىت بۇ ھەتەمىركىرنى ئەگەرى
پوودانى دوو پووداۋ يان زىاتىر.



لە ئامادەى پىزگاريدا سى جۇر يانە ھەيە. يانەى شانۇ
لە 32 ئەندام پىكھاتوۋە و يانەى بىركارى لە 33 ئەندام
پىكھاتوۋە و يانەى تۆپى بالە لە 39 ئەندام پىكھاتوۋە.

ھەندى لە خويندىكاران سەر بەيانەيەك زىاتىر ھەروەك لەم
ھىلكارىيەى بەرامبەرت پوونىكراۋەتەۋە بەپۆۋەبەر يەككەك لە

ئەندامەكانى يانەكانى بەشپۆۋەيەكى پەمەكى ھەلپىژارد. ئەگەرى ئەۋەى ئەو خويندىكارە ئەندام بىت
بە لايەكى كەمەۋە لە دوو يانە چەندە؟ ھەندى

لە پووداۋەكان جيان ئەگەر يەككىيان پوويدا ئەۋا ئەۋانى تر پوونادەن. ئەگەر زارىك ھەلپەيدىن
ئەو دوو پووداۋى (دەستكەۋتنى ژمارەى تاك) و (دەستكەۋتنى ژمارەى جوت) دوو پووداۋى
جيان.

بەپچەۋانەى ئەۋە دوو پووداۋى (دەستكەۋتنى ژمارەى جوت) و (دەستكەۋتنى ژمارەى كەمتر
لە 3) دوو پووداۋى جيانىن چۈنكە دەستكەۋتنى 2 پاسادانى ھەردو پووداۋەكە بەپەكەۋە دەكات.

چالاسى

Exploring Two-Events Probability

دۆزىنەۋەى ئەگەرى پوودانى دوو پووداۋ

لەمەۋدوا پىۋىستىت بە دوو بەردەزارى پەنگاورەنگى جياۋاز دەپىت.

1. خىشتەى خوارەۋە بنوسەۋە پاشان تەۋاۋى بىكە. بەھەلانى دوو بەردەزار 10 چار. لەگەل
ۋەرگرتنى ئەو دوو ژمارەيەى لەسەر ھەردو پوۋى سەرەۋەى دوو بەردەزارەكە دەردەكەۋىت.

ھەلدان	بەردەزارى يەكەم	بەردەزارى دوۋەم	سەرچەم	ئەنجامى لىكدان
1				
2				
3				
⋮				

ۋانەى

4

ئامانجەكان

- ئەگەرى دوو پووداۋى جيا
ھەژماردەكات.
- ئەگەرى دوو پووداۋ
جيانەبن ھەژماردەكات.
- ئەگەرى دۆۋ پووداۋ
ھەژماردەكات.

جىپەجىكرىنەكان

بۇ خۇشى

ج	ب	ا

2. ئەم خستەيەي بەرامبەرت تەواويكە بەسود وەرگرتن

لە خستەي نمونەي يەكەم و ئەگەري پووداني
هەر پووداويك لەم پوودانە پوونبەكەوه.

ا لەم بارەدا A : «پووداويكە ژمارەي 6 لەسەر

پووي زاري يەكەم دەرکەوييت» و B «پووداويكە
ژمارە 3 لەسەر پووي زاري يەكەم دەرکەوييت».

ب لەم بارەدا A : «پووداويكە. لەسەر پووي زاري يەكەم 6 دەرکەوييت» و B :

«پووداويكە کۆي ژمارەي سەر هەردوو زارەكە 7 ببيت».

ج لەم بارەدا A لەسەر پووي زاري يەكەم ئەو ژمارەيەي دەرکەوت بچوکتەرە لە 5 و B

پووداويكە (ئەنجامي ليكداني دوو ژمارەي سەر دوو زارەكە گەورەترە لە 5).

3. بە پشت بەستن بەو ئەنجامانەي دەستکەوتوو ئەيا $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ ؟

لە چ باریکدا ئەم پەيوەنديە راستە؟

خالي چاوديري ✓

بۆ ئەوەي زياتر هەستبکەيت بە ئاشکراي جياوازي نيوان پووداوه جياکان و پووداوه ناجياکان
سەرەنجي ئەمانەي خوارەوه بدە.

دوو پووداوي ناجيا

A = دەستکەوتني ژمارەي جووت

$$P(A) = \frac{3}{6}$$

C = دەستکەوتني ژمارە 4

$$P(C) = \frac{1}{6}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{6}, A \cap B \neq \emptyset$$

$$P(A \cup C) = \frac{3}{6}$$

لەبەرئەوەي دوو پووداوهكە جيانين پيوسته
ئەگەري پووداوي $A \cap C$ لە کۆي ئەگەري دوو
پووداوهكە دەرکەين.

$$P(A \cup C) = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

دوو پووداوي جيا

A = دەستکەوتني ژمارەي جووت

$$P(A) = \frac{3}{6}$$

B = دەستکەوتني ژمارە 3

$$P(B) = \frac{1}{6}$$

$$P(A \cap B) = 0 \text{ و } A \cap B = \emptyset$$

$$P(A \cup B) = \frac{4}{6}$$

لەبەرئەوەي دوو پووداوهكە جيان. ئەگەري
پووداوي $A \cup B$ يەكسانە بە کۆي ئەگەري
هەردوو پووداوهكە

$$P(A \cup B) = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Probability of A or B

ئەگەري پووداوي A يان B

A, B دوو پووداوي هەمان تاقیکردنەوهي پەمەکين

$$P(A \text{ يان } B) = P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

ئەگەر A و B جياين ئەوا:

$$P(A \text{ يان } B) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

ئەگەر A و B جيانەبن ئەوا:

کام لە دوو پيسايەي پيشوو بۆ هەموو بارەکان بەکارديت؟ وەلامەکەت پوونبەكەوه.

خالي چاوديري ✓

نمونہ

جیبہ جیکر دن

نمار

سہرجم	می	نیر	
27	9	18	لہگل
37	25	12	دژ
36	16	20	بی پا
100	50	50	سہرجم

لہ پارسپیہ کدا بو پای گشتی لہباری
نوئکردنہ وہی شیوازہ پەروردہ بیہکان. نمونہ یه
که له 100 هاوالاتی پیکهاتبون
پرسیاریان ئاراستهکرا. ئەم خسته یه
بهرامبهرت ئەنجامی ئەم پارسپیہ پووندهکاتهوه

یهکێک لهوانه ی پارسپیہ که یان ئاراستهکردبوو وبه شیوه یهکی هه پهمهکی هه لێژیا. ئەگهری
ئوهی ئەو هاوالاتیه دژى نوێخوازی بیٹ یان هیچ رایهکی نه بیٹ چهنده؟
شیکار

ههردوو پرووداوی (دژ) و (بی پا) دوو پرووداوی جیان. لێره دا ئوهی هه مانه

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{37}{100} + \frac{36}{100} = \frac{73}{100} = 73\%$$

نمونہ

ئەگهری ئوهی ئەو که سهی هه لێژیاوه به هه پهمهکی نیربیت یان لهوانه بیٹ که دژى نوێخوازی
بیٹ چهنده؟

شیکار

ههردوو پرووداوی (نیر) و (دژ) دوو پرووداوی جیانین

$$P(\text{نیر و دژ}) = P(\text{نیر}) + P(\text{دژ}) - P(\text{نیر یان دژ})$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{50}{100} + \frac{37}{100} - \frac{12}{100} = \frac{75}{100} = 75\%$$

ئەگهری ئوهی ئەو که سهی هه لێژیاوه به هه پهمهکی می بیٹ یان لهوانه بیٹ که (بی پا) چهنده؟ ههولبده

Probability of an Event

دژه پروودا

ئەگه بگه پینه وه بو نمونە که ی پیشوو. دوو پرووداوی (دژ) و (لهگل یان بی پا) تهنه دوو
پرووداوی جیانین. به لکو پروونه دانى یه کیکیان واته پروودانى ئهوی تریان له م باره دا
هه ریه کیکیان دژى ئهوی تریانە Complement. به شیوه یهکی گشتی: ده لیت پرووداوی B دژى
پرووداوی A ده بیٹ کاتیک دوو پرووداوه که جیان و یه کیکیان به دلناییه وه پروودات.

ئەگهری دژه (تهواوکهری) پروودا Probability of the Complement

ئەگه پرووداوی B دژه پرووداوی A بیٹ ئهوا.

$$P(A) = 1 - P(B) \quad P(B) = 1 - P(A) \quad P(A) + P(B) = 1$$

بیرکردنە وهی ره خنه گرانه ئەو هویه چیه که ریگات پده دات به نووسینی $P(A) + P(B) = 1$ کاتیک دوو پرووداوی A و B تهواوکهری یه کترین.

به گه پانه وه بو ئه و پرسیاره ی که له سه رتهای وانده باسکرا. ئەگهری ئهوی ئەو خویندکاره ی
به هه پهمهکی هه لێژیا ئەندام بیٹ به لایه نی که مه وه له دوو یانه دا چهنده؟

شیکار

پرووداوی (ئەندام له یهک یانه دا) تهواوکهری پرووداوی (ئەندام به لایه نی که مه وه له دوو یانه دا).

نمونہ

جیبہ جیکر دنهکان

بو خوشی

كهواته (ئەندام تەنیا لەیەك یانە) $1 - p =$ (ئەندام لە دوو یانەدا بەلایەکی كەمەوه) p

$$P(A) = 1 - P(B) = 1 - \frac{6+8+10}{60} = \frac{36}{60} = 0.6 = 60\%$$

هەولێدە ئەگەری ئەوهی ئەو خۆیئندکارە بەرپەمەکی هەلبژێرا ئەندام بێت لە دوو یانەدا چەندە؟

راھێنان

بەردەوامبوون لە بیر کاریدا

- 1 نموونەیهك بێنەوه بۆ دوو پرودای جیا، ویەكێکی تر بۆ دوو پروداكه جیانەبن.
- 2 تەواوکاری پرودای ئەم پروداوه چیه: «دەستكەوتنی 1 یان 2» لە كاتی هەڵدانی بەردەزاریكدا
- 3 چۆن ئەگەری ئەم پروداوه هەژمێردەكەیت: «دەستكەوتنی ژمارە 3 یان 3» لە هەڵدانی بەردەزاریكدا؟

راھێنانی ئاراستە کراو

ئەنجامەکانی راپرسی بۆ نوێکردنەوهی شیوازی پەروردەیی بکاربھێنە بۆ شیکارکردنی هەردوو پرسباری 4 و 5.

- 4 ئەگەری ئەو كەسە بەرپەمەکی هەلبژێرا پای هەبێت چەندە؟
- 5 ئەگەری ئەوهی ئەو كەسە بەرپەمەکی هەلبژێرا نێر بێت یان لەوانە نەبێت كە لەگەڵ نوێخوازی بێت چەندە؟



- 6 لە دواناوەندییەكدا سی یانە هەیه: یانە 24 ئەندامی هەیه و یانە 29 تۆپی سەرمیژ ئەندامی هەیه و یانە 28 ئەندامی هەیه، هەندێ لە خۆیئندکارەکان سەریەیانەیهك زیاترن. هەروەك لەم هێلکارییە بەرامبەرەدا پرونکراوەتەوه. بەرپۆهەر ئەندامێکی ئەم یانە بەرپەمەکی هەلبژارد. ئەگەری ئەوهی ئەو خۆیئندکارە بەلایەنی زۆرەوه ئەندام بێت لە دوو یانەدا چەندە؟

راھێنان و جێبەجێکردن

هەلۆ بەردەزاریکی هەلدا. ئەگەری دەستكەوتنی ئەم پروداوانە چەندە؟

- 7 5 یان 6؟
- 8 1 یان 4؟
- 9 ژمارە 3 یان 3؟
- 10 ژمارە 2 یان 2؟
- 11 1 یان ژمارەیهك بچوكتەر لە 4؟
- 12 6 یان ژمارەیهك گەورەتر لە 2؟
- 13 ژمارەیهك بچوكتەر لە یەك؟
- 14 ژمارەیهك جووت نەبێت؟
- 15 ژمارەیهك جووت یان تەك؟

(1; 1)	(2; 1)	(3; 1)	(4; 1)	(5; 1)	(6; 1)
(1; 2)	(2; 2)	(3; 2)	(4; 2)	(5; 2)	(6; 2)
(1; 3)	(2; 3)	(3; 3)	(4; 3)	(5; 3)	(6; 3)
(1; 4)	(2; 4)	(3; 4)	(4; 4)	(5; 4)	(6; 4)
(1; 5)	(2; 5)	(3; 5)	(4; 5)	(5; 5)	(6; 5)
(1; 6)	(2; 6)	(3; 6)	(4; 6)	(5; 6)	(6; 6)

ئەم خشتەیه ئەنجامەکانی هەڵدانی دوو بەردەزار پروندەکاتەوه. لە پرسباری 16 تا 18 خشتەكە بەکاربھێنە بۆ دیاریکردنی ئەوهی كە دوو پروداوهكە جیان، و بۆ دۆزینەوه ئەگەری پروداوه ئاویتەكه.

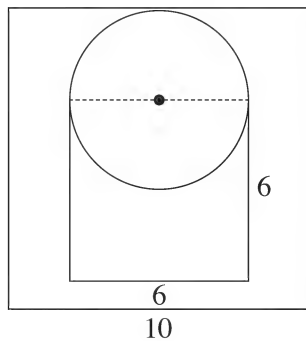
جێبەجێکردنەکان

- 16 دەستكە وتنى سەرجه مېك يەكسان بېت بە 2 يان دەستكە وتنى سەرجه مېك يەكسان بېت بە 4 .
- 17 دەستكە وتنى سەرجه مېك گەرە تېرىت لە 2 يان دەستكە وتنى سەرجه مې گەرە تېرىت بېت لە 6 .
- 18 دەستكە وتنى سەرجه مېك بچوكتېرىت لە 3 يان دەستكە وتنى سەرجه مېك بچوكتېرىت لە 10 .
- 19 چەند ژمارەى تەواو لە 1 تا 600 ھەيە كە تواناى دابەشبوونى ھەيە بەسەر 2 يان 3 دا ؟
ئەگەرئى ئەوئى ئەو ژمارەى كە بە ھەرپەمەكى ھەلېژراو لە نېوان 1 تا 600 و تواناى دابەشبوونى نەيە بەسەر 2 و 3 دا چەندە؟
- 20 چەند ژمارەى تەواو لە 1 تا 3 500 ھەيە كە تواناى دابەشبوونى ھەيە بەسەر 5 يان 7 دا ؟
ئەگەرئى ئەوئى ئەو ژمارەى كە بە ھەرپەمەكى ھەلېژراو لە نېوان 1 تا 3 500 و تواناى دابەشبوونى نەيە بەسەر 5 و 7 دا چەندە؟

لە پرسیارى 21-26 ئەگەرئى تەواو كەرى پووداوى ھەريەك لەم ئەگەرئەنى خوارەو بەدۆزەو .

- 21 $\frac{1}{3}$ 22 $\frac{4}{11}$ 23 0.782
- 24 0.324 25 0 26 1

ئەندازە ئالان تیرەكەى بۆ سەر چوارگۆشە گەرەكە ھەلدا. ئەگەرئى ئەوئى ئەو تیرە كە ھەريەك لەمانەى خوارەو بېيكت چەندە.



- 27 بازەكە؟
- 28 چوارگۆشە بچووكەكە؟
- 29 چوارگۆشە بچووكەكە بە مەرچيە ئەو بەشەى تېدانەبېت كە ھاوبەشە لەگەل بازەكە؟
- 30 ناوچەى ھاوبەش لە نېوان بازە و چوارگۆشە بچووكەكە يان بازەكە؟
- 31 چوارگۆشە بچووكەكە يان بازەكە؟

32 چاودېرى جۆرى سندوقك 35 پارچەى يەدەگى ئۆتۆمبىلى تېدايە، 8

پارچەيان باش نېيە، يەككە لە پشكېنەرانى فەرمانگەى چاودېرى جۆرى ھەستا بەوەرگرتنى 5 پارچە بۆ پشكېنەيان. ئەگەرئى ئەوئى يەككە لەم پارچانە باش نەبېت چەندە؟

بەستەنەو

جېبەجېکردن

روانين بۆ دواو

ئەمانە بەپېگای پوونکردنەو شىكاربەكە لە پروتەختى پۆتاندا.

- 33 $3 < x < 8$ 34 $-14 \leq x \leq -2$ 35 $-1 < y < 3$

نەم برانە شىتەلېكە.

- 36 $x^2 - x - 42$ 37 $3x^2 - 16x - 12$ 38 $81x^2 + 18x + 1$

روانين بۆ پېشەو

- 39 تورەگەيەك 4 گۆى سوورى تېدايە پەنوسكراون لە 1 تا 4 و 4 گۆى شىنى تېدايە پەنوسكراون لە 1 تا 4 ، و 4 گۆى سەوزى پەنوسكراون لە 1 تا 4 . پزگار گۆيەكى پاكېشا ئەگەرئى ئەوئى گۆيەكە ژمارە 1 ھەلگريت چەندە؟ پزگار گۆيەكەى گەراندەو بۆ تورەگەكە. ئەم جارەيان گۆيەكى تری پاكېشا سوور بوو. ئايا گۆپانكارى بەسەر ئەگەرئى ئەوئى كە گۆيەكە ھەلگري ژمارەى 1 بېت چەندە؟ وەلامەكەت پوونبەرەو.

پووداوه سەربەخۆیەکان

Independent Events



بۆچی؟

دەتوانیت یاسای ئەگەری
دوو پووداوی سەربەخۆ بەکاربهێنیت بۆ
دۆزینەوهی گەلیک لە ئەگەرە
گرنگەکان. نموونە بۆ ئەوە ئەگەری
ئەوهی کە دوو خۆیندکار لە پۆلیکا
لەبەك پۆژدا لە دایک بووین.



وانە 5

نامانجەکان

- هەژمیری ئەگەری پوودانی
دوو پووداوی سەربەخۆ یان
زیاتر دەکات

پۆلی دەیهەم 35 خۆیندکار دەگریتهوه، ئەگەری ئەوهی دوو خۆیندکار لەوانە بەلایەنی کەمەوه
لەبەك مانگ ولە یەك پۆژدا لە دایک بووین چەندە!

بۆ ئەوهی وهلامی ئەم پرسیارە بدەیتەوه، پێویستە بزانییت چۆن جیاوازی دەکەیت لە نێوان پووداوه
سەربەخۆیەکان و پووداوه بەیەکیستراوهکان و چۆن هەژمیری ئەگەری پوودانی دوو پووداوی
سەربەخۆ دەکەیت. ئەمەت لەم چالاکییە خواروه بۆ پوونددەیتەوه.

چالاکى

Exploring Independent Events

دۆزینەوهی پووداوه سەربەخۆیەکان

کامەرەن پارچە دراویکی کانزایی و بەردەزاریکی هەڵدا.

1. هێمای A دابنێ بۆ پووداوی: « دەستکەوتنی شێر » لەکاتی هەڵدانی پارچە پارەکە، ئەگەری
ئەم پووداوه چەندە $P(A) \times$ ؟

2. هێمای C دابنێ بۆ پووداوی: « دەستکەوتنی ژمارە 3 » لەکاتی هەڵدانی زارەکە ئەگەری ئەم
پووداوه چەندە $P(C) \times$ ؟

3. ئایا پوودانی یەکیک لەو دوو پووداوه کاردەکاتە سەر پوودانی ئەوی تریان؟ هۆیەکی دیاریبکە.

4. بەشێوهی جووتە پێکخراو ئەنجامی هەڵدانی پارچە پارە کانزاییەکە و زارەکە بەیەکەوه بنووسە.
بۆ نموونە $(A, 3)$ ئەگەر کامەرەن شێر و ژمارە 3 دەستکەوت. لیستیەک پێکبەهێنە کە هەموو
ئەنجامەکانی لە توانادا هەیه لە هەڵدانی پارچە پارەکە و زارەکە. هەژمیری ئەگەری پوودانی
هەردوو پووداوی A و C بەیەکەوه بکە و اتا $P(A) \times P(C)$.

5. هەژمیری $P(A) \times P(C)$ بکە. ئایا $P(A \cap C)$ یەکسانە بە $P(A) \times P(C)$.

6. هێمای D دابنێ بۆ پووداوی: « دەستکەوتنی ژمارە 4 جووت » لە کاتی هەڵدانی زارەکە $P(D)$
بدۆزەرەوه $P(A \cap D)$.

7. $P(A \cap D)$ بدۆزەرەوه بەبەکارهێنانی ئەو لیستە کە دروستکردوو لە پرسیارى 4 دا.
ئایا $P(A \cap D)$ یەکسانە بە $P(A) \times P(D)$ ؟

8. چیت دەست دەکەوێت لە ئەگەری پوودانی دوو پووداوه بەیەکەوه. ئەگەر پوودانی یەکیکیان
کارنەکاتە سەر پوودانی ئەوی تریان؟

✓ خالی چاودێری

بە زۆر پووداۋ دەوترىت سەربەخۇن Independent. ئەگەر پوودانى يەككىيان يان پوونەدانى كارنەكاتە سەر پوودانى پووداۋەكانى تر. نموونە بۇ ئەۋە ھەلەدانى دوو بەردەزار. بەزۆر پووداۋ دەوترىت بەيەكبەستراۋ Dependent ئەگەر پوودانى يەككىيان يان پوونەدانى كارىكاتە سەر پوودانى پووداۋەكەى تر يان پووداۋەكانى تر.

ئەگەرى دوو پووداۋى سەربەخۇن Probability of Independent Events

دوو پووداۋى A و B سەربەخۇن دەبن تەنھا ئەگەر $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ و دوو پووداۋەكە بەيەكبەستراۋ دەبن لە بارەكانى تر.

نمونە 1

خونچە دوو تورەگەى ھەبوو يەككىيان 9 گۆى سوورو 3 گۆى سەۋى تىدابوو و ئەۋى تریان 9 گۆى پەش و 6 گۆى زەردى تىدابوو. خونچە گۆيەكى لەھەر تورەگەيەك پاكىشا. ئەگەرى ئەۋى گۆيە پاكىشاۋەكە لە تورەگەى يەكەمدا سەۋى بىت و گۆيە پاكىشاۋەكە لە تورەگەى دوۋەمدا پەش بىت چەندە.

شىكار

تورەگەى يەكەم كاتىك G پووداۋى $P(G) = \frac{3}{3+9} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ «گۆى سەۋى» بىت
تورەگەى دوۋەم كاتىك G پووداۋى $P(B) = \frac{9}{6+9} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$ «گۆى پەش» بىت
لەبەر ئەۋى دوو پووداۋەكە سەربەخۇن

$$P(G \cap B) = \frac{1}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{20}$$

ئەگەرى ئەۋى گۆى پاكىشاۋەكە لە تورەگەى يەكەم سەۋى و لە تورەگەى دوۋەم پەش بىت برىتييە لە $\frac{3}{20} = 0.15 = 15\%$

نمونە 2

خويندكارەكانى ھەر يەكە لە ھۆبەكانى A و B لە پۆلى دەيەم نوينەريكيان بۇ خويان ھەلبارد بەناۋى ئەۋانەۋە لە ئاھەنگى كۆتايى سالى خويندن قسەبكات. دانا لە ھۆبەى A كەژمارەيان 18 خويندكار بوو و زانا لە ھۆبەى B كە ژمارەيان 20 خويندكارە بوو. ئەگەرى ئەۋى ئەم دوۋانە نوينەربىن چەندە؟

شىكار

گريمان M ھىمايىت بۇ پووداۋى (دانا نوينەريپىت) و ھىمايى T كەزانا نوينەريپىت.

$$P(T) = \frac{1}{20} \quad P(M) = \frac{1}{18}$$

لەبەر ئەۋى ھەردوو پووداۋى M و T سەربەخۇن ئەۋا.

$$P(M \cap T) = P(M) \times P(T) = \frac{1}{18} \times \frac{1}{20} = \frac{1}{360} \approx 0.03\%$$

بىر كىرەنەۋى پەخنەكرانە

ياساى ئەگەرى دوو پووداۋى سەربەخۇن دەتوانىت گشتگىرى بىكەيت بۇ ئەۋى ژمارەيەكى زۆر پووداۋى سەربەخۇن بگريتەخۇ ئەگەرى دەستكەۋتنى ژمارەى جووت لە ھەلەدانى بەردەزارىكدا سى جار بەيەك بەدوايىيەك برىتيە لە $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ ئەگەرى ئەۋى 4 شىرت دەستكەۋىت لە ھەلەدانى پارچە پارەيەكى كانزابى 4 جارى يەك بەدوايىيەك، چەندە، ياسايەك بنووسە بۇ ھەژمىركردنى ئەگەرى پوودانى n پووداۋ بەيەكەۋە كاتىك ئم پوداۋانە سەربەخۇن بن.

بەگەرپانەو بۇ پىرسىيارەكەى سەرەتاي وانەكە، كرا ئەگەرى ئەوۋى كە دوو خويندكارەكە بەلايەنى كەمەوۋە لە يەك مانگ و لە يەك پۇژدا لە دايك بوۋىن لە نىۋان كۆمەلە 5 خويندكاردا چەندە؟

لە گۆشەيەكى جياوازەوۋە. سەيرى كارەكە بىكە دژە پووداۋ بەكاربەيئە. وا دابنى كە لە پۇلەكەدا دوو خويندكار نىيە كە لەيەك مانگ ويەك پۇژدا لە دايك بوۋىن. واى دابنى كە سالەكە 365 پۇژە. لەوانەيە پۇژى لە دايكبوۋىنى يەكەم ھەر پۇژىك بىت لە پۇژەكانى سال $\frac{365}{365}$. لەوانەيە پۇژى لە دايكبوۋىنى دوۋەم ھەر پۇژىك بىت لە 364 پۇژدا $\frac{364}{365}$. لەوانەيە پۇژى لە دايكبوۋىنى سىيەم ھەر پۇژىك بىت لە 363 پۇژدا $\frac{363}{365}$. بەم شىۋەيە بەردەوام دەيىت ھەتا خويندكارى چوارەم و پىنجەم $\frac{361}{365}$ ، $\frac{362}{365}$.

$$P(\bar{B}) = \frac{365}{365} \times \frac{364}{365} \times \frac{363}{365} \times \frac{362}{365} \times \frac{361}{365} \approx 0.97$$
ياساى ئەگەرى دژە پووداۋ بەكاربەيئە بۇ ھەژمىركردنى ئەگەرى ئەوۋى كە دوو خويندكارەكە بەلايەنى كەمەوۋە لە يەك مانگ و يەك پۇژدا لە دايك بوۋىن.
(دوو خويندكار لە ھەمان مانگ و پۇژ لە دايك بوۋىن) $1 - P =$ (بەلايەنى كەم دوو خويندكار لە ھەمان مانگ و پۇژ لە دايكبوۋىن) P .

$$P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - 0.97 = 0.03 = 3\%$$
كەواتە، ئەگەرى ئەوۋى كە دوو خويندكار بەلاى كەمەوۋە ھەمان پۇژى لە دايكبوۋىن ھەيىت نىكەى 3%.

ھەلۋىدە ئەگەرى ئەوۋى دوو خويندكار بەلاى كەمەوۋە لەيەك مانگ ولەيەك پۇژدا لە دايك بوۋىن لە نىۋان 7 خويندكاردا چەندە؟

رايىنان

بەردەوامبوۋىن لەبىر كارىدا

1. نمونەيەك بەيئەوۋە لەسەر دوو پووداۋى سەربەخۇ و نمونەيەكى تر لەسەر دوو پووداۋى بەيەكەستراۋ؟
2. چۇن ئەگەرى پوودانى دوو پووداۋى سەربەخۇ بەيەكەوۋە ئەژمىر دەكەيت؟
3. جياواۋى چىيە لە نىۋان دوو پووداۋى جيا و دوو پووداۋى سەربەخۇ. نمونە بۇئەمانە بەيئەرەوۋە.

رايىنانى ئاراستە كراۋ

4. دارا دوو تورەگەى ھەيە يەكەميان 5 گۆى پەش و 5 گۆى سىي تىدايە. دوۋەميان گۆيەكى سەوز دوو و گۆى سوۋرى تىدايە. دارا گۆيەكى لە ھەر تورەگەيەك پاكىشا ئەگەرى ئەوۋى گۆيە پاكىشاۋەكە لە تورەگەى يەكەم پەش بىت و لە تورەگەى دوۋەم سەوزبىت چەندە؟
5. خويندكارەكانى ھەردوۋ ھۆبەى A و B پۇلى دەيەم ھەريەكەيان نوينەرئىكى ھەلپژارد كە بە ناويانەوۋە قسەبكات لە ئاھەنگى كۆتابى سالى خويندندا. تارين لە ھۆبەى A ھەلپژارا كە ژمارەيان 22 خويندكارە وزارا لە ھۆبەى B ھەلپژارا كە ژمارەيان 19 خويندكارە. ئەگەرى ئەوۋى ھەردوۋكيان نوينەر بن چەندە؟

6 يانەيەكى ھەلەبەست لە دواناوەندييەكدا 40 ئەندامى ھەيە. ئەگەرى ئەوھى بەلايەنى كەمەوھ دوو خويىندكار لە ئەندامەكانى يانەكە لە يەك مانگ و لە يەك پۆژدا لە دايك بووبن چەندە؟

راھىيان و جىيەجىکردن

پووداوەكانى A, B, C, D سەريەخۆن $P(A)=0.5, P(B)=0.25, P(C)=0.75, P(D)=0.1$ ئەمانە ھەژمىرىكە.

$P(C \cap B)$	9	$P(A \cap C)$	8	$P(A \cap B)$	7
$P(B \cap D)$	12	$P(A \cap D)$	11	$P(C \cap D)$	10

لە کاتى ھەلەدانى بەردەزارىکدا ئايا ئەم دوو پووداوانەى خوارەوھ سەريەخۆن يان بەيەكبەستراون.

13 «دەستکەوتنى ژمارەى جوت»؛ «دەستکەوتنى ژمارەى 2 يان 4».

14 «دەستکەوتنى ژمارەى جوت»؛ «دەستکەوتنى ژمارەى 1 يان 4».

15 «دەستکەوتنى ژمارەى 6»؛ «دەستکەوتنى ژمارەيەك کەلە 5 بچووکترىت».

16 «دەستکەوتنى ژمارەى 4»؛ «دەستکەوتنى ژمارەيەك لە 3 گەورەترىت».

سەيرى ئەم چەرخە ميلدارەى بەرامبەرت بکە. کاتيک ھەشت پارچەکەى لە پووبەردا يەکسان بن و چەرخەكە ژمارەكانى 1 تا 8 ھەلگرتووھ. ئەگەرى ھەر پووداويك لەم پووداوانەى خوارەوھ بدۆزەرەوھ لە کاتى جولانى چەرخەكە سى جار.



17 ميلەكە لە ھەر جارىکدا لە بەردەم ژمارە 3 يان لە

بەردەم ئەو ژمارەى لە 5 گەورەترە پابوھستىت.

18 ميلەكە لە ھەر جارىکدا لە بەردەم ژمارە 4 يان لە

بەردەم ئەو ژمارەى لە 6 بچووکترە پابوھستىت.

19 ميلەكە لە ھەر جارىکدا لە بەردەم ژمارە 5 يان لە

بەردەم ئەو ژمارەى لە 7 بچووکترە پابوھستىت.

20 ميلەكە يەك جار لە بەردەم ژمارە 8 يان لە بەردەم

ئەو ژمارەى لە 3 گەورەترە پابوھستىت.

21 ئەگەرى ئامادەبوونى کامەران لە ئاھەنگىکدا 80% بىت و ئەگەرى ئامادەبوونى ھەلۆ

95% بىت ئەگەرى ئامادەبوونى ھەردووکیان پیکەوھ چەندە، ئەگەربزانىت ئامادەبوونى

يەکیکیان کارناکانە سەر ئامادەبون و نەبوونى ئەويتريان.

22 تورەگەيەك 15 گۆى پەنوس کراوى لە 1 تا 15 تىدايە، باوان گۆيەكى پاكيشا لە دواييدا

گەراندییەوھ بۆ تورەگەكە، پاشان گۆيەكى بۆ جارى دووھم پاكيشا.

ا ئەگەرى ئەوھى ئەو گۆيەى كە باوان پاكيشا لە ھەردوو جارىدا ژمارە 8 بىت چەندە؟

ب ئەگەرى ئەوھى ئەو گۆيەى كە باوان رايكيشاوە ژمارەى 8 بىت لەيەك جارىدا چەندە؟

(يارمەتى: ئەژمىرى ئەگەرى ئەوھى ئەو گۆيەى ژمارە 8 بىت لە يەكەم جارىدا

پاكيشرايى يا لە دووھم جارىدا نەك لە ھەردوو جارىدا بەيەكەوھ)

23 **فروكەوانى** تومارەكانى يەككە لە كۆمپانیاكانى فروكەوانى پيشانى دەدات كە گەشتەكەيان

لە تاران بۆ ھەولير كە لە كاتى خويدا دەگات لە 92% گەشتەكانيانە. گەشتەكەيان

لەھەوليرەوھ بۆ عەمان دەردەچيىت لە كاتى خويدا لە 97% گەشتەكانە. ئاشتى ويستی گەشتيك

بكات لە تارانەوھ بۆ عەمان بەمەرجيك بە ھەوليردا بروت، ئەگەرى ئەوھى فروكەكەى

دەيگوازيتەوھ بۆ ھەولير لە كاتى خويدا بىت چەندە لە دوايدا بگاتە عەمان لە كاتى خويدا؟

روانين بۆدواوه

ئەگەر x ، y سفر نەبن. ئەم برانەى خوارەو بە سادەترین شیۆە بنووسە.

$$(2x^2y^{-2})^{-3}(-x^2y)^3 \quad \boxed{25}$$

$$(x^{-2}y^3)^2(3xy^0)^3 \quad \boxed{24}$$

$$\left(\frac{3x^2y^{-2}}{5x^2y}\right)^2 \quad \boxed{26}$$

روانين بۆپېشەوہ

27 نیاز 3 پارچە دراوی کانزایی ھاوشیۆەى ھەلدا. ئەگەرى دەستکەوتنى 3 خەت لە ھەر بارىك لەم بارانەى خوارەو بەدۆزەرەوہ.

أ بارى يەكەم: يەكئەك لە پووەکانى ھەریەك لە پارچەکان شىرېت. (ھەرسى پارچە پارەكە ئاسایی بن)

ب يەك لە پارچەکان شىر لەسەر ھەردوو پووەكەى ھەبىت. (دوو پارچەكەى تر ئاسایی بن).

ج دوو لە پارچەکان شىر لەسەر ھەردوو پووەكەى ھەبىت. (پارچە پارەى سییەم ئاسایی بىت).

پيؤهرهكانى پهرتبوون

Measurments of Dispersion



بۇچى؟

دەتوانىت پيؤهرهكانى

پهرتبوون بەكاربەينىت بۇ
بەراورىكرىنى دوو كۆمەللە پيؤراوى
هاوشىئو ۈك تىكرائى مانگانە بۇ
پلەكانى گەرما لە دوو شاردا.

ۋانەسى

6

ئامانجەكان

- پيؤهرهكانى پهرتبوون ۈك
مەۋداۋ لادانى ناۋەندى و
ليكنەچوون و لادانى
پيؤانەسى ھەژمىردەكات
ۋەكارىيان دەھىئىت.

Dispersion Concept

چەمكى پهرتبوون

ناۋەندى پلەكانى گەرما لە شارى جەدە.	كانونى دوۋەم
23.32	كانونى دوۋەم
23.77	شوبات
25.8	ئازار
28.08	نيسان
30.51	مايس
31.25	حزيران
32.7	تموز
32.25	ئاب
31.27	ئەيلول
30.1	تشرىنى يەكەم
28.2	تشرىنى دوۋەم
24.9	كانونى يەكەم

ناۋەندى پلەكانى گەرما لە شارى رىياز.	كانونى دوۋەم
16.63	كانونى دوۋەم
17.8	شوبات
22.94	ئازار
26.37	نيسان
32.61	مايس
35.62	حزيران
37.06	تموز
36.81	ئاب
33.06	ئەيلول
28.34	تشرىنى يەكەم
22.5	تشرىنى دوۋەم
14.35	كانونى يەكەم

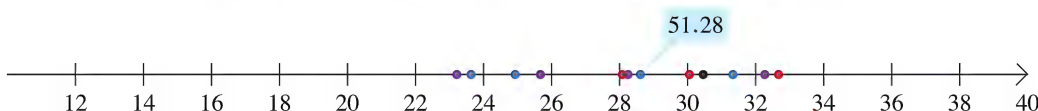
ئەم خستەى بەرامبەرت تىكرائى پلەكانى
گەرما لە 12 مانگدا پروندەكاتەۋە لە
ھەردوۋ شارى رىياز و جە. ناۋەندى
پلەكانى گەرما لە خستەى يەكەمدا
دەگاتە 27 بەلام لە خستەى دوۋەمدا
ناۋەندى پلەكانى گەرما دەكاتە 28.51،
ئەگەر بەھاكانى دوو خستەكە لەسەر
تەۋەرى ژمارەكان دابىئىن دەبىنن:

جىيەجىكرىدەكان

كەش و ھەۋا



نۋاندنى پيؤراۋەكانى خستەى يەكەم لەسەر تەۋەرى ژمارەكان



نۋاندنى پيؤراۋەكانى خستەى دوۋەم لەسەر تەۋەرى ژمارەكان

ناۋەندى خستەى دوۋەم (28.51) پلەكانى گەرما دەردەپرئى لە شارى جە بە شىۋەيەكى باشتەر لە
دەرپرئى

تیکرای خشته یی یه کهم (27) که پلهکانی گهرما له شاری رپاز. پلهکانی گهرما له جده نزیکه له ناوهنده که یی به پیچهوانه یی پلهکانی گهرما له شاری رپاز. ئەمەش ئەو دەگەییەتی که دەتوانین بڵین که کۆمەڵه یی به هاکانی خشته یی یه کهم پەرتبوونه که یی زیاتره له به هاکانی خشته یی دووهم.

Measures of Dispersion

پۆوههکانی پەرت بوون

ئامارناسان هەندێ له پۆوههکان به کاردههینن بۆدەرپرینی پۆوانی مهودای پەرتبونی کۆمەڵه به هایه که.

مهودا **Range**: بریتییه له جیاوازی نیوان گهههترین به ها **Maximum Value** - و بچووکتترین به ها **Minimum Value** له کۆمەڵه که. (مهودا = گهههترین به ها - بچووکتترین به ها)

ئایا وادهبینی که مهودا پەرتبونی کۆمەڵه به هایه که دەرده پری؟

بیرکردنهوه یی پەخنه گرانه

لادانی ناوهندی **Mean Deviation**: بریتییه له تیکرای دوورکهوتنهوه یی کۆمەڵه به هایه که له ناوهنده که. (لادانی ناوهندی = $\frac{1}{n}(|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \dots + |x_n - \bar{x}|)$)

$$\frac{1}{n}(|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \dots + |x_n - \bar{x}|)$$

بۆ ئەوه یی لادانی نیوانه یی هه ژماره که یی بۆ کۆمەڵه یی به های x_1, x_2, \dots, x_n لادانی هه ریکیان ده دۆزینه وه له ناوهنده ژمیره یی که وه واته $|x_1 - \bar{x}|, |x_2 - \bar{x}|, \dots, |x_n - \bar{x}|$ پاشان تیکرای ئەو لادانه ده دۆزینه وه.

$$\frac{1}{n}(|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \dots + |x_n - \bar{x}|)$$

بۆچی ئامارناسان بری $|x_n - \bar{x}|$ به کاردین بۆ دۆزینه وه یی لادانی به های x_n و له ناوهنده ژمیری و $x_n - \bar{x}$ به کارناهیئن له جیاتی ئەو.

بیرکردنهوه یی پەخنه گرانه

یه که یی له کۆمپانیایان تایه بۆ ئۆتۆمۆبیله کان دروست ده کات، 5 تاقیکردنه وه یی ئەنجامدا له سه ر دوو چه شنی تایه ژماره یی ئەو کیلۆمه ترانه یی تۆمارکرا که هه ر تایه که بریویه تی پێش ئەوه یی له که لک بکه ویت ئەم خشته یی خواره وه ئەنجامه کانی ئەم تاقیکردنه وانه پونده کاته وه، به هه زاران کیلۆمه تر.

54	50	37	43	66	تایه یی چه شنی 1
52	48	47	49	54	تایه یی چه شنی 2

أ هه ریه که له مهودا و لادانی ناوهندی بۆ ژماره یی ئەو کیلۆمه ترانه بۆزه ره وه که هه ریه که لهم جوړه تایانه بریویه تی.

ب ئەم پۆوه رانه ئاماژه بۆچی ده که ن دەرباره یی هه ریه که لهم دوو جوړه تایانه.

شیکار

أ

تایه یی چه شنی دووهم

مهودا $7 = 54 - 47$ واته 7 000 م

بۆ هه ژمیرکردنی لادانی ناوهندی. ده ست بکه به هه ژمیرکردنی ناوهند

$$\bar{x} = \frac{52 + 48 + 47 + 49 + 54}{5} = 50$$

پاشان لادانی هه ر به هایه که لهم ناوهنده وه هه ژمیرکه.

بۆ ئەمەش ئەم خشته یی پێک به.

تایه یی چه شنی یه کهم

مهودا $29 = 66 - 37$ واته 29 000 م

بۆ هه ژمیرکردنی لادانی ناوهندی. ده ست بکه به هه ژمیرکردنی ناوهند

$$\bar{x} = \frac{66 + 43 + 37 + 50 + 54}{5} = 50$$

پاشان لادانی هه ر به هایه که لهم ناوهنده وه هه ژمیرکه.

بۆ ئەمەش ئەم خشته یی پێک به.

نموونه

جێیه جێکردنه کان

بازرگانی

x_n	$ x_n - \bar{x} $
54	4
94	1
47	3
48	2
52	2
کۆ	12

x_n	$ x_n - \bar{x} $
66	16
43	7
37	13
50	0
54	4
کۆ	40

پاشان لادانی ناوهندی ههژمیر بکه بهم شیوهیه:

$$\frac{4+1+3+2+2}{5} = 2.4 \quad \text{واتا } 2400 \text{ km} \quad \text{لادانی ناوهندی}$$

$$\frac{16+7+13+0+4}{5} = 8 \quad \text{واتا } 8000 \text{ km} \quad \text{لادانی ناوهندی}$$

ب) تیبینی بکه که لادانی ناوهندی بۆ تایه چەشنی 2 که متره له لادانی ناوهندی تایه چەشنی 1 ئەمەش رێگات پییدەدات که بلییت که ناوهندی پیدراوهکانی چەشنی 2 زیاتر باوهپی پیدهکریت.

ههولبده مهوداو لادانی ناوهندی بۆ پیدراوهکانی تایه چەشنی سییهم ههژمیر بکه و بهراوردی بکه لهگهڵ پیوههکانی که دهگه پینهوه بۆ دوو تایه پیشو.

35	49	50	52	64	تایه چەشنی 3
----	----	----	----	----	--------------

تایا دهتوانری بۆ دوو کۆمهله پیدراوهکانی ههمان مهودایان ههبیّت بی ئهوهی لادانه ناوهندیهکانیان وهك يهك نهبن؟ وهلا مهكەت پرونبكه رهوه به نمونه. لیکنه چوون و لادانی پیوانهیی: دوو پیوهرن بۆ پهرتبوون بهکاردهیترین بۆ بهراوردکردنی پیدراوهکان و شیکارکردنیان.

✓ خالی چاودیاری

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \left((x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2 \right) \quad \text{لیکنه چوون:}$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \quad \text{لادانی پیوانهیی } \sigma \text{ پهگی دووجای لیکنه چوون.}$$

لادانی پیوانهیی ههژمیر بکه بۆ ئهوه دوو تایه که دوو چەشنی تایه که له نمونهی پیشو بریویانه.

نموونه

شیکار

تایه چەشنی دووهم

$$\bar{x} = \frac{54+49+47+48+52}{5} = 50$$

x_n	$x_n - \bar{x}$	$ x_n - \bar{x} ^2$
54	4	16
49	-1	1
47	-3	9
48	-2	4
52	2	4
سه رجهم	0	34

تایه چەشنی یهكهم

$$\bar{x} = \frac{66+43+37+50+54}{5} = 50$$

x_n	$x_n - \bar{x}$	$ x_n - \bar{x} ^2$
66	16	256
43	-7	49
37	-13	169
50	0	0
54	4	16
سه رجهم	0	490

جیه جیکردنهکان
پیشه سازی

لیکنه چوون : $\sigma^2 = \frac{34}{5} = 6.8$ لادانی پیوانهیی: $\sigma = 2.6$ واته $km\ 2\ 600$.

لیکنه چوون: $\sigma^2 = \frac{490}{5} = 98$ لادانی پیوانهیی: $\sigma = 9.9$ واته $km\ 9\ 900$.

ئهم ئه نجامانهی له نمونهی پېشودا دهست كهوتوووه دلنیا مان دهكات كه لادانی پیوانهیی بۆ تایه 2 كه متره له لادانی پیوانهیی بۆ تایه 1 .

لادانی پیوانهیی چهنده بۆ تایه 3 .

ههولبده

ئه گهر لادانی پیوانهیی بۆ تایه 1 چوارهم يهكسان بێت $500km$. له باره ی ئهم تایه چي دهلیت به بهراورد کردنی له گه ل دوو تایه 1 ، 2 ؟

✓ خالی چاودیڤی

كام دوو پیوهر زیاتر به کار دیت: لیکنه چوون یان لادانی پیوانهیی؟ هۆی وه لاما كهت لیكبدوه؟ به گه پانه وه بۆ ناوهندی پله كانی گهرما له دوو شاری ریاز و جد ه. ئهم خسته یه ی خواره وه پیوهره كانی په رتبه ون پوونده كاته وه بۆ ناوهندی پله كانی گهرما له م دوو شاره دا.

بیرکردنه وه ی په خنه گرانه

بیوهر	ریاز	جده
مهودا	22.71	9.38
لادانی ناوهندی	6.91	2.83
لیکنه چوون	66.46	11.2
لادانی پیوانهیی	8.15	3.35

جده	ناوهند	ریاز
<pre>1-Var Stats x=28.5125 Σx=342.15 Σx²=9878.8097 Sx=3.347425401 σx=3.204915821 n=12</pre>		<pre>1-Var Stats x=27.0075 Σx=324.09 Σx²=9483.9253 Sx=8.152326076 σx=7.805257977 n=12</pre>
	لادانی پیوانهیی	

ئوه مانای ئه وه یه كه ناوهندی پله ی گهرما په رتبه ونه كه ی كه متره له جد ه تا ریاز له بهرئه وه ی لادانی پیوانهیی شاری يه كه م كه متره له لادانی پیوانهیی شاری دووهم .

راهيان

به رده وامبوون له بیر کاریدا

- 1 بۆچی ههریهك له لادانی ناوهندی و لادانی پیوانهیی ژماره یه كی سالب نین؟
- 2 په یوهندی له نیوان لیکنه چوون و لادانی پیوانهیی پوونبكه ره وه. ئایا لادانی پیوانهیی هه میشه كه متره له لیکنه چوون؟ وه لاما كهت لیكبدوه.
- 3 بۆچی ههریهك له لادانی ناوهندی و لادانی پیوانهیی زیاتر په رتبه ون دهرده خه ن وهك له مهودا؟

راھینان و ئاراسته کراو

ناری	توانا
81	98
84	68
88	99
82	59
85	96

جیبھجیکردنہکان

4 **تاقیکردنہوہ** ئەم خشتەییە بەرامبەر نمرەکانی دوو خویندکار لە 5 تاقیکردنەوہ پووندەکاتەوہ. مەوداو لادانی ناوەندی بۆ نمرەکانی هەردوو قوتابی ئەژمێربکە. وە پوونی بکەوہ کە ئەم پێوانانە چی دەگەینن؟

5 لادانی پێوانەیی بۆ نمرەکانی ئەو دوو خویندکارە ئەژمێربکە.

راھینانی جیبھجیکردن

مەودا و لادانی ناوەندی بۆ ئەمانە ئەژمێربکە.

- 6** 8; 10; 3; 9; 10 **7** 1; 2; 4; 2; 6
- 8** 31; 103; 34; 98; 107; 23 **9** 32; 23; 68; 74; 26; 93
- 10** 2; 13; 9.4; 7.3; 12.3; 8.6; 7.6 **11** 1; 11; 14.2; 8.4; 12.2; 15.2; 10.9
- 12** -1.22; 4.35; -2.42; 2.33; 4.66
- 13** 8.72; 7.43; 2.92; -3.56; 8.78

لێکنەچوون و لادانی پێوانەیی بۆ ئەمانە ئەژمێربکە.

- 14** 9; 10; 10; 8; 7; 11; 12; 9
- 15** 8.1; 10.3; 3.4; 9.8; 10.7
- 16** -3; 2; -5; 4; -2; 8; 9; -1
- 17** 2; 4; -8; 8; 7; -2; -4; 3; 7

لادانی ناوەندی و لادانی پێوانەیی ئەژمێربکە. کام پێوەر لەم دوو پێوەرانی کەمتر پابەندە بەبەهای دەستکەوتوووە؟

- 18** 20; 30; 40; 500 **19** 0; 500; 510; 520

بەرەنگاری

20 دوو کۆمەڵە بەها پێک بهێنە کە هەمان مەودایان هەبێت. ولادانی پێوانەکانیان جیاواز بێت

21 ئایا دەبێت لادانی پێوانەیی بۆ کۆمەڵە بەهایە کە یەكسان بێت بە سفر؟ ئەگەر ئەو لە توانادایە، مەرجەکانی بەدی هێنانی دیاریبکە. نموونەیک بەکاربهێنە بۆ باسەکەت.

22 **گۆرانکاری** چی پوودەدات لە لادانی پێوانەیی بۆ کۆمەڵە بەهایە کە ئەگەر ژمارەیکە دیاریکراوی a بخڕیتە سەر هەموو بەهاکانی کۆمەڵە؟ چی پوودەدات لە لادانی پێوانەیی کۆمەڵە بەهایە کە ئەگەر هەموو بەهاکانی کۆمەڵە کە لە ژمارەیکە دیاریکراوی a بدرێت؟

بەستنهوہ

وەرزش ئەم خشتەییە خوارەوہ ژمارە پێوانەییەکان (بە خولەک و چرکە و بەشەکانی سەد لە چرکەدا) بۆ کوپان و کچان پووندەکاتەوہ کە بەشداریان لە پێشبڕکێیکە هەزارمەتریدا کرد بۆ خلیسکاندن لەسەر بەفر.



1998	1994	1992	1988	1984	1980	1976	
1:47.87	1:51.29	1:54.81	1:52.06	1:58.36	1:55.44	1:59.38	كوپان
1:57.58	2:02.19	2:05.87	2:00.68	2:03.42	2:10.95	2:16.58	كچان

23 ناوهند و ناوهرپاسته بۇ ژماره پيوانه ييه كانى كوپان وكچان هه ژميريكه.

24 مه وداو لادانى پيوانه بۇ كوپان وكچان هه ژميريكه: بهو پيوه رانه دهر باره ي ژماره

پيوانه ييه كان كوپان وكچان چى ده لپيت؟

25 لادانى پيوانه ي بۇ كوپان وكچان چى ده لپين؟

روانين بۇ دواوه

به به كارهيئنانى ياسا، دوو رهگى ئەم دوو هاوكيشه دووجايانه بدۆزهره وه. وه لامه كهت نزيكبه وه بۇ نزيكترين ده نزيكبه وه.

$$2x^2 + 12x - 4 = 0$$

27

$$3x^2 = 10x + 1 = 0$$

26

روانين بۇ پيشه وه

28 زورجار ئامارناسان په نادهبه ن بۇ به كارهيئنانى سامپليك بۇ تويژينه وه ي كوّمه له

به هايهك، بۇ ئەمهش دهست به كار دهبن له پيوه ره كانى ئامارى سامپله كه هه مووى. ئەوان

واى داده نين كه ناوه ندى نمونه كه ناوه ندى كوّمه له كه دهر ده خات. به لام بۇ لادانى

پيوانه يي ئەوان ليكنه چوونى سامپله كه هه ژمير دهكەن به ياسايهك كه ميك جياوازه له گه ل

ياساى هه ژمير كردنى ليكنه چوونى كوّمه له كه. ئەوانه ئەم ياسايه به كار ده هيئن.

$$\frac{1}{(n-1)} \left((x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2 \right) =$$

أ ليكنه چوون و لادانى پيوانه يي بۇ ئەم نمونه يه هه ژميريكه. 15; 18; 16; 5; 12

ب بۇ مه به ستى هه ژمير كردنى ناوه ندى ژماره ي ئوتومبيله كان له خيزانك. ئەنجوومه نى

شاره وانى شارك هه ستا به به كارهيئنانى سامپليك كه له 10 خيزان پيگه اتبوو به

هه ره مه كى هه لبريئرابوون. له وهرگرتنى راپرسى له م سامپله گه يشتنه ئەم ژمارانه:

2; 3; 2; 1; 1; 4; 2; 1; 3; 4

بخه ملينه له گه ل لادانه پيوانه ييه كه ي.



ئەى گەشتىار لە گەل خۆتم بەرە

لەگرنىگىزىن كىشەكانى بەرەو پرووى كۆمپانىياكانى فرۆكەوانى دەبنەو كىشەى رېكخستنى رېككويىك بۇ كىردارى تۆماركىردنى گەشتىارەكان و كەلۈپەلەكانىانە. بۇ گەشتىن بە باشتىن چارەسەر بۇ ئەم كىشانە پلاندانەرەكانى ئەم كۆمپانىياپانە پەنا دەپەنە بەر ئەنجامدانى كىردارە نامارىيەكان و تويۇننەوئى ئەنجامەكان بەكىردارى بىركارى، لەوانەش ھەژماركىردنى ئەگەرەكان. لەمەودوا كۆمپانىياكە ھەلدەستىت بەسى چالاكى لە بارەى كىشەى تۆماركىردنى گەشتىارەكان.

چالاكى 1

ئامارناسانى كۆمپانىياكە بەلايانەو گىرنگە تويۇننەوئى تەواوبكەن لەسەر ئەو كاتەى كە كىردارى تۆمارى گەشتىارەكان پېويستىەتى. و شاينى باسە لېرەدا ئامارە بۇ ئەو بەكىن كە ئەم كاتە لە گەشتىارېكەو دەگۆرې بۇ گەشتىارېكى تر. بە ھۆى جىاوازى بارودۇخى گەشتىارەكان. ئامارناسەكان دەستىانكرد بە لېكۆلىنەوئى كاتى خايەنراو بۇ تۆماركىردنى ھەر گەشتىارېك لەو پەنجا گەشتىارەى گەشتىونەتە نووسىنگەى تۆمارگەكە، لە نېوان كاتژمېر 1:00 و كاتژمېر 1:10 و ئامارناسان گەشتىنە ئەم ئەگەرەنەى كە لەم خشتەيەدا پروونكرارەتەو

كاتى خاينراو بە چركە	10	20	30	40	50	60
ئەگەر	0.052	0.132	0.158	0.135	0.123	0.104

كاتى خاينراو	70	80	90	100	011	120
ئەگەر	0.058	0.034	0.116	0.050	0.026	0.012

كاتەكان نىزىكراونەتەو لە نىزىكتىن چەند جارە لە دە چركەدا، و ئەگەرەكان بۇ نىزىكتىن بەش لە ھەزار. خشتەكە بەم واتەيە دەخوئىرنېنەو ئەگەرى كاتى تۆماركىردنى گەشتىارەكە لە 10 چركەدا برىتە لە 0.052 و ئەگەرى كاتى پېويست لە 20 چركەدا دەكاتە 0.132. ئامارناسەكان دەپانەوئى ئەگەرى كاتى پېويست بۇ تۆماركىردنى 50 گەشتىارەكە زۆرتىرېت لە 50 خولەكدا. رېگاي يەكەم بۇ دىارىكىردنى ئەمە. پېويست دەكات بە تۆماركىردنى ھەموو ئەو كاتانەى كە ژمارەيەكى زۆر لە گەشتىارەكان پېويستىان بوو و پوختەكىردنى ئەنجامەكە؟ بەلام ئەم رېگايە پېويستى بە كات و توانا و تېچوون ھەيە لەبەر ئەو پەنايان برەدە بەر ۋەك نواندن Simulation. چۆن ھەستان بەم لېكچونە؟ پەنايان برەدەبەر ئەو وردەكارىانەى كە ئەگەرەكانى پى ھەژماركراپو لە خشتەى پېشوو لەبەر ئەوئى وردەكارىيەكە نىزىكراپوئە بۇ نىزىكتىن بەش لە ھەزار.

بەشى 6 پروژەى بەش



بريارياندا كه گه‌يشتنى 1000 گه‌شتيار وەك يەك لىكردن بكەن بۇ ئەوۋى بگەنە ئەو مەبەستە. ھەستان بە كۆكردنەوۋى ژمارەكان لە 1 بۇ 1000 لە چەشنەكاندا.

بەپپى ئەگەرەكانى خشتەى پېشوو وایان دانا كه ژمارەكان لە 1 بۇ 52 بەرامبەرى ئەگەرى 0.052 دىت. و ژمارەكان لە 53 بۇ 184 (132 ژمارە) بەرامبەر ئەگەرى 0.132 و بىت و ھەروەھا...

كات	ئەگەرەكان	تۆماركردى گه‌شتيار
0	0	000
10	0.052	052-001
20	0.132	184-053
30	0.158	342-185
⋮	⋮	⋮

خشتەكەى بەرامبەر تەواو بكە

چۆن ئەم خشتەى بەكار دەھېننیت؟ داوا بكە لە بژمېرى پونكردنەوۋى بەھەرەمەكى ژمارەىكت بداتى بگەوئتە نۆوان 1 و 1000 كه ئەو دوو ژمارەى تېدابىت. وا دابنى كه ئەو ژمارە ھەرەمەكىيە گه‌يشتنى گه‌شتيارەكه بۇ نوسینگەى تۆماركه بنوئنى. خشتەى پېشوو بەكاربېنە بۇ ديارىكردى ئەو كاتەى كه گه‌شتيارەكه وىستوئەتى بۇ تۆماركردى.

ئەگەر ژمارە ھەرەمەكىيەكه 122 بىت بۇ نمونە وادابنى ئەو كاتەى كه گه‌شتيارەكه پېوئستىەتى بۇ تۆماركردى 20 چركەىە چونكه ژمارە 122 دەكهوئتە نۆوان ھەردوو ژمارەى 53 و 418 لە ستونى سېيەمدا.

چالاكى 2

كاتى گه‌يشتنى 50 گه‌شتيار بۇ نوسینگەى تۆمارگە لە نۆوان كاتژمېر 1:00 و كاتژمېر 1:10 ھەلدەستىت بەوۋى (وەك يەكپان لى بگەيت) بە داواكردىن لە بژمېرەكه 50 ژمارەى ھەرەمەكىت بداتى ئەوۋى كه دەستكەوتوۋە لەم خشتەىەى بەرامبەرت رېكبەخە.

1 بژمېرى پونكرنەوۋى بەكاربېنە بۇ دەستكەوتنى 50 ژمارەى ھەرەمەكى كه بگەوئتە نۆوان 1 و 1000 و ئەم دوو ژمارەىە خوشيانى تېدابن.

گه‌شتيار	ئەو ژمارە ھەرەمەكىيە گه‌شتيارەكه دەنوئرنىت	كات
1		
2		
3		
⋮		
49		
50		

2 ستوونى دووھم لەخشتەكەدا تەواوبكە.

3 ئەو خشتەىەى كه دروستكردوۋە لە چالاكى يەكەم بەكاربېنە. بۇ تەواوكردى ستوونى سېيەم. نمونە: ئەگەر ژمارە ھەرەمەكىيەكه 179 بىت ئەو كاتەى كه پېوئستە دابىننیت لە ستوونى سېيەم بەرامبەر 179 دەكاتە 20 چركە.

چالاكى 3

1 نواندى گه‌يشتى 50 گه‌شتيار كه بۇ نوسینگەى تۆمارگە 10 جار دووبارەبكەوۋە. ئەگەرى كاتى پېوئست بۇ تۆماركردى گه‌شتيارەكان كه لە 50 خولەك زياترە بخەملېنە.

2 تېينىت كرد لە كاتى ئىشكرىت لەم وانەىەدا چارەسەركردى كارى تۆماركردى گه‌شتياران ئاسان نىيە. ئايا دەتوانىت لەسەرەتايى دەستپىكرىت بەكارى ئەم پېرۆزەىە نمونەىەك بەدى لەسەر بارىكى تر كه بتوانرى نواندى بەكاربېننیت بۇ ديارىكردى ئەگەرەكان؟ ئەمە پوونبەرەوۋە.

پیداچونەوہی بەش

دلۆڤان بەردە زاریکی ھەلدا. ئەگەری ھەریەك لەم پرووداوانە بدۆزەرەو

13 دەستکەوتنی ژمارە 4 یان 7

14 دەستکەوتنی ژمارە 1 یان 6

15 دەستکەوتنی ژمارە ټاک یان گەرەترە 4

16 دەستکەوتنی ژمارە جووت یان بچووکتەرە 4

17 دەستکەوتنی ژمارە گەرەتر لە 1

18 دەستکەوتنی ژمارە گەرەتر لە 2

ئەگەری ئەم پرووداوانە ھەژماریکە.

19 لەدایکبوونی 3 منداڵی کۆریەك بەدوای یەك لە

نەخۆشخانەیی لە دایکبوون

20 دەستکەوتنی دوو ژمارە جووت لە ھەلدانە دوو بەردەزار.

21 مەودا و لایکنەچوون و لادانی ناوەندی و لادانی

پێوانەیی بۆ ئەم کۆمەڵە بەھایانە ھەژماریکە. 2، 3، 5، 7، 3.

مەودا و لادانی ناوەندی بۆ ئەم کۆمەڵە بەھایانە ھەژماریکە

22 14; 11; 8; 14; 4; 12; 10; 6

23 20; 22; 15; 14; 13; 17

24 2; -3; 9; -7; 6; 3

25 21; 24; -22; 13; 12; -8; 4

لایکنەچوون و لادانی پێوانەیی بۆ ھەریەك لەم کۆمەڵە بەھایانە ھەژماریکە.

26 20; 19; 16; 14; 13; 11; 18; 15; 12; 10

27 160; 80; 180; 130; 140; 100

38 14; 13; 11; 9; 7; 14; 12; 9; 8

29 2; 20; 18; 12; 6; 4; 3; 2; 12; 4; 3

1 سۆزان گۆیەکی لە تورمگەیکە پاكیشا 3 گۆی

سوور و 3 گۆی شینی تێدابوو ئەگەری ئەوہی گۆی پاكیشراف سوور بێت چەندە؟

2 ئاواز گۆیەکی لە تورمگەیکە پاكیشا 4 گۆی سوور

و 10 گۆی پەشی تێدابوو. ئەگەری ئەوہی گۆی پاكیشرافەكە سوور بێت چەندە؟

ئاهەنگیك لە نیوان کاتژمێر 8:00 د.ن و 8:30 د.ن دەست پێدەكات ئەگەری گەیشتنی یەكەم میوان بدۆزەرەو لەنیوان

3 8:00 د ن و 8:05 د ن ؟

4 8:12 د ن و 8:18 د ن ؟

5 8:21 د ن و 8:24 د ن ؟

6 چەند وشە نەینی لە 4 پیت دەتوانیت پێکبھێنی

بەبەکارھێنانی 5 پیت لە پیتەکانی ئەبجەدی بەبی دووبارەبوونەو؟

7 لە 4 پیت چەند وشە نەینی دەتوانیت پێکبھێنیت

بەبەکارھێنانی 5 پیت لە پیتەکانی ئەبجەدی لەگەڵ رێگادان بە دووبارە بوونەو؟

8 بەچەند رێگا دەتوانیت 6 شەشپالووی رەنگ جیاواز لە ریزیکدا ریزیکە.

9 بەچەند رێگا دەتوانیت دوو کتیب لە 5 کتیب ھەلبژێری

ولەسەر رەفەكە ریزیانیکەیت.

10 بەچەند رێگا 5 خۆیندکار دەتوانن لە دەوری میژیکی

بازنەییادابنیشن؟

11 بەچەند رێگا 8 خۆیندکار دەتوانن لە دەوری میژیکی

بازنەییادابنیشن؟

12 بەچەند رێگا دەتوانیت دوو پەرتووک ھەلبژێری لە

نیوان 10 پەرتووکدا؟



تاقىکردنەۋەى بەش

ئەگەرى ھەر پووداۋىك لەمانە ديارىبەكە

1 گۆيەك لە تورەگەيەك پاكىشرا كە 4 گۆى سوور و 4 گۆى سەوزو 4 گۆى شىن و 40 گۆى زەردى تىدابوو. ئەگەرى ئەۋەى گۆى پاكىشراو سوور بىت.

2 پاكىشراى گۆيەكى سەوز لە تورەگەيەك كە 8 گۆى سەوز و 6 گۆى سوورى تىدابوو لە كاتى پاكىشراى يەك گۆ.

3 دەستكەۋتنى ژمارەى تاك لە ھەلدانى بەردەزارىك.

4 **پەنوسكردن** پەنوسكردنى پلىتى مۆلەتى راوكردن لە دوو پىتى جيا لە بىست و ھەشت پىتەكانى زمانى عەرەبى و 8 پەنوسى جياواز لە 10 پەنوسە بنەپەتيەكە. ژمارەى پەنوسكراۋەكانى كە لە توانادايە چەندە؟ ئەنجامى ئەم برانە بدۆزەرەۋە.

5 $12! - 7!$

6 $8P_3$

7 بەچەند رېگا دەتوانرى سەرۆك ويارىدەدەرى سەرۆك رازگرى لېژنەيەك ھەلېزىرى كە پىكھاتوۋە لە 24 ئەندام؟

8 ژمارەى گۆرپنەكانى وشەى (كوردستان) چەندە؟

9 **ۋەرزىش** بەچەند رېگا دەتوانىت 3 گۆى رەنگ جياواز بەشېكەيت بەسەر 32 سەندوقى پەنوس كراۋدا ؟ ئەمانە بدۆزەرەۋە

10 $8C_3$

11 $8C_8$

12 $\frac{8C_5}{5C_3 \times 5C_2}$

13 **بازرگانی** چىشتخانەيەك ژەمىك خواردن كەپىكدىت لە ھەلېزاردنى 3 قاپ خواردن لە نىۋان 7 قاپدا مىۋانىك ھەلېزىرىت ئەم ھەلېزاردنە بە چەند رېگا دەبىت؟

بەتروىس گۆيەكى پاكىشا لە تورەگەيەك كە 12 گۆى ھاۋشىۋەى تىدابوو پەنوسكراۋن لە 1 تا 12. ئەگەرى ئەۋەى گۆ پاكىشراۋەكە يەكەك لەم ژمارانە ھەلگرىت چەندە.

14 ژمارە 7 يان ژمارەيەكى جووت.

15 ژمارەيەكى خۆبەش يان ژمارەيەكى چەند جارەى 4.

16 ژمارەيەكى تاك يان ژمارەيەك چەند جارەى 5 بىت.

17 ژمارەك گەرەتربىت لە 8 يان ژمارەيەك چەند جارەى 3 بىت.

18 ژمارەيەكى جووت يان جووت يان بچوكتىر بىت لە 6. ئەگەرى ھەريەك لەم پووداۋانە بدۆزەرەۋە.

19 سىروان پارچە دراۋىكى كانزابى و زارىكى ھەلدا. پووداۋەكە دەستكەۋتنى خەتەك و ژمارەى 5 بىت.

20 دەزگاي بۆشايى ئاسمان كاتىكى ھەلېزارد بۆ ھەلدانى مەكۆكىكى بۆشايى لە ھەفتەى داھاتوۋا. پودەدات كە پىۋىستە لە رۆزى سېشەممە بىت لە نىۋان كاترمىر 1 پىش نيورۆ و كاترمىر 2 پىش نيورۆ. بچوكتىر بەھا و گەرەتتىن بەھا و مەۋدا بۆ ھەريەكە لەم كۆمەلە پىدراۋانە ديارىبەكە.

21 34; 65; 32; 19; 28; 23; 45; 59; 24; 18
34; 41; 19; 23; 54; 42; 27; 25; 39

22 7; 5; 8; 2; 6; 2; 5; 6; 1; 4; 9; 8; 5; 3
مەۋدا ولادانى ناۋەندى بۆ ھەر يەكە لەم كۆمەلە بەھايانە بدۆزەرەۋە

23 13; 11; 9; 7; 5; 3

24 33; 30; 25; 23; 15; 18; 12; 10

لېكنەچوون و لادانى پىۋانەيى بۆ ھەر يەكە لەم كۆمەلە بەھايانە بدۆزەرەۋە.

25 13; 11; 9; 7; 5; 3

26 33; 30; 25; 23; 15; 18; 12; 10

27 چى دەللىت دەربارەى كۆمەلە بەھايەك لادانە پىۋانەكەى سفر بىت؟

تاقىکردنەۋەى كەلەكەبوو

- 1 كام لەم جووتە پىكخراوانەى خوارەو
 $\begin{cases} 2y+x \leq 6 \\ y-3x \geq 4 \end{cases}$ ئەم سىستەمە ساغەكەتەو
 ا $(0, 5)$ ب $(-1, 2)$
 ج $(1, -1)$ د $(0, 0)$
- 2 شىكارى لاسەنگەى $2(x+2)-7 < 8x+15$ برىتییە لە
 ا $x > -3$ ب $x < -3$
 ج $x > 2$ د $x < 2$
- 3 بۆ ئەوەى ئەم برە $x^2 - 12x$ بىتە دوو جەى تەواو
 دەبىت چى بخرىتە سەرى
 ا 6 ب -6 ج 36 د -36
- 4 كام دەربىن لەمانەى خوارەو باسى پەيوەندى نىوان
 ئەم دوو راستەهەلە دەكات $y = \frac{1}{2}x$ $y = -2x - 3$
 ا دوو راستەهەلە ناسۆيىن ب دوو راستەهەلە ستوونىن
 ج ئەستوونن لەگەل يەكتەر د تەرىبن بەيەكتەرى
- 5 سادەترین شىۋەى $\left(-\frac{1}{125}\right)^{-\frac{2}{3}}$ دەكاتە.
 ا $\frac{1}{25}$ ب $-\frac{1}{25}$
 ج $\frac{1}{25}$ د -25
- 6 پۆتانی خالى ناوهراستى ئەو پارچە راستەهەلەى
 دوو سەرەكانى $(-4, -1)$ ، $(2, -7)$ برىتییە لە
 ا $(-1, -3)$ ب $(-3, 3)$
 ج $(-1, -4)$ د $(-3, -3)$
- 7 كاميان شىۋەى گشتى ئەم برەيە دەنۆيىت.
 $(5x^3 - 2x^2 + x - 10) + (2x^3 - 3x - 1)$
 ا $3x^3 - 2x^2 - 4x - 9$
 ب $3x^3 + 2x^2 + 4x - 9$
 ج $7x^3 - 2x^2 - 2x - 9$
 د $7x^3 - 2x^2 - 2x - 11$
- 8 ئەم برە بەسادەترین شىۋە بىنوسە
 $\frac{x^2+3x-4}{x^2} \times \frac{x^2-2x}{2x+8}$
- 9 ئەو ھاوگىشەيە بىنوسە لە سەر شىۋەى لارى يەكتەرىنى بۆ
 ئەو راستەهەلەى بەم دوو خالە دا دەپوات $(2, 7)$ $(3, -4)$
 سفرەكانى نەخشە $f(x) = x^2 - 8x + 12$ بدۆزەو.
- 10 ئەم برە ئەگەر لەتوانا دا بۆ شىتەللىكە $5x^2 + 10x - 40$
 ئەم برە شىتەللىكە $8x^3 + 64$
- 11 ھاوگىشەكانى ھەموو راستەهەلە دەركەنارەكانى ناسۆيى
 و ستوونى ئەم نەخشە پىژەيىە بىنوسە $f(x) = \frac{(x+2)^2}{3x}$
 ئەم برە ئەگەر شىتەل دەكرى، شىتەللىكە.
- 12 ئەم برە بۆ سادەترین شىۋە كورت بىكەرەو.
 $\frac{x+4}{6x^2+8x-15x-20}$
 $\frac{9x^2}{x-6}$
 $\frac{x-6}{3x^4}$
- 13 كۆمەلەى شىكارى ئەم ھاوگىشەيە بدۆزەو $\frac{6x+2}{3x} = 6$
 لارى ئەم راستەهەلە بدۆزەو $y = 8$
- 14 چى پىويستە بخرىتە سەر برى $x^2 + 8x$ بۆ ئەوەى
 بىتە دوو جەى تەواو.
- 15 چالاكىيەكانى دەرەۋەى پۆل. يانەى شەترەنج لە
 قوتابخانەيەكدا لە 12 ئەندام پىكپاۋە كە 5 گەرە و 7 يان بىرە
- 16 چەند تىپ لە 6 يارىكەر پىكپىت دەتوانرى پىكپەيىرىت
 بەمەرجىك بە لايەنى كەمەو 3 گەرەى تىدايىت.
- 17 چەند تىپ لە 6 يارىكەر پىكپىت دەتوانرىت پىكپەيىرىت
 بە مەرجىك بە لايەنى كەمەو 3 بىرەى تىدايىت.
- 18 چەند تىپ لە 6 يارىكەر پىكپىت دەتوانرى پىكپەيىرىت
 بەمەرجىك بە لايەنى زۆرەو 3 كورى تىدايىت.
- 19 بۆ خۆشى كۆمەلەى چاۋدىرى كۆمەلەيەتى بە پىي ئەم
 خىشتەيەى خوارەو بەملىۋتان دىنار يارمەتى ھەزارانىدا
 لە ماۋەى 12 مانگدا.
- | | | | | | |
|------|-----|-----|-----|-----|------|
| 14.8 | 2.5 | 2.9 | 3.0 | 3.7 | 4.0 |
| 5.7 | 4.8 | 4.2 | 5.6 | 6.1 | 10.6 |
- 20 ناۋەندى خەرجى مانگىك بدۆزەو.
- 21 مەودا و لىكنەچوون و لادانى ناۋەندى و لادانى
 پىۋانەيى بۆ پىدراۋەكانى خىشتەكە بدۆزەو.

بەشى ھەفتەم

ئەندازە Geometry

1. ھەندىك لە دەسپىكەكانى ئەندازەى ئىقلىدس.

2. راستەھىلەكان و پروتەختەكان لە بۆشايىدا.

3. وىنە بىنراوھكان.

4. چەندلا رىكەكان.

5. ھاوپىژەى ئەندازەى.

6. بازە.

پروژەى بەشەكە

پىداچوونەوھ

تاقىکردنەوھى بەش

تاقىکردنەوھى كەلەكەبوو

ئەندازە Geometry

بەشى

7

ئەندازە زانستىكى كۆن و تازەيە لە يەك كاتدا. دووھزار سالە ئەندازە بەبى دابراڭ پېشەكەويىت. ئەندازە لەكۆنەو دەستپېكرىدووە و جىگاي خۆى كرىدووە لە كارەكانى ئەقلىدس و بەبەردەوامى لە بېرەودابوو تا دەگاتە كارەكانى فەيلەسوف و بىركارىزانى فەرەنسى پىنە دىكارت، تاكوگەيشتە سەردەمى تازە بەبەكارهينانى بژمىرەكان و بژمىرە پېشكەوتووكان. لەم بەشەدا فېرى پەيوەندىيە بنەپەتەكان دەبىت كە پېكەپنەرەكانى ئەندازە لە پووتەخت و بۆشايىدا بەيەكەووە دەبەستىتەووە. ھەروەھا فېردەبىت چۆن تەنەئەندازە سى دوورىيەكان و پىنە بكىشيت لە پووتەختىكدا بەوشىوويەى بىنەرەك دەبىيىت. ھەروەھا جىگۆركىيەكى ئەندازەى نوئى فېردەبىت كە جىاوازە لەو جىگۆركىيانەى فېرى بویت، بەووى دوورىيەكان پارىزراوناپىت و ھەندى شتى تىرش فېردەبىت.

وانەكان

1. ھەندىك لە

دەسپىكەكانى ئەندازەى

ئىقلىدس.

2. راستەھىلەكان و

پووتەختەكان لە

بۆشايىدا.

3. وپنە بىنراوكان.

4. چەندلا پىكەكان.

5. ھاوپىژەى ئەندازەى.

6. بازە

پىژژەى بەش



دەربارەى پروژەى بەش

پېشتەر بىر كارىزان جورج بىل پېسايەكى بۇ پروبەرى چەندلا دۆزىبووۋە كە جياوازبوو لە پېساكانى پېش خۇى. لەمەودوا كاغەزى خالدار (بەيانى) بەكار دەھىننەت و ھەندىك خال بەيەك دەگەيەنەت بۇ ئەوۋى چەندلا يەكت دەستكەوئەت. و لەمەودوا شىوازىكت دەست دەكەوئەت كە پىگات پىدەدات بەدارپشتنى پېسايەك بۇ ھەزمىركردنى پروبەرى ئەم چەشنە چەندلا يانە. لەدواى كۆتايى ھاتنى ئەم پروژەيە لە تواناتدا دەبىت.

- پروبەركانى ھەندىك لە شىۋە ئالۆزەكان ھەزمىركەيت، بەيى بەكارھىنانى پېساكانى پروبەرە پەيپەوكر اوەكان.

هەندىك لە دەستپێكەكانى ئەندازەى

ئىقليدس Building of Euclidean Geometry

وانەى

1



بۆجى

دەتوانىن شىۆه ئەندازەىيەكان بەكاربەئىنين لە خالەكان و راستەهێلەكان و پروتەختەكان بۆ ئەوەى نموونەكانى بىركارى دروستبەئىن بۆ شىۆه ماددەكان ئەو نموونانە بەكاردەيت، بۆ شىكارکردنى پرسيارەكان لە ژياندا بەكاردەهێنرێت.

خەتى كاكيشانى لولپېچ $M31$ لە كۆمەڵەى ئەندرومېد وەك ھاوړپى خەتى كاكيشانى ئىمە وايە. ھەروەك خەتە كاكيشەكان لە ئەستىرەكان و ھەسارەكان پىكدىن، ئاواش شىۆه ئەندازەىيەكان لە خالەكان پىكدىن.

ئامانجەكان

- خال و راستەهێل و پروتەخت جيا دەكاتەو.
- پارچە راستەهێل و تيشك و گۆشەو خالەكانى پىكى يەكتر لە يەك ناست دەناسێت.
- لەو بەلگەنەوستانە دەكۆلتەوێتە كە پەيوەندىيان بە خالەكان و راستەهێلەكان و پروتەختەكانەو ھەيە.

Basic elements in geometry

پىكھاتە بنەرەتییەكانى ئەندازە

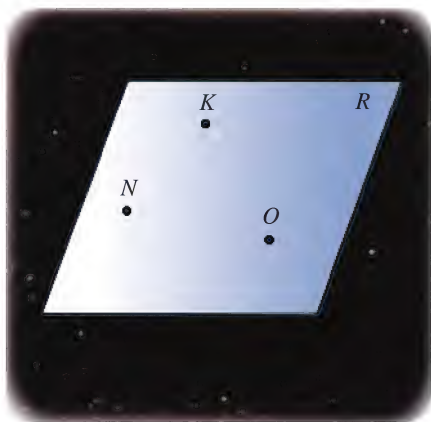
شىۆه ئەندازە بنەرەتییەكان بریتىين لە خال و راستەهێل و پروتەخت. ھەر ئەوانەش ھەموو شىۆھەكان و تەنە ئەندازەىيەكان پىكدىن. زاناكانى بىركارى گەشتنە پىگایەكى داخراو لە پىناسەکردنى ئەم دانانە، ئەوەى لە سەرى پىكھەوتن و پەسەندىانكرد كە ئەو دانانە وەرېگرن بى ئەوەى پىناسەيان بکەن، لەگەڵ ئەوەى ئەو دانانە پىناسە نەكراون، دەتوانىن لىيان بدوین. پىشەكى پىوستە بزانیين كە شىۆھەكان و تەنە ئەندازەىيەكان لە جیھانى ھەستپىكرای ئىمە دانین، خال پىوانەى نییە، راستەهێل پانى نییە ئەم پەرتوو كە نواندى شىۆھەكان و تەنە ئەندازەىيەكانى تىدایە. بەلام نواندن شتێكە و شىۆه و تەنى ئەندازەى شتێكى ترە. شىۆھەكان و تەنە ئەندازەىيەكان تىۆریانە تەنها لە ھۆشمان ھەيە. خال كاتى سەبرى ئاسمان دەكەیت لە شوێكى سامالدا ھەندىك ئەستىرەى دوورى درەوشاوە



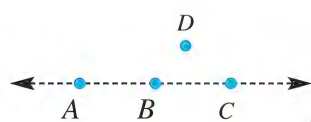
دەبىنىت وا دەردەكەون كە خال. خال بەو شوێنەوارە دەنوێنرێت كە نوکی قەلەمەكە بەجى دىلى لەسەر كاغەزەكە. پىوھەرى ئەم نواندنە گەورە دەبێت و بچووك دەبێتەو، لە كاتێك ئەو شوێنەوارەى كە خالەكە دەنوێنى پىوانەى نییە. زۆربەى كات پىتەكانى A, B, C, \dots بەكاردەيت بۆ ناولینانى خالەكان



راستەهێل راستەهێلى ئەندازەى پانى نییە. ھىلىكە خواروخىچى تىدانىيە، لە ھەردوو سەرھوہ بۆ ناكۆتا درێژدەبێتەو بۆ ناولینانى راستەهێل ناوى دوو خالى جياواز بەكاربەئىنە كە پىياندا بروات لەگەڵ دانانى نىشانەى تىر لەسەر ھەردوو سەرھەكانى و ئەم راستەهێلە بەم شىۆھە دەنووسرێت \overline{AB} كە ناوى ئەو راستەهێلە بە دوو خالى A, B دەپوات و دەتوانىت ناو لە راستەهێلەكە بنییت بەيەك پىت.



پووتەخت پوویەکی تەختە درێژدەبێتەو بۆ ناکۆتایی
لە ھەموو لایەکانەو. دەتوانیت بەشێک لە پووتەختێک
بنوێنیت بەھەر پوویەک کە بەرزو نزمی تێدانهبێت. وەک
پوویەکی مێژ، یان بەرگی پەرتووک. ئەو پووتەختە
لە وێنەی بەرامبەر دایە بەشێک لە پووتەختێک دەنویێ.
بۆ ناولێنانی پووتەخت ناوی سێ خال بنی کە
پووتەختەکە پێیاندا بپروات: دەلێن پووتەختی MNO ،
بەمەرجێک ئەو سێ خالە نەکەوونە سەر راستەھێڵێک و
دەتوانیت یەک پیت بەکاربھێنین بۆ ناولێنانی
پووتەختەکە. دەلێن پووتەختی R .



بەچەند خالێکی جیاواز دەلێن لە پێکییەکتەرن ئەگەر
بکەوونە سەر یەک راستەھێڵ. ئەم وێنەی بەرامبەر پوونی دەکاتەو
کە خالەکانی A و B و C لە پێکی یەکتەرن. دەلێن ژمارەیک لە
خالە جیاوازان لە یەک ئاست دەبن ئەگەر بکەوونە ناویەک
پووتەخت. تێبینی ئەوە بکە کە دوو خال ھەمیشە لە پێکی یەکتەرن
و سێ خال ھەمیشە لە یەک ئاستدان.

پێناسەی شیۆ ئەندازەییەکان بەپێی پیکھاتە بنەرەتییەکانی ئەندازە

Defining Figures in Terms of the Basics

دەتوانیت پێناسەی ژمارەیک لە شیۆ ئەندازەییەکان بکەیت بە دەستپێکردن لە پیکھاتە بنەرەتییەکانی
ئەندازەو. لەمەودوا پێناسەی پارچە راستەھێڵ و تیشک و گۆشە دەکەین بەم شیۆی خوارەو.

Segment Definition پارچە راستەھێڵ

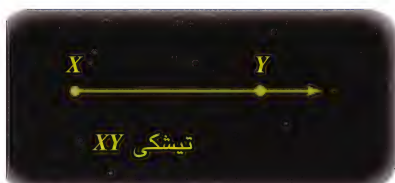
پارچە راستەھێڵ Segment بەشێکە لە راستەھێڵ لە خالێکەو دەستپێدەکات و لە خالێکی ترەو
کۆتایی Endpoints دێت. دوو سەرەکانی پارچە راستەھێڵەکە ئەو دوو خالە دیاریان دەکات.



بۆ ناولێنانی پارچە راستەھێڵ ناوی دوو سەرەکە
بەکاربھێنە، خەتێک لە سەر ھەردوو ناوەکە دابنێ. پارچە
راستەھێڵی \overline{AB} بریتییە لەو پارچە راستەھێڵە کە A و B
دوو لایەکە دەنویێن.

Ray Definition تیشک

تیشک Ray بەشێکە لە راستەھێڵ کە لە خالێکەو دەست پێدەکات و درێژدەبێتەو بۆ ناکۆتایی
یەک ئاراستە. سەری تیشکەکە بریتییە لە خالی دەستپێکردنی Endpoints.



بۆ ناولێنانی تیشک ناوی خالی سەری تیشکەکە و ناوی
خالێکی تر بەکاربھێنە. نوسینی تیشکی \overrightarrow{XY} ئەوە
دەگەیەنێت سەری تیشکەکە (X) ھو بەخالی Y دا دەروات.

پېناسه‌ی ګۆشه Angle Definition

ګۆشه **Angle** ټو شپوه ټندازېيې له ټنجامی بهیه ګه‌یشتنی دوو تیشک پیداده‌ییت که هه‌مان خالی ده‌ستپیکردن‌یان هه‌یه. خالی ده‌ستپیکردنه‌که سهری ګۆشه‌که‌یه **Vertex** و دوو تیشک‌که دوو لای ګۆشه‌که‌یه **Sides**.

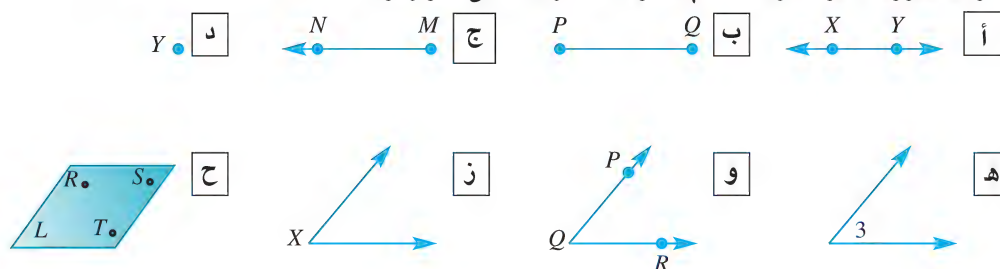
ګۆشه ټو پروت‌خته‌ی که تییدایه ده‌کات به دوو به‌شوه دوو لاکانی ګۆشه‌که جیایان ده‌کات‌وه، ټو دوو به‌شه بریتین له ناوه ګۆشه **Interior** و دهره‌ګۆشه **Exterior**. ټه‌ګه‌ر خالیکی سهر یه‌کک له دوو تیشکی ګۆشه بګه‌یه‌نیت به‌خالیکی تری سهر تیشک‌که‌ی تر، ټو پارچه راسته هیله‌ی ټو دوو خاله ده‌ګه‌یه‌نیت ده‌که‌ویته ناو ګۆشه‌که‌وه



بو ناولینانی ههر ګۆشه‌یه که ده‌توانریت یه‌کک له‌م سی پړګایانه‌ی خواره‌وه به‌کاربه‌ییریت پړګای یه‌که‌م دانانی پیتیک وه‌ک D بو سهری ګۆشه‌که و ده‌خوینریت‌وه به ګۆشه‌ی D و به‌شپوه‌ی \hat{D} ده‌نوسریت. پړګای دووهم بو ورده‌کاری زیاتر، سی پیت به‌کارده‌ییریت یه‌کک‌یان بو سهری ګۆشه و دووانه‌که‌ی تر هه‌ریه‌کیان ده‌که‌ویته سهر لایه‌کی ګۆشه‌که، وه‌ک ګۆشه‌ی ABC که ده‌نوسریت به شپوه‌ی BAC یان ګۆشه‌ی CAB ده‌نوسریت به شپوه‌ی CAB پړګای سییهم به دانانی ره‌نوسیک له‌سهر ګۆشه‌که وه‌ک ګۆشه‌ی 3 ده‌نوسریت 3.



ناویک بنوسه بو هه‌ریه که له‌م شپوه ټندازېیانه‌ی خواره‌وه.



شیکار

- ا راسه‌هی‌لی XY یان راسه‌هی‌لی YX
- ب PQ یان \overline{QP} یان پارچه راسه‌هی‌لی PQ
- ج تیشکی MN یان \overline{MN} خالی Y
- و PQR یان RQP یان ګۆشه‌ی RQP
- ح پروت‌خته‌ی TSR یان پروت‌خته‌ی RTS یان پروت‌خته‌ی STR یان پروت‌خته‌ی SRT یان پروت‌خته‌ی RST یان پروت‌خته‌ی TSR یان پروت‌خته‌ی L .
- ه 3 یان ګۆشه‌ی 3
- ز \hat{X} یان ګۆشه‌ی X

یہ‌کتریرینی راسته‌هیله‌کان و پروت‌خته‌کان Intersection of Lines and Planes

دو شپوه‌ی ټندازېی یان دوو تهنی ټندازېی یان شپوه ټندازېی به تهنیکی ټندازېی به‌کتری ده‌پرن کاتیک له خالیکی یان زیاتر هاو‌به‌شین. له‌م باره‌دا به کومه‌له‌ی خاله‌ هاو‌به‌شکان ده‌وتریت یه‌کتریرینی دوو شپوه‌که یان دوو تهنه‌که، یان شپوه و تهنه‌که.

لهو چالاکیانهی که لهوانهکه دایه، چهند ژمارهیه که له بنهما بنه پرتیه کان یان بهلگه نه ویسته کان له نه اندازدا فیرو ده بیت. ئهو بنه مایانه یه کتر برینی شیوه نه اندازیه کان و تهنه نه اندازمه کان دهگریته وه. ئهم بهلگه نه ویسته نه رسته ی راسی شته کانمان بو دلنیا ده کن بهی سلماندن.

چالاکي

دۆزینه وهی هه ندیک بهلگه نه ویست له بارهی توێژینه وهی نموونه یه که

Discovering Geometry Ideas in model

ده توانیت بروانیته وینه ی بهرام بهرت ئهمه نموونه یه که بو ئهو شتانه ی له ژیا نی پۆژانه مان دایه. وه ک سندوق یان ژوور. ههر رسته یه که له م رسته نه ی خوار وه تهواوی که بو ئهو ی بهلگه نه ویسته که ت دهسکه ویت.

1. سه رنجی نموونه که بده، دیاری به که چۆن راس ته هیله کان یه کتری ده برن. یه کتر برینی دوو راس ته هیله له چی پیک دیت؟

بهلگه نه ویست

دوو راس ته هیله له یه که ————— یه کتر ده برن.

ژماره ی ئهو راس ته هیله نه چهندن که له ههر سه ریک له سه رهکانی شیوه که یه کتر ده برن؟ ئایا لهو بر وایه دای که ژماره یه کی زیاتر هیه بو ئهو راس ته هیله نه ی که له خالیکدا یه کتری ده برن. وه لامه که ت پرونبکه ره وه به به کار هیلانی وینه که.

2. به سه ره ندان ت له نموونه که جیا یبه که ره وه، چۆن پرو ته خته کان یه کتری ده برن یه کتر برینی دوو پرو ته خت له چی پیک دیت.

بهلگه نه ویست

دوو پرو ته خت له یه که ————— یه کتری ده برن.

له نموونه که ژماره ی ئهو پرو ته ختانه چهندن که له ههر راس ته هیله یکه یه کتریان بریوه؟ ئایا لهو ژماره یه زۆر تر هیه؟

3. سه رنجی دوو خالی A و B بده. چهند راس ته هیله به هه ردوو خاله که دا ده پوات؟ ئایا ده توانیت بیر له راس ته هیله یکی تر بکه یته وه که به ودوو خاله دا ده پوات.

بهلگه نه ویست

ته نها یه که ————— به دوو خالی جیا واز دا ده پوات؟

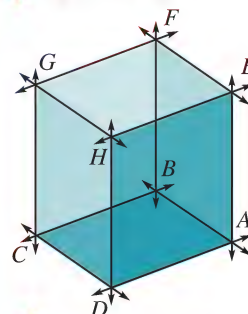
ئهو راس ته هیله ی به دوو خالی A ، B ده پوات هیما ده کری به هیما ی \overline{AB}

4. سه یری خاله کان ی A و B و C بکه، ئایا له پیک یه کترن؟ چهند پرو ته خت به هه رسی خاله که دا ده پوات؟ ئایا ده توانیت بیر له پرو ته خته یکی تر بکه یته وه بهو سی خاله دا ده پوات؟

بهلگه نه ویست

ته نها یه که ————— به سی خالدا ده پوات که له پیک یه کتر نه بن. ئهو پرو ته خته ی به خاله کان ی A و B و C دا ده پوات به پرو ته خته ی ABC ده ناسریت.

✓ خالی چاودیژی



✓ خالی چاودیژی

✓ خالی چاودیژی



✓ خالی چاودیژی

پووتەختەك له پووتەختەكانى نمونەى پېشوو ھەلپژىرە و دوو خال له خالەكانى ھەلپژىرە.
ئەو راستەھیلە ناو بنى كه بەو دوو خالەدا دەروات. ئایا ئەو راستەھیلە بەتەواوى دەكەوێتە ناو
پووتەختەكەوه؟

بەلگەنەویست

ئەو راستەھیلەى دوو خالى جیاواز له پووتەختەكدا دەگەيەنیت دەكەوێتە ناو 5

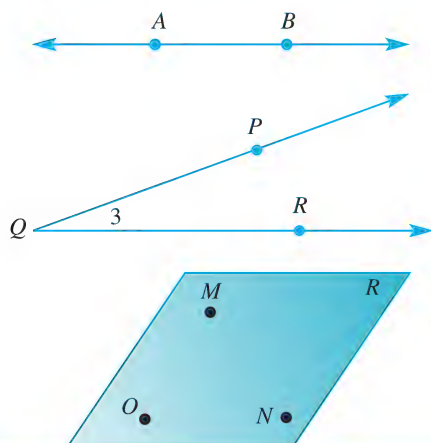
✓ خالى چاودېرى

راھینان

بەردەوامبوون له بیرکاریدا

- 1 جیاوازی چیه له نیوان شیوه ئەندازەییەکان و شتەکان له ژيانى پۆژانەدا؟
- 2 سەرنجى پۆلەكەت بدە. ئەو شتەنە دیاریكە كه خال یان راستەھیل یان پووتەخت دەنوینى.
- 3 بۆچى خالێك بەس نیه بۆ دیاریکردن و ناوانى راستەھیلێك؟
- 4 بۆچى دوو خال بەس نیه بۆ دیاریکردن و ناوانى پووتەختێك؟
- 5 گرنگى پىزى خالەكان لەكاتى ناوانى تیشك چیه؟ ئەمە بە وێنە پرونبكەرەوه.

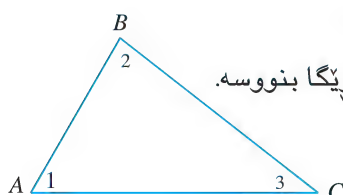
راھینانى ئاراستەكراو



- 6 ئەم شیوہیەى بەرامبەرت بەکاربھێنە بۆ ناولینانى خال و راستەھیل و پارچە راستەھیل و تیشك.
- 7 له شیوہى بەرامبەرت 4 ناو بۆ گۆشەكە بنووسە.
- 8 له شیوہى بەرامبەرت 3 ناو بۆ ئەم پووتەختە بنووسە.

راھینان و جێبەجێکردن

سیگۆشەكە بەکاربێنە بۆ شیکارى پرسیارەكانى 9 تا 12



- 9 ھەموو پارچە راستەھیلەكانى سیگۆشەكە بنووسە.
- 10 ھەموو گۆشەيەك لە گۆشەكانى سیگۆشەكە بەسى ڤیگا بنووسە.
- 11 دوو تیشكى ھەر گۆشەيەك لە گۆشەكانى سیگۆشەكە بنووسە.
- 12 ئەو پووتەختە بنووسە كه سیگۆشەكەى تێدايە.

نارەزووەکان وێنەى ئەم حەوزە ماسییەى خوارەووە بەکاربەێنە بۆ شیکاری پرسیارەکانى 13 تا 17 . ئایا ھەریەک لە لە پیکەینەرەکانى حەوزەکە خال یان راستەھێڵ یان پروتەخت دەنۆینیت؟

- 13 لایەك لە لاكانى حەوزەكە 14 دەنكە لم
15 پوویەك لە پووەكانى حەوزەكە 16 پووی ئاوەكە
17 گۆشەيەك لە گۆشەكانى حەوزەكە



ئایا ئەم پستانەى خوارەووە لە ھەرسیارىك لە پرسیارەکانى 18-25 راستە یان ھەڵەيە. ھۆیەكەى دیاریبکە.

- 18 راستەھێڵ خالى سەرى ھەيە
19 پروتەخت سنوورى ھەيە
20 ئەگەر سى راستەھێڵ لە خالىكدا يەكترى بېرن ئەوا دەكەونە يەك پروتەختەوہ
21 دەكریت دوو پروتەخت لەگەڵ پروتەختى سىيەم يەكترى بېرن بەبى ئەوہى خويان يەكترى بېرن.
22 دەكریت سى پروتەخت لەيەك خالدا يەكترى بېرن.
23 كام دوو خال دەكەونە تەنھا يەك پروتەخت.
24 كام سى خال دەكەونە تەنھا يەك پروتەخت.
25 كام چوار خال دەكەونە تەنھا يەك پروتەخت.

ئەم شىوہى بەرامبەر بەكاربەێنە بۆ شیکاری پرسیارەکان لە 26 تا 30 .

26 ناوى راستەھێڵك لە شىوہكە بنووسە، 3 ناوى تر بۆ ئەو راستەھێڵە بنووسە.

27 خالىك لە سەر راستەھێلى l ناوبنى

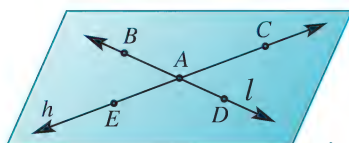
28 يەكتربېرنى دوو راستەھێلى h و l ناوبنى

29 گۆشەيەك لە شىوہكە ناوبنى، سەرى ئەو گۆشەيە

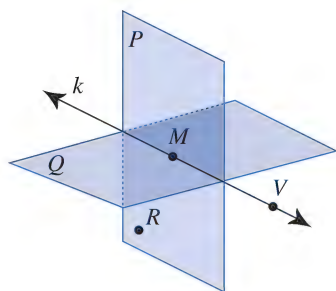
و ئەو دوو تيشكەى پىكىھيئاوہ ناوبنى.

30 ئایا دەتوانریت يەكك لە گۆشەكانى شىوہكە ناوبنى \hat{A}

؟ ھوى وەلامەكەت دیاریبکە



بروانه ئەم شیۆە بەرامبەر بۆ شیکارکردنی پرسیارەکان لە 31 بۆ 33

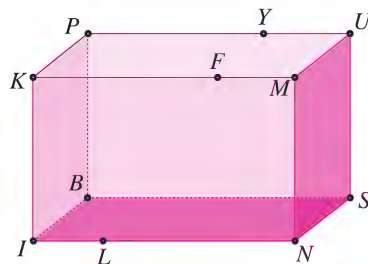


31 یەکتەر برینى هەردوو پووتەختى P و Q ناوینى.

32 راستەهێڵێک ناوینى کە بکەوێتە ناو پووتەختى Q

33 خالێک ناوینى کە بکەوێتە ناو پووتەختى P

ئەم شیۆە بەرامبەر بەکاربهێنە بۆ شیکارکردنی پرسیارەکان لە 34 بۆ 37



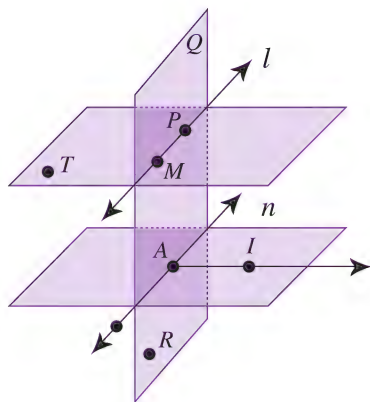
34 خالێک ناوینى لە سەر \overline{KM}

35 یەکتەر برینى \overline{MN} ، \overline{MU} ناوینى.

36 سێ خال لە پێکى یەکتەرى بن ناوینى.

37 دوو پارچە راستەهێڵ کە لەیهک ئاست بن ناوینى

بروانه شیۆە بەرامبەر بۆ شیکارکردنی پرسیارەکان لە 38 بۆ 40



38 یەکتەر برینى دوو راستەهێڵ n و AI ناوینى

39 یەکتەر برینى پووتەختى Q و پووتەختى MPT ناوینى.

40 سێ خال ناوینى کە لەیهک ئاست بن.

ژمارەى ئەو پارچە راستەهێڵە جیاوازەى کە دەتوانى ناوینى لە هەریەک لەم

شیوانەى خوارەووە چەندن؟ هەریەکیان ناوینى.



43



42



41

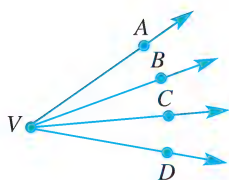
44 رێسایەکی گشتى بنووسە بۆ دۆزینەوێ ژمارەى ئەو پارچە راستەهێڵانەى کە دەتوانى

ناویان لێبنرێت بە زانینى ژمارەیهکی دیارى کراو n لە خالەکان کە دیکەوونە سەر یەک

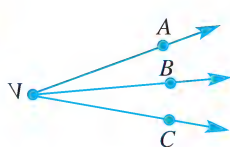
راستەهێڵ. پوونیکەووە چۆن پێساکەت دۆزییەو.

جەبەر

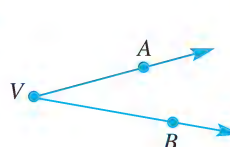
ژماره ی نهو گۆشه تیزانه ی که دتوانیت ناویان لی بنییت له هه ریه کی که لهم شیوانه ی خواره وه چهندن؟ ناوه کانیا ن دیاری بکه.



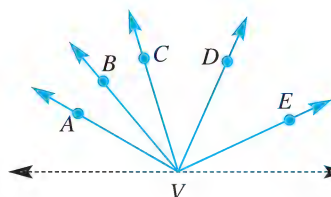
47



46



45



48 پرسیایه کی گشتی بنووسه بۆ دۆزینه وه ی ژماره ی نهو گۆشانه ی له 180 بچو وکترن که دتوانیت ناویان بهییت به زانیی ژماره یه کی دیاریکراو، n لهو تیشکانه ی که هه مان خالی دهست پیکردنیا ن هه یه پرونیبکه ره وه چۆن دۆزیته وه. وای دابنی که هه موو تیشکه کان بکه ونه دیویکی راسته هیله که وه. هه ره وه که لهم شیوه یه ی به رامبه ر پرونکرا وه ته وه

جهیر

روانین بۆ دوآوه

هاوکیشیه که به شیوه ی لاری - یه کتریرین بنووسه بۆ راسته هیلیک.

49 ته ریب بییت به راسته هیلی $y = \frac{3}{4}x - 1$ و به خالی $(-2, 5)$ دابروات.

50 نه ستون بییت له گه ل راسته هیلی $2x - 3y = 1$ و به خالی $(-4, 2)$ دابروات.

جیاکه ره وه ی نه م هاوکیشیه دوو جیا نه هه ژماریه که و ژماره ی ره گه کانی دیاری بکه. پاشان ره گه کان هه ژماریه که

53 $x^2 - 6x + 8 = 0$

52 $4x^2 - 4x + 1 = 0$

51 $x^2 - 6x + 12 = 0$

ژماره ی ریزکردنه کان یا ن ژماره ی گونجینه کان هه ژماریه که.

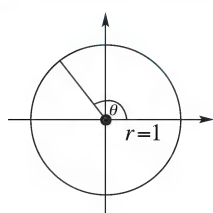
57 $\begin{pmatrix} 8 \\ 4 \end{pmatrix}$

56 $\begin{pmatrix} 10 \\ 3 \end{pmatrix}$

55 ${}_9P_7$

54 ${}_8P_3$

روانین بۆ پیشه وه



2π بریتیه له چیه وه ی باز نه یه که که چه که خالی بنه رته و نیوه تیره که ی 1 یه که یه له پروته ختی پۆتاند. ده توانی در یژی نه و که وانه ی که چه که گۆشه که ی θ دیاری کردو وه بدۆزیته وه به م یاسایه. $l = \frac{\theta}{360} \times 2\pi$ و در یژی که وانه که به l هیما ده کریت.

در یژی که وانه که هه ژماریه که هه ریه که لهم گۆشانه دیاری ده کات.

59 $\theta = 90^\circ$

58 $\theta = 180^\circ$

61 $\theta = 45^\circ$

60 $\theta = 360^\circ$

راستههیلەکان و پرووتەختەکان له بۆشاییدا Lines and Planes in Space



نامانجەکان

- پەيوەندىيەكانى نۆوان خالەكان و راستەهیلەكان و پرووتەختەكان له بۆشاییدا جیادەكاتەوه.
- گۆشەى دوو پرووتەخت جیادەكاتەوه.

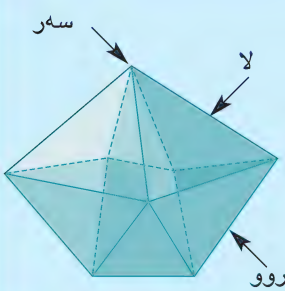
بۆچی

تێبینى تیکهههیلەکانى راستەهیلەكان و پرووتەختەكان له زۆرشتدا دەكەیت هەروەك چۆن دەردەكهوێت له پارچەكانى كرێستالدا. هەستەردن بە پەيوەندىيەكانى نۆوان پرووتەختەكان و راستەهیلەكان له بۆشاییدا بە پێویست دادەنرێت بۆ تیکههیشتنى زۆر له بنیاتەكانى سروشت.

Figures in Space

تەنە ئەندازەییەكان

زۆر پرووھەكان **Polyhedron** تەنێكى داخراوە لەبۆشاییدا و لە ژمارەیهك پرووی تەخت پێكدێت كه هەریەكەیان شیوێ چەندلایەك وەردەگرێ.



Polyhedron زۆر پرووھەكان

زۆر پرووھەكان تەنێكى داخراون لە بۆشاییدا لە ژمارەیهك پرووی تەخت پێكدێت هەریەكەیان شیوێ چەندلایەك وەردەگرن. ئەو چەند لایانە پێیان دەوترێت پرووھەكانى **Faces** تەنەكە. ئەم پرووانە یەكترى دەبێن لەچەند پارچە راستەهیلەك كە پێیان دەوترێت لاکانى زۆر پرووھەكە. سەرەكانى زۆر پرووھەكان بریتین لە سەرەكانى چەندلاکانى كە پرووھەكانیان **Vertices** پێكھێناوه.

هەندێك پرووھەیه لەوانەى تر زۆرتر دەیان ناسى وەك خشتەك (شەشپالۆ)، شەشپالۆ تەنێكى بۆشایی گره شەش پروو و 12 لا و 8 سەرى هەیه. شەشپالۆو كە بەسێفەتیكى گرنگ ناسراوه ئەوەش ئەوەیهكە هەموو پرووھەكانى چوارگۆشەى جووتن لەسەریەكترى و هەرسەرێك لە سەرەكانى خالى بەیهكگەیشتنى سێ پروویەتى و پێى دەوترێت زۆر پرووی **Regular Polyhedron**. بەشیوێیهكى گشتى بەزۆر پروویەك دەوترێت **Regular** ئەگەر هەموو پرووھەكانى چەندلای جووت بن، و هەر سەرێك لە سەرەكانى خالى بەیهك گەیشتنى هەمان ژمارەى پرووھەكان بێت.

راسته‌هیل‌هکان و پروتخته‌هکان له بۆشایی: ریڤای ههنگاو به ههنگاو

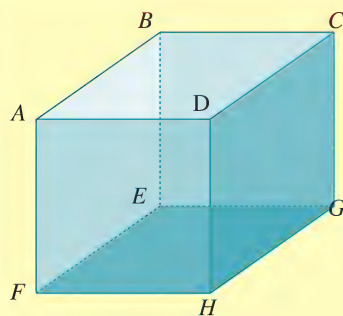
Lines and Planes in Space: A Step-by-Step Procedure

لهم چالاکیانەى خوارووه له‌مه‌ودوا چەند بۆچونێك دەدۆزیتەوه له باره‌ى په‌یوه‌ندیه‌كانى نیوان پروتخته‌هکان و راسته‌هیل‌هکان له بۆشاییدا و هه‌ڵده‌ستیت به‌ پرۆپێدانیان.

چالاکی 1

راسته‌هیل و پروتخته ته‌ریبه‌هکان له‌بۆشاییدا

Plane and Parallel Lines in Space



به‌شى يه‌كه‌م

1. شه‌شپاڵويه‌ك بكێشه و سه‌ره‌كانى ناوبى هه‌روه‌ك پوونكراوته‌وه له شێوه‌ى به‌رامبه‌ردا. ناوى لاكانى ستونى شه‌شپاڵووه‌كه بنووسه. ئايا وا ده‌رده‌كه‌وێت كه هه‌ردوو راسته‌هیل AE و CG ، له‌یه‌ك پروتخته‌دان؟ وا ده‌رده‌كه‌ون كه ته‌ریبى به‌یه‌كترى؟ ئايا له‌و باوه‌رپه‌دايت كه ئەم دوو راسته‌هیل به‌یه‌كیگه‌ن كاتێك درێژبکړینه‌وه تاناکۆتا؟

2. كام له لایه‌كانى شه‌شپاڵووه‌كه ته‌ریبى به‌یه‌كترى؟

3. ئايا لێره‌دا لا هه‌یه‌ ته‌ریبى نه‌بی‌ت له‌گه‌ڵ ئەوه‌ى به‌یه‌كترى ناگه‌ن ئەگه‌ر درێژیش بکړینه‌وه بۆ ناکۆتا؟ هۆیه‌كه‌ى دیاریبكه. به‌م راسته‌هیلانەى كه ئەم لایه‌نه دهنۆین پێیان ده‌وتریت ته‌كۆلۆ Skew چوار جووت له‌و راسته‌هیل ته‌كۆلۆیانە دیاربكه له‌وینەكه‌دا

به‌شى دووهم

1. ژماره‌ى پرووه‌كانى شه‌شپاڵووه‌كه چەندن؟ كام له‌م پروانه ته‌ریبى به‌یه‌كترى؟
2. پێناسه‌ى تايبه‌تى خۆت بنووسه‌ بۆ پروتخته ته‌ریبه‌هکان. به‌ته‌واوکردنى ئەم پرستیه‌ى خوارووه.

✓ خالى چاودێرى

✓ خالى چاودێرى

پێناسه‌ى پروتخته ته‌ریبه‌هکان Parallel Planes

دوو پروتخته ته‌ریبى ده‌بن ته‌نها ئەگه‌ر _____.

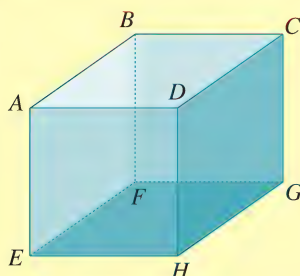
دوو شێوه‌ى ئەندازه‌یى ته‌ریبى ده‌بن، ته‌نها ئەگه‌ر بکه‌ونه دوو پروتخته‌ختى ته‌ریب.

تێبینى

چالاکی 2

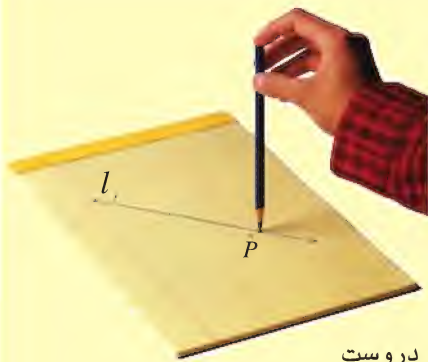
Segments and Plane

پارچه راسته‌هیل‌هکان و پروتخته‌هکان



به‌شى يه‌كه‌م

1. هه‌ر راسته‌هیلێك لایه‌ك له لاكانى شه‌شپاڵوى به‌رامبه‌ر دهنۆینێت ئەستون ده‌بی‌ت له سه‌ر دوو پرووى جیاوازی خشته‌كه‌كه. لیستێك دروست بكه به‌و راسته‌هیلانەى لاكانى خشته‌كه‌كه‌یان پێكه‌یناوه له‌گه‌ڵ دیاریکردنى دوو پرووى ئەستون له‌گه‌ڵ هه‌ریه‌ك له‌و راسته‌هیلانە.



2. که دهلښن راسته‌هیلېک ته‌ستونه له‌گه‌ل پروت‌ه‌ختیک ته‌مه مانای چی ده‌بخشیت بۆتو؟ راسته‌هیلې l له‌سەر کاغه‌زیک بکښه و خالیکې وک P ی له‌سەر دیاریکه. قه‌له‌مه‌که له‌سەر پروت‌ه‌ختی کاغه‌زه‌که به‌ستوونی پاگره و سهره‌که‌ی له‌ خالی P بیت. ئایا قه‌له‌مه‌که له‌سەر راسته‌هیلې l ته‌ستون ده‌بیت.

3. ئایا ده‌توانیت قه‌له‌مه‌که لاریکه‌یت‌وه به‌مهرجیک ه‌ر ته‌ستون بیت له‌سەر راسته‌هیلې l به‌ی ته‌وه‌ی ته‌ستون بیت له‌سەر پروت‌ه‌ختی کاغه‌زه‌که؟ وینه‌یه‌که دروست بکه، ته‌م وه‌لامه‌ت پروونیکاته‌وه.

4. وینه‌ی راسته‌هیلېکې تازه m بکښه‌که به‌ خالی P دا پروات. سهری قه‌له‌مه‌که له‌سەر خالی P دابنې، به‌مهرجیک قه‌له‌مه‌که ته‌ستون بیت له‌گه‌ل ه‌ریه‌که له‌ دوو راسته‌هیلې l و m په‌یوه‌ندی نیوان قه‌له‌مه‌که‌و پروت‌ه‌ختی کاغه‌زه‌که چ جوړه په‌یوه‌ندی‌ه‌که ده‌بیت؟

5. ژماره‌یه‌کی تر راسته‌هیلې بکښه‌که به‌ خالی P داپروښ. ته‌گه‌ر قه‌له‌مه‌که ته‌ستون بیت له‌سەر پروت‌ه‌ختی کاغه‌زه‌که، ئایا ته‌ستون ده‌بیت له‌گه‌ل ته‌و راسته‌هیلان‌ه‌ی که‌له‌خالی P کښراون.

6. پیناسه‌ی تایبه‌تی خوټ بنوسه بو راسته‌هیلې ته‌ستون له‌سەر پروت‌ه‌خت به‌ ته‌واوکردنی ته‌م رسته‌یه‌ی خواره‌وه.

✓ خالی چاودیږی

پیناسه

راسته‌هیلېک ته‌ستون ده‌بیت له‌سەر پروت‌ه‌ختیک له‌ خالیک له‌ خاله‌کانیدا ته‌گه‌رو ته‌نها ته‌گه‌ر ته‌ستون بیت له‌سەر ه‌موو ته‌و راسته‌هیلان‌ه‌ی ده‌که‌ونه‌وه پروت‌ه‌خته‌که‌وه و ده‌پوښ به _____ ؟



به‌شی دووهم

راسته‌هیلې ته‌ریب ده‌بیت به‌پروت‌ه‌ختیک ته‌گه‌ر نه‌یېږت.

1. ه‌موو لایه‌که له‌ لاکانی شه‌شپالوویه‌که ته‌ریبه به‌ دوو پروو له‌ پرووه‌کانی شه‌شپالووه‌که (سهری پرسپاری l له‌ به‌شی یه‌که‌م بکه) لیستیک دروستیکه به‌ لاکانی شه‌شپالووه‌که، دوو پرووی ته‌ریبی به‌رامبه‌ری ه‌ر لایه‌که دیاریکه.

2. راسته‌هیلې l له‌ س‌ر کاغه‌زیک بکښه. قه‌له‌مه‌که‌ت بگره

به‌مهرجیک به‌رتر بیت له‌ پروت‌ه‌ختی کاغه‌زه‌که و ته‌ریب بیت

به‌راسته‌هیلې l . ئایا قه‌له‌مه‌که‌ و دیارده‌بیت که ته‌ریب بیت به‌ پروت‌ه‌ختی کاغه‌زه‌که؟

3. قه‌له‌مه‌که بسورپینه به‌مهرجیک ه‌رته‌ریب بیت به‌ پروت‌ه‌ختی کاغه‌زه‌که و بی ته‌وه‌ی ته‌ریب

بیت به‌ راسته‌هیلې l . ئایا له‌و پروایه‌ دایت که له‌ توانات دا ده‌بیت راسته‌هیلېکې تر

بکښیت له‌ کاغه‌زه‌که‌دا به‌مهرجیک ته‌ریب بیت به‌ قه‌له‌مه‌که‌ له‌و باره‌ی تازه‌یدا؟

4. سیفه‌تیک له‌ سیفه‌ته‌کانی راسته‌هیلې ته‌ریب به‌ پروت‌ه‌ختیک بنوسه به‌ ته‌واوکردنی ته‌م راسته‌ی خواره‌وه.

✓ خالی چاودیږی

پیناسه

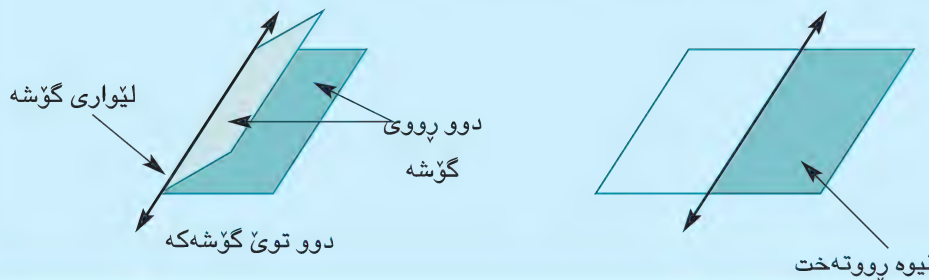
راسته‌هیلېک ته‌ریب ده‌بیت به‌پروت‌ه‌ختیک نه‌که‌وینه‌ ناویه‌وه ته‌گه‌رو ته‌نها ته‌گه‌ر ته‌ریب بیت به _____ بکه‌وینه‌ ناو ته‌و پروت‌ه‌خته.

ھەر راستەھێڵێک بکەوێتە پرووتهختێکەوە دابەشی دەکات بە دوو بەشەو ھەربەشێکیان پێی دەوترێت نیوہ پرووتهخت و بەو راستەھێڵە دەوترێت لیواری نیوہ پرووتهختە.

Dihedral Angle دوو توێ گۆشه

دوو توێ گۆشه Dihedral Angle بریتییه لەو شیوہ بۆشاییە کە لە دوو نیوہ پرووتهخت پێکدێت کە ھەمان لیواریان ھەیە.

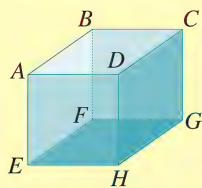
ھەریەک لە دوو نیوہ پرووتهختە کە پێی دەوترێت پرووی Face گۆشەکە و بەلیواری ھاوبەشەکە ی نێوانیان دەوترێت لیواری گۆشەکە Edge of the Angle.



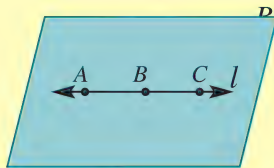
چالاکی 3

Measure of a Dihedral Angle

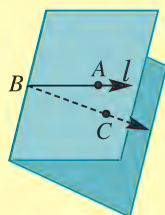
پێوانی دوو توێ گۆشه



1. ھەندێک پرووەکانی شەشپالو دوو توێ گۆشە و ھەستاپێک دینن (واتە ئەو دوو پرووی ئەستوون لە سەر یەکتەری). ھەر پروویەک لە پرووەکانی شەشپالووەکە ئەستون دەبێت لەگەڵ ژمارەیکە لە پرووەکانی تر. ئەو ژمارەیکە چەند دەبێت؟



2. راستەھێڵێکی ئاسۆیی l لەسەر کاغەزێک بکێشە و لەسەر ئەو راستەھێڵە سێ خاڵی A و B و C دیاریبکە بەمەرجێک خاڵی بکەوێتە نێوان ھەردوو خاڵەکە ی تر. کاغەزەکە بنوشتێنەو بە مەرجێک ھەردوو نیوہی راستەھێڵی l کە سنوردراو بە خاڵی B جووتبن، پەيوەندی چییە لە نێوان راستەھێڵی نوشتێنراو و راستەھێڵی l ؟



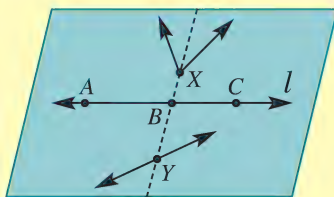
3. کاغەزەکە لەسەر خۆ بکەو و بۆ ئەو دوو توێ گۆشەیکە دەست بکەوێت پێوانە ی گۆشە ی ABC دادەنرێت بە پێوانە ی دوو توێ گۆشەکە.

4. پێناسە ی تایبەتی خۆت بنوسە بۆ پێوانە ی دوو توێ گۆشە بە تەواوکردنی ئەم رستەییە خوارەو.

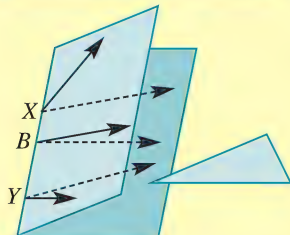
✓ خاڵی چاودێری

Measure of a Dihedral Angle پێوانە ی دوو توێ گۆشه

پێوانە ی گۆشەیکە سەرەکە ی لەسەر لیواری دوو توێ گۆشەکە بێت و دوو لاکانی _____ ؟ لەگەڵ ئەو لیواری، و ھەریەکێکیان بکەوێتە دوو پرووی دوو توێ گۆشەکەو.



5. کاغذ کے بکھو و پاپیخہ. راستہ ہیلکی نوشتن راہ
بکیشہ و دو خالی X و Y لہ سہر دیار بکہ. لہ و دو خالہ وہ
دو تیشک بکیشہ کہ ہریہ کیان بکھونہ لایہ کی
راستہ ہیلے نوشتا و کہ وہ ہر وہ لہ وینہی بہرام بہر
پرو نکرا و تہ وہ



6. کاغذ کے جاری کی تر بنوشتینہ وہ. لہ دوایدا پارچہ
کاغذ کے بہوردی ببرہ کہ بتوانیت بیخہ پتہ ناو ہموو گوشہ
جیاوازہ کان کہ دروست بووہ لہ نہجامی تیشکہ
کیشراوہ کان، شیوہکانی پارچہ کاغذ کے دہست
کہوتووہ بہراورد بکہ. ئایا پیوانہی ئو گوشانہی
دروست بووہ لہ نہجامی کیشانی تیشکہ کان
یہکسانن بہ پیوانہی ABC یان جیاوازہ لی؟

✓ خالی جاودیری

7. ئو سی گوشہ یی لہ پرسپاری 6 دہستکہ و تووہ پیوانہ بکہ و پیوانہ کیان بہراورد بکہ،
کام گوشہ یان بچو و کترہ؟ کام گوشہ یان گہورترہ؟ ئو نہجامانہ بہکار بہینہ بو ئوہی
پرو نیبکہ پتہ وہ بوچی دو توئی گوشہ دہپوری بہ پیوانی ئو گوشہ یی دو لاکہی
ئہستونن لہ سہر لیواری دو گوشہ کہ.

تیبینی: 1. پیوانہی دو توئی گوشہ یہکسانن بہ پیوانہی پروو گوشہ کہی

2. پروو گوشہ بو دو توئی گوشہ ئو گوشہ یہ کہ دو لایہکانی ئہستونن لہ گہل
لیواری دو توئی گوشہ کہ و ہریہ کیکیان دہکھونہ پرویہ کہ لہ دو پروو کہ یہ وہ.

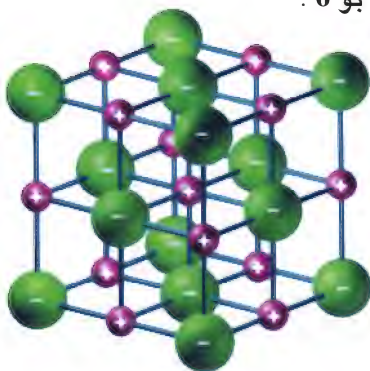
راہیان

بہردہ و امبون لہ بیر کاریدا

1. لہ بوشاییدا نگہر دو راستہ ہیل ئہستون بن لہ سہر راستہ ہیل سییہم. ئایا ئو دو
راستہ ہیل بہیہ کتر تہریب دہبن؟ هوئی وہ لامہ کہت پروونکہ وہ.
2. نگہر راستہ ہیل بکھو پتہ پروتہ ختی و ئہستون بیٹ لہ سہر راستہ ہیل کی تر کہ
نہکھو پتہ پروتہ ختہ کہ وہ، ئایا راستہ ہیل دووہم ئہستون دہبیٹ لہ سہر پروتہ ختہ کہ؟
هوئی وہ لامہ کہت بنووسہ.

3. نگہر راستہ ہیل ئہستون بیٹ لہ سہر دو راستہ ہیل یہکتربری ناو پروتہ ختی کہ وہ
ئایا ئہستون دہبیٹ لہ سہر پروتہ ختہ کیان؟ هوئی وہ لامہ کہت دیاربکہ

ئو شیوہ یی بہرام بہر پیکہاتہی سیجایی نمونہی کریستالی کلوریدی سوڈیوم
پروندہ کاتہ وہ. خالہکانی یہکتربری ئو پارچہ راستہ ہیلانہی کہ دہیینیت ناویان
لیبئی و بہکاریان بہینہ بو شیکارکردنی پرسپارہکان لہ 4 بو 6.



4. دو پارچہ راستہ ہیل تہریب بہیہ کتر دیاربکہ.
و هوئی تہریب بوونہ کیان پروونکہ وہ.

5. دو پروتہ ختی تہریب بہیہ کتر دیاربکہ. هوئی
تہریب بوونہ کیان پروونکہ وہ.

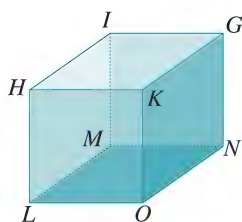
6. دو پروتہ ختی ئہستون دیاربکہ، هوئی
ئہستون بوونہ کیان پروونکہ وہ.

جیہ جیکر نہکان

کیمیا

راهنای نارااسته کراو

ویننه ئه خسته که بهرامبهرت به کار بهینه بو شیکارکردنی پرسپارهکانی 7 تا 11



7 دوو جووت له لاتهریبهکان دیاربکه

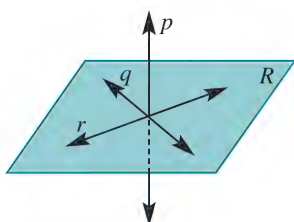
8 دوو جووت له لاتهکولۆکان دیاربکه

9 دوو جووت له پووه تهریبهکان دیاربکه

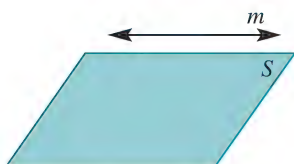
10 دوولا دهستنیشانیکه و ئه پووتهختانه دیاربکه که ئهستون لهسهر ههر یهکیکیان.

11 دوو جووت له لاتهریبهکان دیاربکه

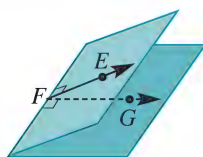
که ناکهونه ناو یهک پوهوه.



12 راستههیللی p له ویننه بهرامبهر ئهستونه لهسهر پووتهختی R پهیوئدی نیوان راستههیللی p و راستههیللی q و ههروهها نیوان راستههیللی p و راستههیللی r چیه؟

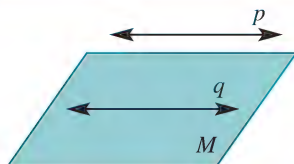


13 له ویننه بهرامبهر راستههیللی m تهریبه به پووتهختی S , پهیوئدی نیوان راستههیللی l و ئه راستههیللی دهکهوئته پووتهختی S و چیه؟

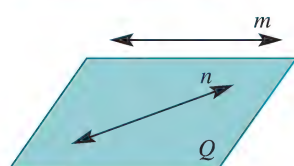


14 له ویننه بهرامبهردا پیوانه دوو توئی گوشهکه چهنده؟

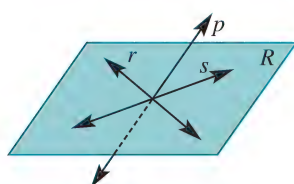
راهنایان و جیهجیکردن



15 له ویننه بهرامبهردا راستههیللی p تهریبه بهراستههیللی q پهیوئدی چیه له نیوان راستههیللی p و پووتهختی M



16 له ویننه بهرامبهر راستههیللی m تهریب نییه به راستههیللی n . چی دهلیت به پهیوئدی نیوان راستههیللی m و پووتهختی Q ؟ پوونیکهوه.

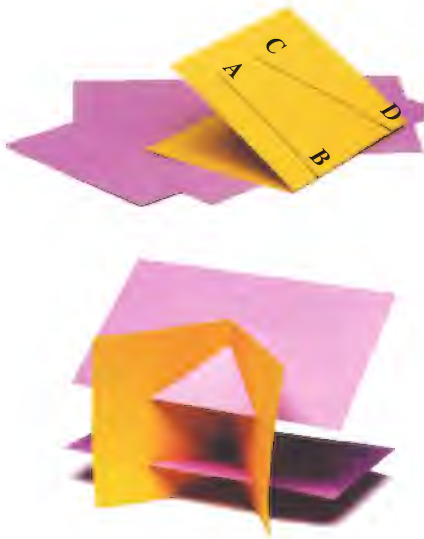


17 له ویننه بهرامبهردا راستههیللی p ئهستوونه لهسهر راستههیللی r و ئهستوون نیه لهسهر راستههیللی s چی دهلیت به پهیوئدی نیوان راستههیللی p و پووتهختی R ؟

ئايا ئەم پستانە لە ھەر پرسىارىك لە پرسىارەكانى 18-22 راستن
يا ھەلەن؟ بۆچونەكانت بە وێنە ڤوونبکەرەو.

- 18 ئەگەر دوو راستەھیل تەریب بن بە راستەھیل سێیەم ئەوا خۆشيان تەریب دەبن.
- 19 ئەگەر دوو ڤووتەخت تەریب بن بە ڤووتەختى سێیەم ئەوا خۆشيان تەریب دەبن.
- 20 ئەگەر دوو ڤووتەخت ئەستون بن لەگەل ڤووتەختى سێیەم ئەوا خۆشيان تەریب دەبن.
- 21 ئەگەر دوو ڤووتەخت ئەستون بن لەگەل راستەھیل ئەوا خۆشيان تەریب دەبن.
- 22 ئەگەر دوو راستەھیل ئەستون بن لەگەل ڤووتەختى ئەوا خۆشيان تەریب دەبن.

ئەو نمونەیهى كە دروستى دەكەیت بە پێى پێنمايهكان لە پرسىارى 23
بەكارىبھێنە بۆ شىكارکردنى پرسىارەكان لە 24 تا 26 .



- 23 پارچە کارتۆنىكى لاكێشەيى بنوشتینەو، لەسەر يەكێك لە
دوو بەشەكەى، دوو راستەھیل AB و CD بكێشە بە
مەرجێك AB ئەستون بێت لەسەر هیلە نوشتاوەكە،
راستەھیل CD ئەستون نەبێت لەسەر هیلە نوشتاوەكە
پارچەيەك بېرە بە پێى دوو راستەھیلەكە و دەستپێكە لە
هیلەى نوشتانەوێكە. ئەو دوو پارچە براوەى كە دروست
كردن بخەرە ناوێو بۆ دروست كردنى نمونەيەك.
- 24 لە دوو پارچە براوەكە كامەيان ئەستون نېيە لە سەر
هیلەى نوشتنراو؟
- 25 لە دوو پارچە براوەكەى خراوتە نێوانەكەو كامەيان
دەتوانى بەكاربھێنریت بۆ پێوانى دوو توێ گۆشەكە؟
- 26 كام لە دوو توێ گۆشەكە كە سنووردراو بە
دوو پارچەكانى دانراو گەورەترین پێوانەى ھەيە؟



روانين بۆدواوه

پرگال و راسته بهكاربهينه بۆ كېشانی وینەکان له پرسپارهکانی 27 بۆ 30 .

27 گۆشه ABC بکیشه و له دوايدا كۆپیهکی وەك خۆی دروستبکە.

28 پارچه راستههێلێك بکیشه و له دوايدا تهوهرهكەى دروستبکە.

29 راستههێلێ FG و خالی H كه دهكهوێته دهرهوهی بکیشه. ئەو راستههێلێ

دروستبکە كه بهخالی H دادهروات و تهريبه به راستههێلێ FG .

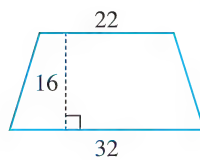
30 سیگۆشهیهك بکیشه له دوايدا كۆپیهکی وەك خۆی دروستبکە.

پووبهري ئەم چەندلایانە هەژماربکە:

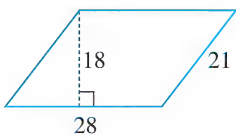
31 چوارگۆشه



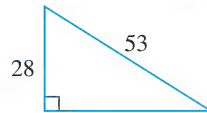
32 نیمچه لاتەریب



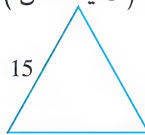
33 لاتەریب



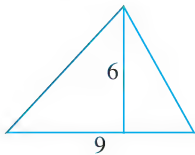
34 سیگۆشهی وهستاو



35 سیگۆشهی پێك
(لا یهكسان)



36 سیگۆشهی جیالا



روانين بۆپیشهوه

بهرهنگاری

37 تهنه دوو دهنكه شقارته بجولێنه لهم

وینەیهی خوارهوه بۆ ئەوهی وینەیهکت

دهستكهوێت تهنه سێ سیگۆشهی

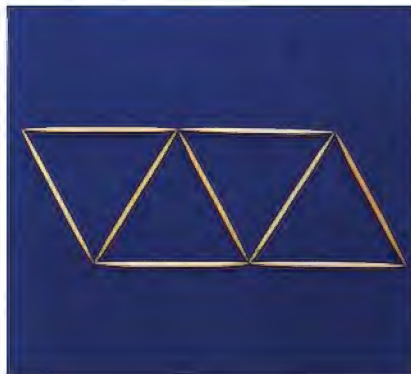
تێدا بێت.

38 تهنه سێ دهنكه شقارته بجولێنه لهم

وینەیهی خوارهوه بۆ ئەوهی وینەیهکت

دهستكهوێت تهنه سێ سیگۆشهی

تێدا بێت.





بۆچی
بێگومان دەزانیت کە شتە دوورەکان بچوکتەر
دەبینرێن لەوەی کەهەن. لە خوێندنی وینە
بینراوەکان لەمەودوا فێری دانانی پێساکی کێشانی
وینەکان دەبێت. بەجۆرێک شتەکان بەرێکی
دەردەکەون لەپەڕەتێبەکانی نیوانیان.

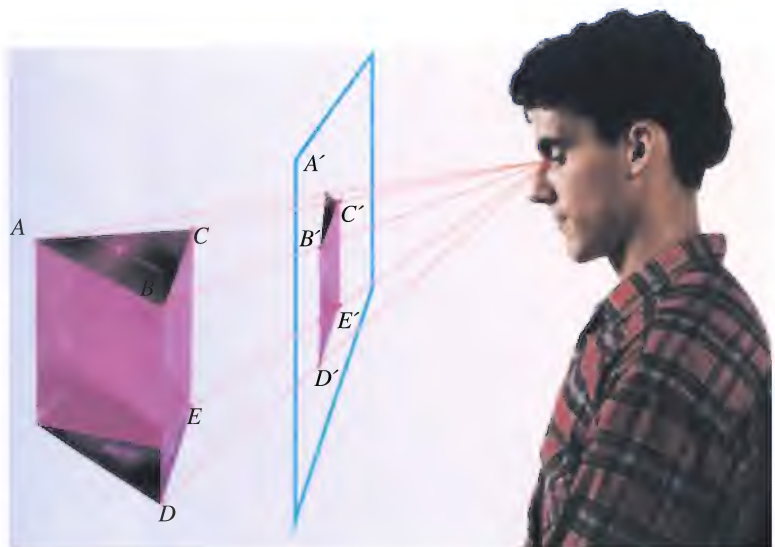
ئامانجەکان

- چەمکە بنەرەتییەکانی وینە
بینراوەکان دەناسێت.
- ئەو چەمکانە بۆ کێشانی
وینە بینراوەکان
بەکار دەهێنێت.

هونەرمنده ئەرۆپیەکان لە چەرخی سەرھەڵدان، لە نیوان ھەردوو سەدەی چوار دە و
شازدە زاینی گەڕانەوە بۆ دواوە و دۆزیانەووە چۆن ھەستێکی قول لە وینەکان و تابلۆ
ھونەریەکان پەیدا بکەن. بە دەستپێکردن لەکار ھونەریە کلاسیکیەکانی یۆنان و رۆمان
دەتوانیت تێبینی ئەوە بکەیت چۆن کارەکانی پێشوو لەسەردەمی راپەرین دەردەکەوێت (لە
وینە ی لای راست) بەبەر اورکردن لەگەڵ تابلۆکانی ئەم سەردەمە (لە وینەکە ی لای چەپ).

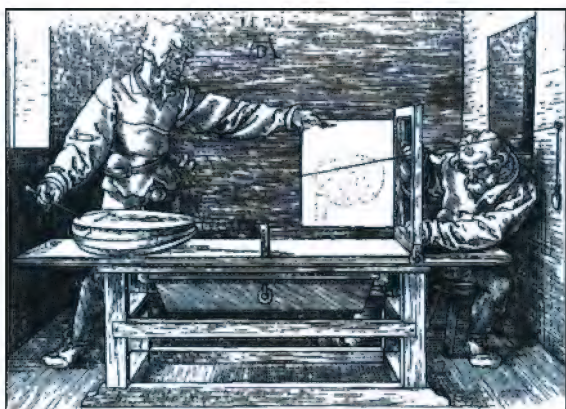
Windows to Reality وینە بینراو: پەنجەرەیک لەسەر ژێانی رۆژانە

پێگاکانی وینە بینراوەکانی نوێ لە سەردەستی
تەلارسازی ئیتالی فلیپ برنولیتشی دۆزیانەووە (1377-
1466م). ئەم رێگایانە پشت دەبەستن بە بیرۆکەیکە
بنەرەتی ئەویش بریتییە لەوەی کە وینە وەک پەنجەرە
وايە. ئەو ھونەرمندهی ھەول دەدات تابلۆیکە بکێشێت
یان ئەو کەسە سەیری تابلۆیکە ھونەری ئامادەکراو
دەکات، لە رێگای وینەکە شتە راستەقینەکان ببینێت کە
تابلۆکە دەینوێنێت. کاتی کە سێک دەروانییە شتێک
ھێڵەکانی بینینی خەیاڵی دادەنێت، کە چاو و ھەموو
خاڵە جیاوازەکانی ئەو شتە پیکھیناوە بەیەکەو
دەبەستێت. وادابنی لێرەدا پروتەختێک ھەیە (شووشە)
بکەوێتە نیوان چاوی بینەر و ئەو شتە سەیری دەکات.
ھەموو ھێڵەکانی پوانینی ئەم پروتەختە بریتییە لە
خاڵانە کە وینە شتە پیکھیناوە. وا دەردەکەوێت
ھەر وەک جیکەوتەکە ی بێت لەسەر پروتەختەکە، بۆیە
دەتوانین بڵێن وینە شتێک بریتییە لە جیکەوتەکە ی لە



پەنجەرە پروتەختی وینەکە جیکەوتی ئەوەی دەیبینیت لە خۆدەرگێت

سەر پروتەختی وینەکە Picture Plane



ھونەرمەندى ئەلمانى ئەلبەرت دو
سەردانى ئىتالىيەي كىرد بۇ فىربوونى
تەكنىكى وئىنە بىنراوھكان لەدوايىدا
وئىنەى كۆمەللىك كارى ھونەرى كىشا
كە ھونەرمەندەكان ئەم جۆرە
تەكنىكەيان تىدا بەكارھىناوھ ھەروەك
لەم تابلۆيەى بەرامبەردا دەردەكەوئىت.

سەيرى تابلۆكەى (دورر) لەسەرەوھ بکە و باسبىكە چۆن ھونەرمەند ئەو تەكنىكەى بەكارھىناوھ
بۇ پروونكردنەوھى جىكەوتى شتېك لەسەر پرووتەختى وئىنەكە.

✓ خالى چاودىرى

Parallel Lines and Vanishing Points ھىللە تەربىيەكان و خالى پوكانەوھ



ئايا سەرنجىت داوھ كە دوولای ھىللى ئاسن يان دوولای
پىگايەكى درىژى راست وا دەردەكەون كە لە دوور
بەيەكتى دەگەن؟ ئەو خالەى كەوا دەردەكەوئىت ئەو
ھىللانەى تىدا بەيەك دەگەن ھەمىشە لە ئاسودا دەبن پىي
دەوترىت خالى پوكانەوھ لە وئىنە بىنراوھكاندا

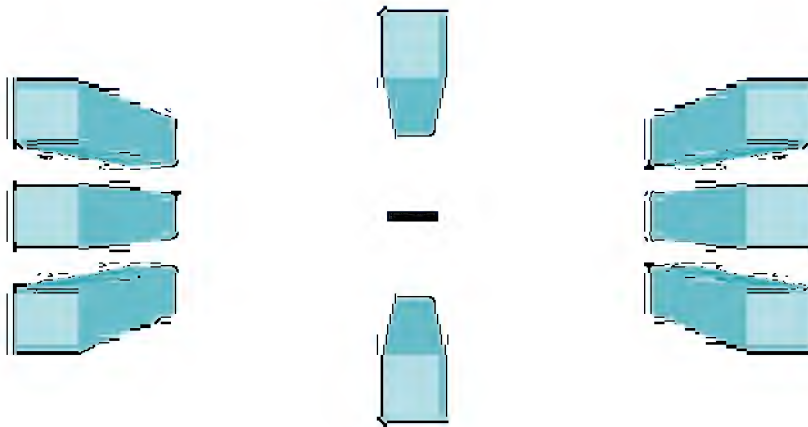
بۇ ھەردو پارچە راستەھىللى AB ، CD ھەروەك دەردەكەون لە وئىنەكەى خوارەوھدا لە راستىدا
يەك درىژيان ھەيە كاتىك بىنەر ئەمانە دەخاتە سەر پرووتەختى وئىنەيەك شىوھى AB وا
دەردەكەوئىت درىژترە لە شىوھى CD .



ئەم دوو رېئاسايەى لەم وانەدا دېت دەبېتە بنچىنە بۇ تېگەيشتنى چەمكەكانى ويئە بىنراوھكان. دەتوانرېت راستى ئەم دوو رېئاسايە بسەلمېنن بە خوئندنى ئەو رېگايەى كە بە ھۆيەو جېكەوتى ھېلە تەرىبەكان لە سەر پروتەختى ويئەكە لە ويئە بىنراوھكە دەھېنرېتەدى.

رېئاساى 1 : كۆمەلەكانى ھېلە تەرىبەكان Principle 1: Sets of Parallel Lines

لەويئەى بىنراودا ھەموو راستەھېلە تەرىبەكان، ئەوانەى تەرىب نىن بە پروتەختى ويئەكە، لە يەك خالدا بەيەك دەگەن كە پېى دەوترېت خالى پوكانەو.



ئايا لەوباوھرەداى كە ئەو خالەى وا دەردەكەوېت كە ھەموو راستەھېلە تەرىبەكان لەويئە بەيەك دەگەن پېويستە لە ويئەكەدا بېت؟ ويئەيەك بەكاربھېنە بۇ پروونكرەنەوھى ئەو.

✓ خالى چاودېرى

رېئاساى 2 : ھېلەكانى تەرىب بە زەوى Principle 2: Lines Parallel to the Ground

لە ويئەى بىنراودا، ھەر راستەھېلەك بكوئتە پروتەختى زەوى و تەرىب نەبېت بە پروتەختى ويئەكە، بە ھېلى ئاسۆ دەگات لە خالېكدا، ھەر راستەھېلەك تەرىب بېت پېى لە ھەمان خالدا بە ھېلى ئاسۆ دەگات.



راستەھېلە تەرىبەكان ئەوانەى تەرىب بە پروتەختى ويئەكە لە ويئەى بىنراودا، ھەمىشە دەكېشرېن بە بى خالى پوكانەو. لە زۆر باردا دووركەوتنەوھ لەو كېشە دروست دەكات. ئايا دەتوانىت باسى چەند بارىك بكەيت كە ئەم تەكنىكە ويئەيەكى راستەقىنەمان ناداتى.

✓ خالى چاودېرى

✓ خالی چاودیڙی

دهتوانڙی بیرۆکه‌ی خالی پوکانه‌وه له وینه‌ی بینراودا په‌پرۆ بکړیت هه‌رچه‌ند ئه‌و راسته‌هیل له ته‌ریبه‌ ده‌رکه‌وتوو‌ه‌کان له وینه‌که‌شدا ده‌رنه‌که‌ون. له پیزکردنی سیله‌ وه‌رگره‌کان (الصحون اللاقطة) که له‌خواره‌وه‌ پوونکراوه‌ته‌وه‌ راسته‌هیل خه‌یالیه‌کان به‌و خالانه‌دا ده‌رۆن که که‌وتونه‌ته‌ سه‌رو بنی سیله‌کان. ئه‌و راسته‌هیلانه له ئاسودا به‌یه‌ک ده‌گهن. هۆیه‌که‌ی پوونبکه‌وه.



ئه‌ندازه‌ی ته‌لارسازی له بیرۆکه‌ی وینه‌ بینراوه‌کان سوودی زۆری بینیه‌و و بابه‌ته‌ سه‌ره‌تاییه‌کانی لی پیکه‌یناوه. خانوو‌ه‌کان و ته‌لاره‌کان جوانترین نمونه‌ن بۆ بره‌وپێدانی بیرۆکه‌ی وینه‌ بینراوه‌کان له به‌ر ئه‌وه‌ی زۆر راسته‌هیل ته‌ریبی تێدایه‌ که له ناوخۆیاندا ته‌ریبن به‌یه‌کتی و ته‌ریبن به‌ زه‌وی.

راهیان

به‌رده‌وامبوون له بیر کاریدا

1 مانای خالی پوکانه‌وه له وینه‌ی بینراودا چی ده‌گه‌یێنیت؟

2 ئه‌و راسته‌هیل له بکه‌وێته‌ پروته‌ختی زه‌وی و ته‌ریب نه‌ییت به‌ پروته‌ختی وینه‌که‌، بۆچی له ئاسودا کۆتایی دیت. وینه‌یه‌ک بکێشه‌ وه‌لامه‌که‌ت پوونبکه‌ته‌وه‌.



3 وینه‌کانی ته‌لاره‌کان و خانوو‌ه‌کان

بۆچی به‌ جوانترین نمونه‌

داده‌نرین بۆ په‌پرۆکردنی چه‌مکی

وینه‌ی بینراو؟ وینه‌یه‌ک دروستبکه‌

بۆ پوونکردنه‌وه‌ی وه‌لامه‌که‌ت

4 ئاسۆ له وینه‌ی بینراودا به‌

راسته‌هیلێکی ئاسویی ده‌نوێنری که‌

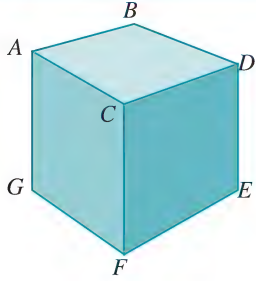
له ئاستی چاودا بێت، ئه‌م گریمانه‌

به‌ بۆچوونی تۆ بۆ وا دانراوه‌؟

5 ئه‌و دوو وورچه‌ی له وینه‌که‌دا ده‌رکه‌وتوون هه‌مان درێژیان هه‌یه‌. به‌لام یه‌کێکیان درێژتر ده‌رده‌که‌وێت له‌وی تریان هۆیه‌که‌ی دیاربکه‌؟

✓ خالی چاودیڙی

راھینانی ئاراستە کراو



6 وێنەى بەرامبەر وێنەىكى بىنراوہ بۆ شەشپالۆيەك دەربارەى

ئەو راستەھێلانە EF ، CD ، AB چى دەلێت؟ و

بەراستەھێلانەکانى GF ، BD ، AC دەلێن چى؟

7 راستەھێلانە ستوونییەکان لە وێنەى شەشپالۆكەى

بەرامبەردا لە خالى پۆكانەوہ بەيەكناگەن. ھۆيەكەى

دياريكە بە بەكارھيئانى ريسابىنراوہكان.

8 وادابنى وێنەى شەشپالۆكەى پيشوو خانوويەك بنوێنى لەسەر پروتەختى زەوى ئەو

راستەھێلانەى كە ليوارە ناستوونىەكانى خانووكە دەنوێنن لە كۆى بەيەكدەگەن.

راھينان و جيبەجێکردن

ئەم پرسيارانەى لەخوارەوہ ھاتوون ئەو ھەنگاوانەى پيويستە بەكاربيت بۆ تەواوکردنى

نموونە جۆراوجۆرەکان لەوینەى بىنراو پروندەکاتەوہ.

9 ئەو وێنە بىنراوہى كە يەك خالى پۆكانەوہى ھەبيت پيى دەوتریت وێنەيەك كە

يەك پۆكانەوہى ھەيە.

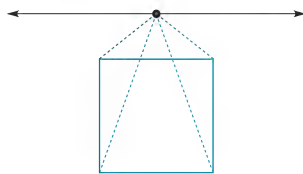
ا چوارگۆشەيەك بکێشە لە دوايدا راستەھێلانەى ئاسۆيى بکێشە ئاسۆ بنوێنیت. خالى

پۆكانەوہى لەسەر دياريكە.



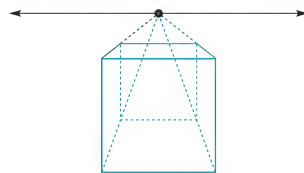
ب راستەھێلانەى خالدار و باريك بکێشە لە نيوان ھەر سەريک لەسەرەکانى چوارگۆشەكە

و خالى پۆكانەوہ.



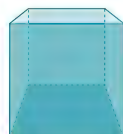
ج چوارگۆشەيەكى خالدار بچووكتر لە چوارگۆشەى يەكەم بکێشە سەرەکانى

بکەویتە سەر راستەھێلانەکان كە کيشاوتن لە (ب)وہ.



د لە وێنەكەدا ھەموو ئەوانەى دەكەونە پشت چوارگۆشە بچوكەكە لابیە، راستەھێلانەکانى

خالدار كە لە وێنەكەدا دەمێنێتەوہ ئاماژە دەكەن بۆ ئەو ليوارانەى كە نابىرن.



10 هەنگاوهکانی پرسیاری 9 دووبارە بکەرەوه لەگەڵ دانانی خالی پوکانهوه بۆ لای چەپی

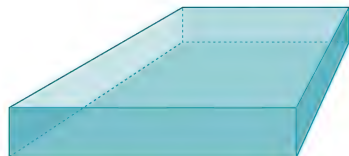
یان لای راستی چوارگۆشەکە.

11 هەنگاوهکانی پرسیاری 9 دووبارە بکەرەوه لەگەڵ دانانی هێلی ئاسۆ و خالی پوکانهوه لە

ژێر چوارگۆشەکەدا

12 چی پووودەدات ئەگەر خالی پوکانهوه لە ناو چوارگۆشەکە یان لە سەر یەکیەک لە لاکانی بێت

ئەم وێنەی خوارەوه دروست بکە لە سەر کاغەزێک بۆ شیکارکردنی هەردوو پرسیاری 13 ، 14 .



13 خالی پوکانهوه لە وێنەکەدا دیاریبکە.

14 هێلی ئاسۆ بکێشە

15 ئەو وێنە بێنراوەی کە دوو خالی پوکانهوهی هەیه پێیدەوتری وێنەیەک بە دوو خالی پوکانهوه.

ا) پارچە راستەهێلێکی ستونی بکێشە کە لای

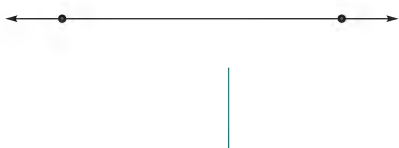
پێشەوهی شەشپالۆیەک بنوێنێ. هێلێکی

ئاسۆیی لەسەر ئەو پارچەیە بکێشە و دوو

خالی پوکانهوه بکەوێ هەردوو لای پارچە

راستەهێلەکەوه هەڵبژێرە، هەروەک چۆن لە

وێنەی بەرامبەردا پوونکراوەتەوه

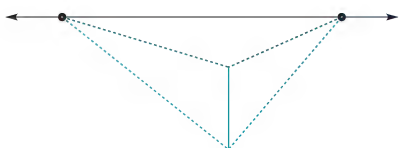


ب) راستەهێلەکانی خالدار و باریک کە

هەردوو لای پارچە ستونەکە لەگەڵ

هەردوو خالی پوکانهوه دەگەیەنێت بکێشە

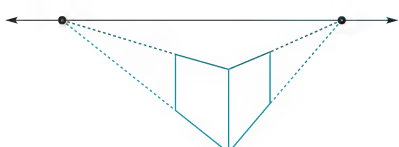
هەروەک لەم وێنەدا پوونکراوەتەوه.



ج) پارچە راستەهێلە ستونێکە کە

لایەکانی پووەکانی پێشەوهی

شەشپالۆکە پێکدێن بکێشە.



د) پارچە راستەهێلێکی باریک و خالدار

بکێشە کە لاکانی پارچەکانی کە وێنەت

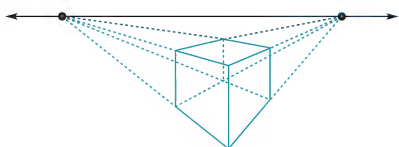
کێشاوە لە ج د لەگەڵ هەردوو خالی

پوکانهوه دەگەیەنێت . پارچەیەکی ستونی

خالدار بکێشە کە هەردوو خالی بەیەک

گەیشتنی راستەهێلەکانی وێنەی بێنراو کۆ

دەکاتەوه

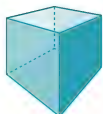


ه) هەموو ئەو شتانەی کە وتونەتە دەرەوهی

لێوارەکانی شەشپالۆکە لایبە پارچە

راستەهێلەکانی خالدار بەکاربهێنە بۆ لایە

نەبێنراوەکانی شەشپالۆکە.



16 هەنگاوهکانی پرسپاری 15 دووبارە بکەوه لەگەڵ دانانی هێڵی ئاسۆ، و دوو خاڵی پوکانهوه لە ژێر پارچە ستونیهکەدا.

17 هەنگاوهکانی پرسپاری 15 دووبارە بکەرەوه لەگەڵ دانانی هێڵی ئاسۆ، بەرپگایەک کە لەگەڵ پارچە راستەهێڵە ستونیهکە بەیەکبەگەن.

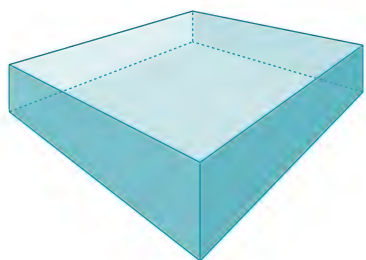
18 چی پروودەدات کە وێنەیهک دوو خاڵی پوکانهوهی هەبێت ئەگەر ئەو دوو خاڵە نزیککەوتنەوه؟ ئەگەر دورکەوتنەوه؟

19 چی پروودەدات لە وێنەیهک کە دوو خاڵی پوکانهوهی هەبێت کاتیەک ئەو دوو خاڵە لە هەمان پرووی پارچە راستەهێڵە ستونیهکەبن.

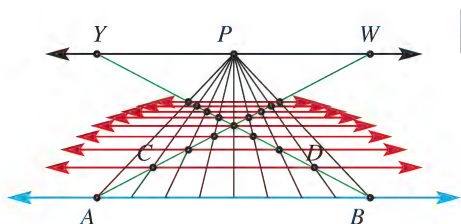
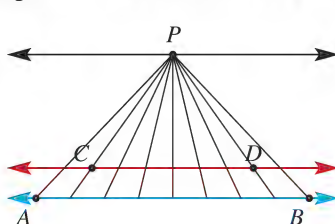
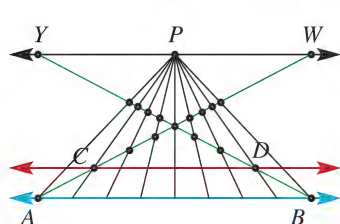
ئەم وێنەی خوارەوه لە سەر کاغەزێک بکێشه بۆ شیکاری هەردوو پرسپاری 20، 21.

20 دوو خاڵی پوکانهوه لەم وێنەدا دیاریبکە.

21 هێڵی ئاسۆ بکێشه



نەخشە پێژکردن و نەخشاندنی نیگاری کاریکی سەرنج ڕاکێشن بۆ هونەرمەندان و وێنەکیشان نەوانەمی دەستیان کردووە بە خوێندنی وێنە بینراوەکان. ئەم وێنەمی خوارەوه بە تەکنیکی دیاریکراو بۆ دەستکەوتنی شیوەی نەخشەپێژی پێزکراو لە کرداری وێنەمی بینراو دەنویێ. لەم وێنەمی خوارەوه وردبەرەوه بۆ شیکاری پرسپاری 22 بۆ 23.



22 دەتوانیت هەردوو تیرە \overrightarrow{AW} ، \overrightarrow{BY} بەکاربهێنیت بۆ دۆزینەوه ئەو راستەهێڵانەی تەریین بە راستەهێڵی AB چۆن ئەو دوو تیرە بەکاردههێنیت بۆ دیاریکردنی ئەو راستەهێڵانە؟

23 چۆن دەتوانی شیوەی نەخشەپێژی ببینیت لە گۆشەیهک لە گۆشەکانەوه بەبەکارهێنانی دوو خاڵی پوکانهوه؟ چۆن راستەهێڵەکانی یەکتربە دیاری دەکەیت؟

24 نواندنی تایبەتی خۆت دروستبکە کاتی یەک خاڵی پوکانهوه یان دوو خاڵی پوکانهوه بەکاربهێنیت بۆ نەخشەپێژی چوارگۆشەکە.

روانين بۆدواوه

لەھەریەک لەم پرسیارانەى خوارەوہ ئایا دوو راستەھێڵەکە تەریبن یان ئەستۆنن لەسەر یەکتەری یان چ جۆریکی تەرن.

$$y = x + 2 \quad \boxed{26}$$

$$y = 2 - x$$

$$2x + 3y = 6 \quad \boxed{28}$$

$$3x - 2y = 6$$

$$y = 3x + 5 \quad \boxed{25}$$

$$y = 3x - 7$$

$$y = 2x - 1 \quad \boxed{27}$$

$$y = -2x + 4$$

$\boxed{29}$ $ABCD$ لاکیشەیهکە \overline{AC} ، \overline{BD} دووتیرەکەیتى، بەسەلمێنە کە دوو سیگۆشەى ACD و BCD جووتن.



بۇجى
ھەرچۇنىك بىروانىتە نىشە دەستىيەكان لە دەوروبەرتدا
چەندلاكانت بەرچاۋ دەكەۋىت تىگەيشتن لە سىفەتە
بىركارىيەكانى چەندلاكان يارمەتت دەدات بۇ بەكارھىتائىيان
لەكارە ھونەرىيەكان و كىردارىيەكاندا

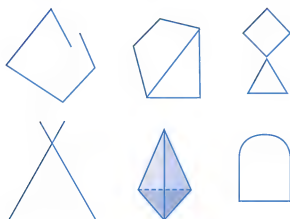
ئامانچەكان

- چەندلاكان جىادەكاتەۋە و ناويانلىدەنىت.
- چەندلا رېكەكان و دانەكانىيان جىادەكاتەۋە.
- گۆشەكانى ناۋەۋە و چەقە گۆشەكان و پوۋبەرەكانىيان ھەژماردەكات.

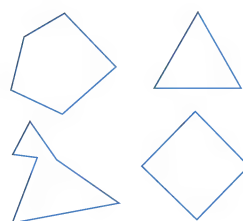
Defining Polygons

چەندلاكان

سەرەنجى ئەم وىنانەى خوارەۋە بدە و پىئاسەيەك بۇ ھەرچەندلايەكىيان ھەلبىزىرە.



ئەم شىۋانە چەندلانين



ئەم شىۋانە چەندلان

ئەم پىئاسەى كە ھەلبىزاردىۋو بۇ چەندلا لەگەل ئەم پىئاسەى خوارەۋە بەراۋردى بىكە ئايا
پىئاسەكەت ۋەك ئەم پىئاسەى خوارەۋەيە؟ ئايا پىئاسەى زىاترى تىدائىيە؟

چەندلا Polygon

چەندلا شىۋىيەكى ئەندازىي پوۋتەختە لە سى پارچە راستەھىل يان زىاتر پىكىدەت بە جۇرېك
ھەريەكىكىيان لەگەل تەنھا دوانى تريان يەكتىرەدەپن، ھەريەكى لە كۆتايى لايەكىدا بېرېت. بە
مەرجىك دووپارچە راستەھىل يەك بەدۋاي يەك لە رېكى يەكتىرەنەن، پارچە راستە ھىلەكان
پىيان دەللىن لكانى Sides چەندەلايەكەو خالەكانى يەكتىرەپن پىيان دەللىن سەرەكانى
چەندلاكە Vertices .

ناوی جیاواز له چەندلاکان دەنرین. بەپێی ژمارەى لایەکانى. راپهێنانبکە لەسەر ناولینانى ئەو چەندلایانەى له خستەى خوارەو داهااتوون.

پۆلینکردنى چەندلایەکان بەپێی ژمارەى لایەکانى

ناو	ژمارەى لاكان	ناو	ژمارەى لاكان
سێگۆشە (سێلا) Triangle	3	نۆلا	Nonagon 9
چوارلا Quadrilateral	4	دەلا	Decagon 10
پنججلا Pentagon	5	یازدەلا	11-gon 11
شەشلا Hexagon	6	دوازەلا	Dodecagon 12
هەفتلا Heptagon	7	سێزدەلا	13-gon 13
هەشتلا Octagon	8	نون لا	n-gon n

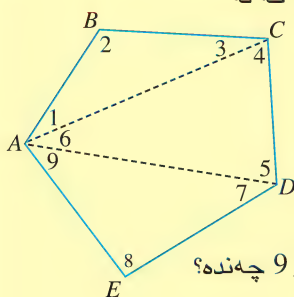
Angles of a Polygon

گۆشەکانى چەندلا

چالاكى 1

Angles of a Polygon

سەرجهمى گۆشەکانى ناوہوہ



پنججلاى بەرامبەر بۆ سێ سێگۆشە دا بەشکرا بە کێشانى ئەو تیرانە کە لە یەکیک لە سەرەکانیەو دەرچوو.

1. سەرجهمى پێوانەى گۆشەکانى 1 و 2 و 3 چەندە؟

2. سەرجهمى پێوانەى گۆشەکانى 4 و 5 و 6 چەندە؟

3. سەرجهمى پێوانەى گۆشەکانى 7 و 8 و 9 چەندە؟

4. سەرجهمى پێوانەى گۆشەکانى 1 و 2 و 3 و 4 و 5 و 6 و 7 و 8 و 9 چەندە؟

5. لە پرسیارەکانى پێشوو سەرجهمى گۆشەکانى ناوہوہى پێنج لا دەرنەنجام بکە.

6. رێگای پێشوو بۆ تەواوکردنى ئەم خستەى خوارەو بەکاربەهێنە.

چەندلا	ژمارەى لاكان	ژمارەى سێگۆشەکان	سەرجهمى پێوانەى گۆشەکانى ناوہوہ
سێگۆشە (سێلا)	?	1	180 پلە
چوارلا	?	?	?
پنج لا	?	3	540 پلە
شەش لا	?	?	?
چەندلاى نونى	?	?	?

7. رێسایەك بنووسە بۆ ھەژمێرکردنى پێوانەى گۆشەکانى ناوہوہى چەندلایەك بەپێی ژمارەى لایەکانى ئەم رێسایەى خوارەو تەواوبکە:

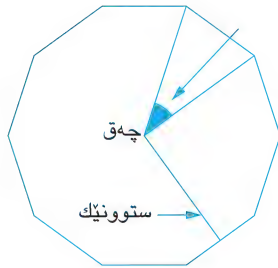
✓ خالى جاودىرى

Sum of the Interior Angles of a Polygon سەرجهمى پێوانەى گۆشەکانى ناوہوہى چەندلایەك

سەرجهمى پێوانەى گۆشەکانى ناوہوہى چەندلایەك کە ژمارەى لایەکانى n بێت بریتىيە لە $(n-2) \times 180$ پلە.

✓ خالی جاويدىرى

بەچەند لايەك دەللىين رېك Regular ئەگەر لايەكانى لە درىژىدا يەكسانىن و گۆشەكانى ناوودەى لە پىوانەدا يەكسانىن. چەندلاى رېكى سىلا برىتتە لە سىگۆشەيەكى رېك. و چەندلايەكى رېكى چوارلا برىتتە لە چوارگۆشە.



چەقى چەندلاى رېك ئەو خالەيە كە بەيەكسانى دوورە لە ھەموو سەرەكانىيەو، ئەو گۆشەيە كە سەرەكەى لەچەقى چەندلا رېكەكەدايەو و دوولاكانى بە دوو سەرى ھاسى لە سەرەكانىدا دەروات پىى دەوترىت چەقە گۆشە Central Angle بۆ چەندلا رېكەكە. ھەمووچەقە گۆشەكانى چەندلايەكى رېك يەكسانى. ئەم خشتەيەى خواروھ تەواوبكە لە دوايىدا ئەو رىسايەى كە لەدواوودەى دىت تەواوبكە

چەند لايەكى رېك	ژمارەى لاكان	سەرچەمى گۆشەكانى ناوودە	پىوانەى ھەر گۆشەيەكى ناوودە
سىگۆشە (سىلا)	؟	180 پلە	؟
چوارلا	؟	؟	90 پلە
پىنجلا	؟	؟	؟
شەشلا	؟	؟	؟
چەندلاى نونى	؟	؟	؟

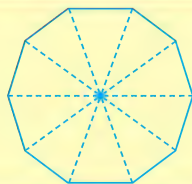
پىوانەى گۆشەى ناوودەى چەندلاى رېك

The Measure of an Interior Angle of a Regular Polygon

پىوانەى ھەرگۆشەيەكى ناوودە بۆچەندلايەكى رېك ژمارەى لاكانى n بىت برىتتە لە s پلە

چالاكى 2

چەقە گۆشەكان لە چەندلايەكى رېكدا Central Angles of a Regular Polygon



1. سەرچەمى پىوانەى چەقە گۆشەكان لە چەند لايەكى رېكدا چەندە
2. ئەم رىسايەى خواروھ تەواوبكە.

✓ خالی جاويدىرى

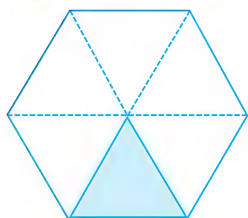
پىوانەى چەقە گۆشە لە چەندلاى رېكدا

The Measure of a Central Angle of a Regular Polygon

پىوانەى ھەر چەقەگۆشەيەك لە چەندلايەكى رېكدا ژمارەى لاكانى n بىت دەكاتە s پلە.

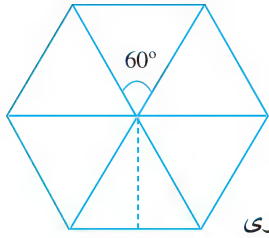
Area of a regular polygon

رووبەرى چەندلاى رېك



ئەستوندەكى چەندەلاى رېك ئەو پارچە راستەھىلەيە كە چەقى چەندلايەكە دەگەيەنىت بە ناوەرپاستى يەككە لە لايەكانى. تىبىنى دەكەيت كە ئەستوندەك بەرزى ھەريەكە لە سىگۆشە رېكەكانە كە سەرەكەى لە چەقى چەندلا رېكەكە دايە و بنكەكە يەككە لە لاكانى چەندلاكەيە. بۆ دۆزىنەوودەى رووبەرى شەشلايەكى رېك، شەشلاكە دابەش دەكەين بۆ شەش سىگۆشەى ھاسى رېكى جووت. رووبەرى شەشلاى رېك يەكسانە بە شەش ئەوئەندەى رووبەرى ھەر يەككە لە رووبەرى سىگۆشەكان.

نمونہ



ہیڈمیری پووبہری شہشلائیہ کی ریڈ بکے دریڑی لایہ کی 20cm

شیکار

بؤ ئوہی پووبہری شہشلائیہ کی بدؤزینہ وہ پیوہستہ یہ کھم جار پووبہری یہ کی لہو شہش سیگوشہ کی کہ شہشلاکیان پیگھینا وہ بدؤزینہ وہ، ہر سیگوشہ کی لہو سیگوشانہ سیگوشہ کی ریڈ، لہ لایہ کی ترہو گوشہ کی سہری

سیگوشہ کی، چہقہ گوشہ کی لہ گوشہ کی شہشلا کی ریڈ، پیوانہ کی یہ کسانہ بہ $360 \div 6 = 60$

لہو وہ بؤمان دہر دہچیت کہ ہریہ کی لہو شہش سیگوشہ کی سیگوشہ کی ریڈ، دریڑی لایہ کی

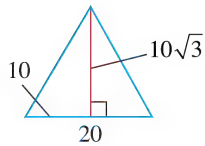
20 Cm ، ئستونہ کی شہشلا کی ریڈ، بریتہ لہ ہری لہو سیگوشہ کی ریڈ، کواتہ، دریڑی

ئستونہ کی یہ کسانہ بہ: $20 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}$

پووبہری ہر سیگوشہ کی یہ کسانہ: $\frac{1}{2}(20)(10\sqrt{3}) = 100\sqrt{3}$

پووبہری شہشلا کی ریڈ، یہ کسانہ $6(100\sqrt{3}) = 600\sqrt{3}$

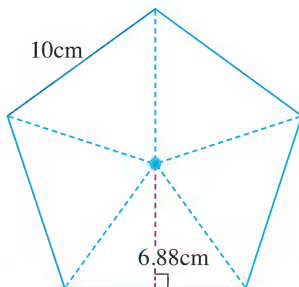
$$1039 \text{ cm}^2 = 600\sqrt{3} \text{ cm}^2$$



دہتوانیت ریڈاکی پیشو بہ کاربہینیت بؤ دؤزینہ وہی پووبہری چہند لایہ کی ریڈ کہ ژمارہ کی لکانی n بیت. دہتوانی ئو چہند لایہ دابہش بکریٹ بؤ n سیگوشہ لہ سیگوشہ جوت بووہکان.

Area of regula polygon پووبہری چہند لایہ کی ریڈ

پووبہری چہند لایہ کی ریڈ ئستونہ کی a بیت و چپوہ کی P بیت دہکاتہ $A = \frac{1}{2}ap$



پووبہری پینجلائی بہ رامبہر بدؤزہر وہ

شیکار

چپوہی پینجلائی ریڈ کہ $5 \times 10 = 50$

پووبہری پینجلائی ریڈ کہ $\frac{1}{2} \times 6.88 \times 50 = 172$

$$172 \text{ cm}^2$$

نمونہ

راہینان

بہر دہو امبون لہ بیر کاریدا

1 ئایا دہتوانیت چوار لایہ کی بکیشیت سی سیگوشہ کی ناوہی ہبیت پیوانہ کی ہر یہ کیکیان

60 پلہ بیت؟ ہوئی وہ لامہ کت بنووسہ

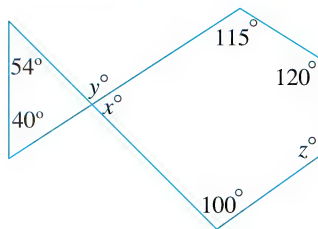
2 سیگوشہ کی ریڈ چہند لایہ کی ریڈ کہ سیلائی ہہیہ. بہر زیہ کی (ئستونہ کی) کامیہ؟

3 چوارگوشہ چہند لایہ کی ریڈ لہ چوارلا پیگھاتوہ ئستونہ کی کامیہ.

راھینانی ئاراستە کراو

- 4 سەرجهمی پێوانەى گۆشەکانى ناوەوەى ھەشتلایەك چەندە؟
- 5 سەرجهمی پێوانەى گۆشەکانى ناوەوەى سێزدەلایەك چەندە؟
- 6 سەرجهمی پێوانەى گۆشەکانى ناوەوەى ھەوتلایەك چەندە؟
- 7 سەرجهمی پێوانەى گۆشەکانى ناوەوەى یازدەلایەك چەندە؟

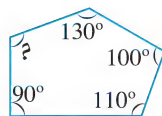
راھینان و جێبەجێکردن



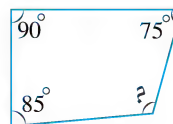
- 8 ئەم شێوەیەى بەرامبەر بەکاربھێنە بۆ دیاریکردنى پێوانە داواکراوەکان
- _____ = x°
- _____ = y°
- _____ = z°

- 9 پروبەرى شەشلايەكى رێك چەندە كە درێژى لایەكى 12cm ؟
- 10 پروبەرى دەلایەكى رێك چەندە كە درێژى لایەكى 6m و درێژى ئەستونەكەى 9.23m بێت.

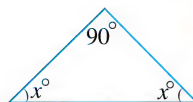
پێوانەى گۆشەى ناديار لە ھەریەك لە پرسیارەکانى 11-14 بدۆزەرەو.



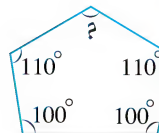
12



11



14



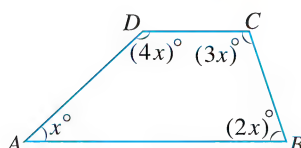
13

لە پرسیارەکانى 15 تا 18 پێوانەى گۆشەکانى ناوەوەى چەندلایەكە بدۆزەرەو

- 15 چوارگۆشە
- 16 سیگۆشەىەكى رێك
- 17 دوازدەلایەكى رێك
- 18 پینجلاى رێك

ژمارەى لاكانى چەندلایەكى رێك چەندە ئەگەر پێوانەى ھەر گۆشەىەك لە گۆشەکانى ناوەوەى یەكسان بێت بە

- 19 135° ؟
- 20 150° ؟
- 21 165° ؟

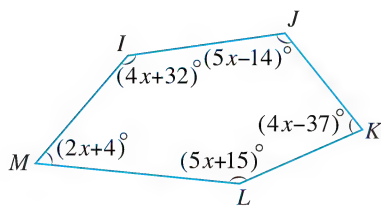


بۆ شیکارکردنى پرسیارەکان لە 22 تا 25 پێوانەى گۆشەکان بدۆزەرەو؟ بە پشت بەستن بە وێنەكەى بەرامبەر.

- 22 گۆشەى A
- 23 گۆشەى B
- 24 گۆشەى C
- 25 گۆشەى D

جەبر

بۇ شىكار كىردىنى پىرسىياردەكانى 26 تا 30 پىۋانەنى گۆشەكە دىيارىيكە بەسەرنىجىدان لە وىنەكەنى بەرامبەر.



26 گۆشەى I

28 گۆشەى K

30 گۆشەى M

27 گۆشەى J

29 گۆشەى L

چىۋە رووبەرى ھەر يەك لەو چەندلا پىكانە بدۆزەو. وەلامەكەت بەشىۋەدى بىرىكى رەگى و بە سادەترىن شىۋە بىت.

31 سىگۆشەيەكى پىك درىژى لاكەى 8 Cm

32 شەشلايەكى پىك درىژى لاكەى 13 m

33 چوارگۆشەيەك تىرەكەى 14 Cm

34 ھەشتلايەكى پىك درىژى ئەستونىدەكەى 5 Cm =

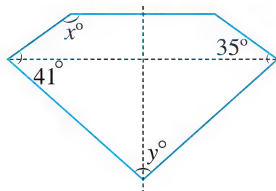
35 گەورەترىن ژمارە بۇ گۆشە تىزەكانى سىگۆشە چەندە؟ ئايا سىگۆشە ھەيە گۆشەى تىزى نەبىت؟ ھۆى وەلامەكەت دىيارىكە.

36 گەورەترىن ژمارە بۇ گۆشە تىزەكانى چوارلايەك چەندە؟ ئايا چوارلا ھەيە گۆشەى تىزى نەبىت؟ ھۆى بۇ وەلامەكەت دىيارىكە.

37 گەورەترىن ژمارە بۇ گۆشە تىزەكانى پىنجلايەك چەندە؟ ئايا پىنجلا ھەيە گۆشەى تىزى نەبىت؟ ھۆى وەلامەكەت دىيارىكە

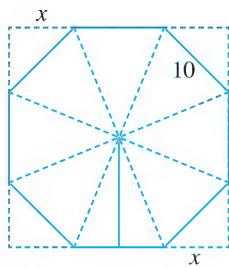
38 بەردە بەنرخەكان ئەلماس دەپرىل لە شىۋەى (برلنت) بۇ ئەۋەى تواناى

تىشكەدانەۋەكەى زۆرىى و گۆشەى بىرىنەكان دىيارى دەكرىت بە پىى سىفەتى بەردەكە لە شكاندى تىشكى رۋوناكى، ئەم شىۋەيەى خوارەۋە پارچەيەكى ھەلپارەدە لە بەردى ئەلماس بە شىۋەيەك كەپارچەكە تەۋەرى ھاۋجىۋونى ھەيە. گۆشەكانى ئەم شىۋەيە ھەژمارىكە.



شىۋەى بەرامبەر بەكاربىنەكە ھەشتلايەكى پىك دەنۋىنى لە ناو چوارگۆشەيەكدا. بۇ شكارى پىرسىياردەكان لە 39 بۇ 42 .

39 جۆرى ئەو سىگۆشانە بنۋوسە كە سەرەكانىيان سەرەكانى چوارگۆشەكەن. و دەكەۋنە دەرەۋەى ھەشتلا پىكەكە؟ بەھاي x ھەژمارىكە.



40 ئەستونىدەكى ھەشتلا پىكەكە بدۆزەرەۋە

41 رۋوبەرى ھەشتلا پىكەكە بدۆزەرەۋە

42 رۋوبەرى ھەشتلا پىكەكە كە درىژى لايەكى y بىت چەندە؟

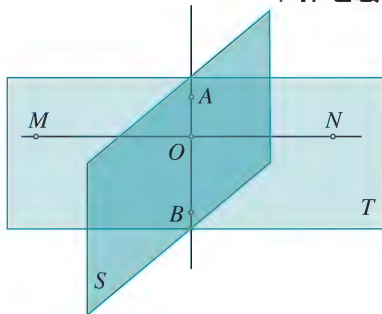
43 ئايا چەندلايەكى پىك ھەيە پىۋانەى ھەريەكە لە چەقە گۆشەكانى 50 پلە بىت؟

44 ئايا چەند لايەكى پىك ھەيە پىۋانەى ھەريەكە لە گۆشەكانى ناۋەۋەى 30 پلە بىت؟ ھۆى وەلامەكەت رۋونىكەۋە.

جىيەجىكرەنەكان

روانين بۆدواوه

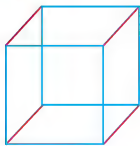
شيئەى بەرامبەر بەكاربەينە بۆ شيكاري پرسيارەكان لە 45 هەتا 47.



45 يەكتەربېنى ھەردوو راستەھيلى AB و MN ناوبنى.

46 سى خال دياربکە کە پروتەختى T يان ديارکردوو.

47 يەكتەربېنى دوو پروتەختى T و S ناوبنى.



48 شيئەى بەرامبەر شەشپالويهك دەنوئى. ئەو

راستەھيلاىەى کە رەنگراون بە سوور چيان پى دەلئين.

49 ئەگەر ئەو لا سوورانە دريژبکريئەوه چى پروودەدات.

روانين بۆپيشەوه

50 خالى $A(2, 2)$ و خالى $B(4, 1)$ لە پروتەختى پۆتانهكان دياربکە

51 ھەريەك لە پۆتانی خالى A ليکبە لە 3 پۆتانی خاليكى تازه C دەستدەکەوئت. خالى C دياربکە.

52 ھەريەك لە پۆتانهكانى خالى B ليکبە لە 3 پۆتانی خاليكى تازه D دەستدەکەوئت خالى D دياربکە.

53 ھەردوو راستەھيلى AB و CD چيان پى دەوترئت؟ ھۆى وەلامەکەت دياربکە.

54 ئەگەر 4 بەکاربەينى لە جياتى 3 لە ھەردوو پرسيارى 52، 53 ئايا بۆچونەکەت دەگۆرى لە سەر ھەردوو راستەھيلى AB ، CD ؟

Geometric Proportion ھاوپرژەى ئەندازەىى



وانەى

5

نامانجەکان

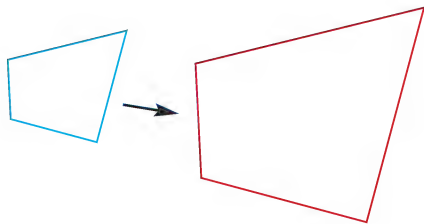
- ھاوپرژەى ئەندازەىى و دانەکانیان جیادەکاتەو
- وێنەى شۆوێهەك بە ھاوپرژەى ئەندازەىى پیکدینیت.

بۆجى

کاتیک وێنەى مرقفیک بە نامیریکى کۆن دەگرت لە ژوورە تاریکەکەى نامیرەکە وێنەى هەلکەراوە بۆ ئەو مرقفە دروست دەبیت دەتوانى نەمە روونبکەیهو بەبەکارهێنانى ھاوپرژەى ئەندازەىى.

دۆزینەوێ بنەمای کارکردنى ئامیرى وێنەگرتن دەگەرێتەو بۆ زانای عەرەبى (ابن هیثم) کە لە نێوان ساڵەکانى 965-1039 ک ژیاو

سى جیگۆرکى ئەندازەىیت خویندو: کشانەو و وێنەدانەو و خولانەو. ئەم جیگۆرکىیانە بە سیفەتیکى گرنج جیادەکرێنەو. ئەویش بریتیه لە پاراستنى شۆو و پێوهرەکان. بەو جیگۆرکىیانە دەلێن پارێزگارى لە پێوانە دەکات واتە پێوانەیین. لەم وانەیدا جۆرکى تازە لە جیگۆرکى دەخوینن کە پارێزگارى لە پێوهرەکان دەکات. ئەویش ھاوپرژەى ئەندازەىیه.



Dilation

ھاوپرژەى ئەندازەىى

وێنەى خالى $A(x, y)$ دەستدەکەوێت بە ھاوپرژەى ئەندازەىى، ئەویش بەلێکدانى هەریەك لە پۆتانەکەى لەهەمان ژمارە کەپێى دەوتریت کۆلکەى ھاوپرژەکە **Scale Factor**. کەواتە وێنەى خالى $A(x, y)$ بە ھاوپرژەى ئەندازەىى بەپێژەى n دەکاتە (nx, ny) .

وێنەى خالى $(2, 3)$ بە ھاوپرژەى ئەندازەىى بەپێژەى 4 چەندە؟
شیکار

$$(2 \times 4, 3 \times 4) = (8, 12)$$

نموونه

1. خالی $A(3, 4)$ له پووتهختی پۆتاندا دیاریبکە. یاسای دووری نیوان دوو خال بەکاربھێنە بۆ ھەژمارکردنی دووری خالی A و خالی بنەرەت O له پووتهختی پۆتاندا. ئەم خشتەییە خوارووە تەواوبکە له ڕیڤی دیاریکردنی پۆتانی خالی A' که وینەیی خالی A یە بەرپژەیی ئەندازەیی که له ستونی سیپەمدا پروونکراووتەو.

خالی A	AO	کۆلکەیی ھاوړپژە	وینەیی A'	OA'	$\frac{OA'}{OA}$
$(3, 4)$	؟	2	؟	؟	؟
$(3, 4)$	؟	0.5	؟	؟	؟
$(3, 4)$	؟	-1	؟	؟	؟
$(3, 4)$	؟	n	؟	؟	؟

2. خالی A وینەکەیی A' له ھەرباریکدا بکێشە. تێبینی چی دەکەیت لەسەر ھەموو ئەو خالانە؟

3. ئەم گریمانانەیی خوارووە تەواوبکە.

گریمانە

نەگەر A' وینەیی A و بیټ بە ھاوړپژەییەکی ئەندازەیی ڕێژەکەیی n . ئەوا، $OA' = \frac{1}{n} \times OA$ ؟

4. خالی $A(3, 4)$ جاریکی تر دیاریبکە و خالی $A(5, 6)$ لەگەڵی دیاریبکە ئەم خشتەییە خوارووە تەواوبکە.

خالی B	AB	کۆلکەیی ھاوړپژە	وینەیی B'	$A'B'$	$\frac{A'B'}{AB}$
$(5, 6)$	؟	2	؟	؟	؟
$(5, 6)$	؟	0.5	؟	؟	؟
$(5, 6)$	؟	-1	؟	؟	؟
$(5, 6)$	؟	n	؟	؟	؟

5. ئەم گریمانانەیی خوارووە تەواوبکە:

گریمانە

نەگەر $A'B'$ وینەیی پارچە راستەھێڵی AB بیټ بە ھاوړپژەییەکی ئەندازەیی بەرپژەیی n

ئەوا $A'B' = \frac{1}{n} \times AB$ ؟

6. لاری راستەھێڵی AB بدۆزەرەو

7. لاری راستەھێڵی $A'B'$ لە ھەرباریکدا بدۆزەرەو.

8. ئەم گریمانەیی خوارووە تەواوبکە

گریمانە

ھاوړپژەیی ئەندازەیی پارچە راستەھێڵی دەگۆرێت بۆ پارچە راستەھێڵی ؟

ھەموو ئەو راستەھێڵانەیی بەخاڵێک و وینەکەیی بە ھاوړپژەییەکی ئەندازەیی دیاریکراودا دەپۆن لەیەک خاڵدا بێکەمگەن. پێی دەوترێت (چەقی ھاوړپژە). ھەموو ھاوړپژە ئەندازەییەکان له چالاکی 1 دا چەقەکیان خالی بنەرەتە. ھەموو ھاوړپژەییەکی ئەندازەیی چەقیکی ھەیە.

✓ خالی چاودێری

جەبەر

✓ خالی چاودێری

بیلبیلە ی چاو فراوان دەبێتەو یان تەسك دەبێتەو بۆ پویشتنی پووناکی پوویست پیایدا تاكو مرووف بتوانیت شتەكان ببینیت لەپوژدا تەسك دەبێتەو و لەشەودا فراوان دەبیت لەئامیری وینەگرتندا ئەم شتە وەك بیلبیلەكە وایە.بۆ دەست بەسەراگرتنی بری پووناکی پوویست بۆ گرتنی وینەیهکی باش



بیلبیلە ی چاوەكە لە وینە ی چەپدا تەسك بۆتەو چونكە بری پووناکیكە زۆرە. بەلام لە وینە ی لای راستدا زیاتر كراوەتەو چونكە بری پووناکی پوویست كەمترە؟

لە چالاکی 1 دا تیبینیت كرد كە درێژی وینە ی پارچە راستەھێڵكە بەگۆرانی كۆلكە ی ھاوڕێژەكە دەگۆرێت. كاتیك پۆوهرەكانی وینەكە بچووكتربیت لە پۆوهرەكانی شیوہ بنەرەتیەكە بەو ھاوڕێژە دەوتریت بچوو ك كرنەو و كاتیك پۆوهرەكانی وینەكە گەرەتر بوو لە پۆوهرەكانی شیوہ بنەرەتیەكە بەو ھاوڕێژە دەوتریت (گەرەكردن).

بیركردنە ی پەخنەگرانە چیمان دەستدەكەوینت لە وینە ی خالێك یان پارچە راستەھێڵك بە ھاوڕێژە یكی ئەندازە ی كە پۆژەكە ی سالیب بیت؟

چالاکی 2

Drawing a Dilation

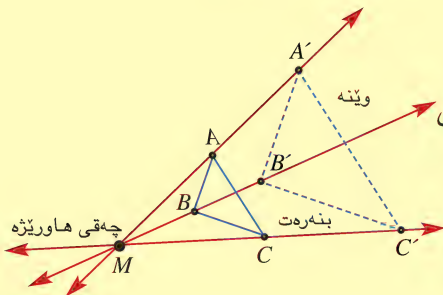
كێشانی وینە ی شیوہ یەك بە ھاوڕێژە ی ئەندازە ی

1. سێگۆشە یەك بكێشە و خالێكی دەرەو ی، M كە چەقی ھاوڕێژەكە دەنوینیت، ئەو راستەھێڵانە بكێشە كە بەچەقی ھاوڕێژەكە و ھەموو سەرەكانی سێگۆشەكەدا دەپۆن.

2. ژمارە یەكی مۆجەب n ھەلبژێرە بۆ كۆلكە ی ھاوڕێژەكە، سەریك لە سەرەكانی سێگۆشەكە وەك B ھەلبژێرە، و دووری x بدۆزەرەو لە نیوان ئەو سەرە و چەقی ھاوڕێژەكە. دووری x لە كۆلكە ی ھاوڕێژەكە n بە بۆ ئەو ی دووری نیوان وینەكە B لە لوتكە ی B و چەقی ھاوڕێژەكە M دەستكەوینت. خالێك لە سەر MB وەرگیرە كە لە چەقی ھاوڕێژەكە بە nx . ئەو خالە خالی B' وینە ی سەری B یە كە ھەلت بژاردبوو بە ھاوڕێژە ی.

3. كردارەكە دووبارە بكەو.

4. ھەرسێ خالە دەستكەووتوو كە بەیەكبەگە یەنە سێگۆشە یەكی تازەت دەستدەكەوینت كە وینە ی سێگۆشە بنەرەتیەكە یە بە ھاوڕێژە یەكی ئەندازە ی.

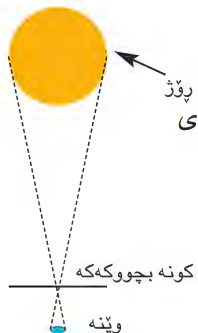


✓ خالی چاودێری

لەم وینەيەى خوارەوۈ دوو خويندكار چاودىرى گىرانى پۇژيان دەکرد لە كونيكى بچووكەو. بۇ ئەوۈى كردارەكە تىيگەى وايدابنى كە كارەكە پابەندە بە وینەى پۇژەكە بە ھاوپۇژەيەك كە چەقەكەى بكەوئتە كونه بچووكەكەو. تيرەى پۇژ دەكاتە 1 400 000km بەنزيكى تىكپاي ھاوپۇژە چەندە؟ ئەگەر تيرەى وینەى. پۇژەكە 0.63cm بىت.



شىكار



وینەى بەرامبەر پۇژەوى تيشكى پۇژ پوونەكاتەو كە لە لاكانى پۇژەكە دەردەچىت ھەروەكو دەيبينين لە زەوييەو. پۇژەى ھاوپۇژەكە سالبە. چونكە وینەى پۇژەكە دەكەوئتە لاكەى تر بەپىي چەقى ھاوپۇژەكە (كونە بچووكەكە) بۇ دەستكەوتنى كۆلكەى ھاوپۇژەيى تيرەى وینەكە دابەش دەكەين بەسەر تيرەى پۇژەكەدا وەك لە خوارەوۈ دەردەكەوئت.

$$\frac{0.63}{1400000 \times 100000} = \frac{0.63}{1.4 \times 10^{11}} = \frac{63}{140} \times 10^{-11} = 4.5 \times 10^{-12}$$

بەردەوامبوون لە بیر کاریدا

1 به چى ھاوړپژەى ئەندازەىى لە جیگۆړكى ئەندازەىەكانى تر جیادەكریتهوه.

2 كۆلكەى ھاوړپژەى ئەندازەىى چیه؟ چۆن كۆلكەى ھاوړپژەى ئەندازەىى دیاریدەكەیت. بەزانیى پارچە راستەهیل و وینهكەى؟

كارىگەرى ھاوړپژەى ئەندازەىى پوونبكەوه لەسەر وینهى شیوه ئەندازەىیەك ئەگەر كۆلكەكەى یەكسان بێت بە:

3 2 4 0.5 5 -1 6 1

راڻیانى ئاراستە كراو

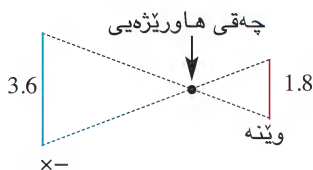
چەقى ھاوړپژەىى ئەندازەىى لە پرسىارى 7 بۆ 10 خالى بنەرته وینهى خالەكە لە ھەر جارىكدا دیاریبكە لە دوایدا خال و وینهكەى لە پووتەختى پۆتانەكاندا بكیشتە.

7 خالەكە: (1, 5) پێژەكە: 3 8 خالەكە: (-1, 4) پێژەكە: 2

9 خالەكە: (6, -2) پێژەكە: 0.25 10 خالەكە: (2, 3) پێژەكە: -2

شیوه و چەقى ھاوړپژە دروستبكە، لە دوایدا وینهى شیوهكە بەھاوړپژەىى n بكیشتە:

11 $n = 2$ 12 $n = -1$



13 وینهى بەرامبەر پارچە راستەهیلێك و وینهكەى بە ھاوړپژەىكى ئەندازەىى پوونەكەتەوه. پێژەى ئەو ھاوړپژەىە چەندە؟

راڻیان و جیبه جێكردن

ھەرىسارىك لە پرسىاردەكانى 14-17 سەردەكانى شیوه ئەندازەىیەك دەنوینیت و كۆلكەى ھاوړپژەىى ئەندازەىیەكە لەخۆدەگریت كە چەقەكەى خالى بنەرته لە پووتەختى پۆتاندا. وینهى ھەر سەرىك لە سەردەكانى ھەر شیوهیەك دیاریبكە. لە دوایدا شیوه بنەرتهىیەكە و وینهكەى لە پووتەختى پۆتاندا بكیشتە.

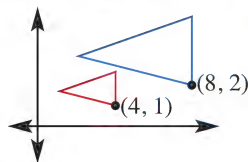
14 (1, 3); (2, 5); (4, 3) 15 (-3, 5); (8, 9); (2, -6)

پێژەكە = 2 پێژەكە = $\frac{1}{3}$

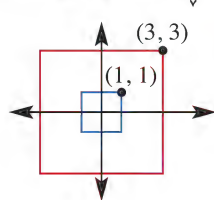
16 (0, 0); (6, 0); (4, 4); (2, 3) 17 (1, 1); (3, -1); (-2, -3)

پێژەكە = $-\frac{1}{2}$ پێژەكە = 1.6

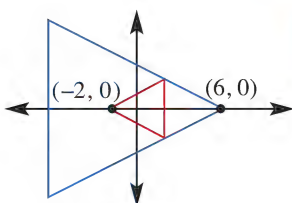
ھەرپرسىيارىك لى پىرسىيارىكانى 18-21 دوو شىۋە تىدايە يەككىيان سوور و ئەۋەى تىران شىنە. شىۋە سوورەكە وئەنى شىۋە شىنەكە دەنۋىنى بە ھاورپىزەكى ئەندازەى چەقەكەى خالى بنەرەتە لى پروتەختى پۇتانداپىزە ھاورپىزەى ئەندازەىيەكە لى ھەر جارىكا دىارىبكە:



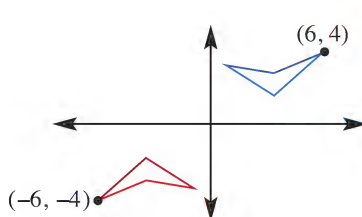
19



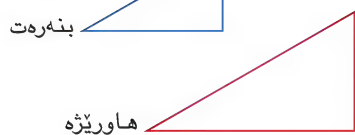
18



21



20



22 ئەم شىۋەى بەرامبەرت بىكىشە و چەقى ھاورپىزە و پىزەكەى دىارىبكە.

22

ھەرپرسىيارىك لى پىرسىيارىكانى 23-26 پۇتانى ھەردو سەرى پارچە راستەھىلەن، پىزەى ھاورپىزەى ئەندازەىكەى كە چەقەكەى خالى بنەرەتە لى پروتەختى پۇتاندا. بەبەكارھىنانى لارى پوونىكەرەۋە كە وئەنى پارچە راستەھىلەكە بە ھاورپىزەى ئەندازەىى برىتتە لى پارچە راستەھىلەكە تەرىپە بەبنەرەتەكەى.

24 $n=5$ $(-2, 3)$ $(3, 1)$

23 $n=2$ $(1, 0)$ $(5, 3)$

26 $n=1.7$ $(1, 1)$ $(2, 4)$

25 $n=\frac{1}{2}$ $(-2, 4)$ $(4, 8)$

ھەر پىرسىيارىك لى پىرسىيارىكانى 27-30 پۇتانى خالىك و كۆلكەى ھاورپىزەى ئەندازەىيەكە چەقەكەى خالى بنەرەتە لى پروتەختى پۇتانەكاندا. بىسەلمىنە كە ئەو راستەھىلەى بە خالەكەو وئەكەى دادەرۋات بە ھاورپىزەى ئەندازەىى بە خالى بنەرەت دادەرۋات لى پروتەختى پۇتانەكەدا.

28 $n=\frac{5}{6}$ $(3, -2)$

27 $n=4$ $(1, 5)$

30 $n=2.5$ $(7, 4)$

29 $n=-3$ $(-5, 3)$

لە نمونەكانى ھاورپىزەى ئەندازەىى كە چەقەكەى نەكەوئە خالى بنەرەت لى پروتەختى پۇتاندا ئەو جىگۇرپىيانەى كە خالى (x, y) دەگۇرپىت بۇ خالى $(2x-4, 2y-3)$ ئەو پارچە راستەھىلە بىكىشە كە دوو سەرەكانى برىتتە لى $(2, 3)$ و $(5, 5)$ وئەكە بىكىشە بە جىگۇرپىيەى پىشوو. چەقى ھاورپىزەى ئەندازەىى و پىزەكەى دىارىبكە لەۋەى پىى ھەستائىت: سوود ۋەرىگەر بۇ نوسىنى پۇتانى خالى (x, y) بەپىزە ئەندازەىى كە چەقەكەى خالى $(1, 2)$ و پىزەكەى 4 بىت.

31

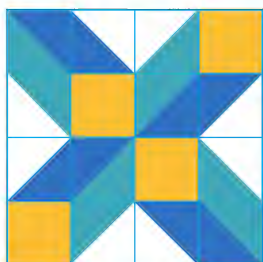
بەرەنگارى

گلارە وىستى ئەم شىۋەى بەرامبەر گەرە بكات لەسەر

32

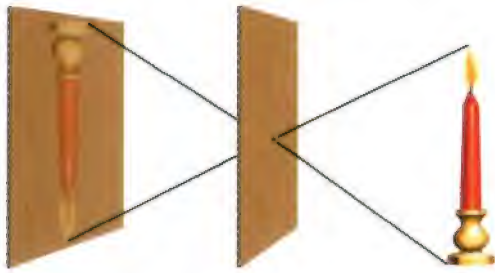
جىيەجىكرەنەكان

چوارگوشەىك كە لاكەى 12cm لە جياتى 4cm كۆلكەى ھاورپىزەى ئەندازەىى پىگاپىدراو بۇ ئەم كارە چەندە؟ پۇتانى سەرەكانى يەككە لە لاتەرىبەكان ئەمانەن $(0, 0)$; $(1, 1)$; $(1, 2)$; $(0, 1)$ پۇتانى وئەنى ھەر سەرەكانى دىارىبكە، بە گەرەكرەن لەدواپىدا وئەنى لاتەرىبەكە بىكىشە. شىۋە بنەرەتەكەى لاتەرىبەكەو وئەكەى بەتەۋاۋەتى لەسەر پروتەختى پۇتان بىكىشە.



جیبہ جیکردنہ کان

وینہی بہرامبہر ھیلکاریہک پروندہ کاتہوہ کہ چوں ئامیری وینہگرتن کاردہکات.



33 کام بەش لە ئامیری وینہگرتنہکە

چەقی ھاوڕێژەکە دەنوییت؟

34 ئایا کۆلکە ھاوڕێژەکە مۆجەبە یان

سالبە؟ ھۆی وەلامەکەت دیاریکە.

35 ئەو ھۆیە چیبە کەوا لە وینەکە دەکات

ھەلگەراوہبیت.

36 یەکیک لە ئەندازیارەکان ھەستا بە بچووککردنەوہی ھیلکاری خانوێک

بەبەکارھینانی ئامیری لەبەرگرتنەوہ. پانی ھیلکاریہکە 15 cm و پانی وینەکە

6 cm بوو. رێژە بچووککردنەوہکە چەندە؟

روانین بۆ دواوہ

37 چۆوہی سیگۆشەییەکی دوولایەکسان بدۆزەوہ کہ درێژی بنکەکە 6cm و درێژی لایەکی

8cm پووبەرەکەشی بدۆزەوہ.

38 درێژی ژێی ئەو سیگۆشەییە بدۆزەوہ، کہ پێوانە 45، 45، 90 و درێژی لایەکی

7cm.

39 زەوی ناسی چۆوہی گەورەترین بازنە 40 000km ئایا نیوہتیرە 40 000km زەوی چەندە؟

40 زەوی ناسی بەرزە بەرگە ھەوای زەوی دەگاتە 550km ئەم زانیاریہ بەکاربێنە بۆ وەلامی

پرسیاری 39 بۆ ھەژمارکردنی گۆزی زەوی لەگەڵ بەرگە ھەواکە.

روانین بۆ پیشەوہ

کورسی پێچکەدار یەکیک لە ئەندازیاران ویستی دیزاینێک دابنیت بۆ کورسیەکی پێچکەدار کہ

پەککەوتووەکان بەکاری دێنن بۆ بەشداریکردن لە یاری تۆپی سەبەتە. بریاریدا کہ تیرە

پێچکەکە 56cm بێت.

41 کورسی پێچکەدارەکە کاتی 45° دەخولیتەوہ چەند بەرەو پیشەوہ دەپوات.

42 درێژی یاریگایەکی تۆپی سەبەتە 23.5m. چەند خول تاییەکە دەخولیتەوہ بۆ ئەوہی

کورسیە تاییەدارەکە یاریگەکە ببڕیت و بچیتە لایەکی تری.





ئامانجەكان

- ھاوكېشەى بازنە دەنوسىت و بەكارىدەھىيىت.
- ھاوكېشەى بازنە بە پىي گۆرپانى چەقەكەى راستەكەتەو.

بۆچى

بەرنامە ئەندازەيىەكان ژمارەيەك لە شىۋە ئەندازەيىەكان دروست دەكەن ۋەك خال و راستەھىل بازنە. ئەم بەرنامە ھاوكېشە جەبرى تايىبەت بەو شىۋانە بەكارىدەھىيىت.

كىشانى بازنە لە ھاوكېشەكەيەو Graphing Circle From an Equation

لە ماۋەى خويىندى پابردو كۆمەلەك ھاوكېشەى جۆراوجۆر ھاتۇتەپىت ۋەك $y = 2x - 3$ (ھاوكېشەى راستەھىل) يان $y = x^2 - 3$ (ھاوكېشەى بېرگەى ھاوتا) لەم وانەيدا جۆرە ھاوكېشەيەك دەۋزىتەو كە x ۋ y بە دووجايى تىدا دەرەكەوېت.

ھىلە پروونكرىدەو ھاوكېشەى $x^2 + y^2 = 25$ بكيشە بە دۆزىنەو ى ژمارەيەك لە جووتە پىكخراۋەكان (x, y) كە پاسادانى ئەم ھاوكېشەيە دەكەن و ديارىكرىدى ئەو خالانى سەر بەو ھاوكېشەيەن. ئەو شىۋە ئەندازەيىە لە ھىلە پروونكرىدەو ىەكە بناسە. دەتوانىت پەنا بەرىتە بەر بزمىرى پروونكرىدەو (حاسبة بيانىة) بۇ دۇنيابونت لە راستى وىنەكەت.



شىكار

لە كاتى ھەولەدانت بۇ كىشانى ھىلى پروونكرىدەو بۇ جۆرىكى تازە لە ھاوكېشەكان يەكەم جار ھەولەد ئەو خالانە ديارى بكەيت كە ھەردو تەۋەرەكەى تىدا دەپىت. بۇ ديارىكرىدى خالى يەكتەر بىرپ لەگەل تەۋەرەى

سىنى لە جياتى گورپاۋى y سفر دابنى $(y = 0)$.

$$x^2 + 0^2 = 25 \text{، يان } x^2 = 25 \text{، يان } x = \pm 5$$

نورنە

جەبر



هیلە پروونکەرەوهکە تەوهرەى سینی له خالی (5, 0) و (-5, 0) دهبریت

بۆ دۆزینهوهی خالی یهکتربیرینی هیلەکه لهگهڵ تەوهرەى

صادی. y بدۆزهرهوه به دانانی $x = 0$

$$0^2 + y^2 = 25 \text{ یان } y^2 = 25 \text{ یان } y = \pm 5 \text{ هیلە}$$

پروونکەرەوه که تەوهرەى صادی له خالی (0, 5) و (0, -5)

دهبریت له دواى ئەوه له جیاتی گۆراوى x چەند

به‌هایه‌کی تر وهریگره وهك 3

$$3^2 + y^2 = 25$$

$$y^2 = 16 \text{ یان } y = \pm 4 \text{ هیلە پروونکەرەوهکه}$$

به هەردوو خالی (3, 4)، (3, -4) دا ده‌پوات. به‌م شیوه‌یهی

ده‌توانیت ئەم خشته‌یهی به‌رامبه‌ر دروستبکه‌یت به‌له‌جیاتی دانانی گۆراوى x . به‌چەند به‌هایه‌کی

گونجاو. ئەو خالانه‌ی له خشته‌که‌دا هاتوو له‌سه‌ر پرووته‌ختی

پۆتان دیاریبکه و خالەکان بگه‌یه‌نه ئەو وینه‌ی

ده‌ستده‌که‌وی‌ت بریتییه له و بازنه‌یه‌ی که چه‌قه‌که‌ی

خالی بنه‌په‌ته و نیوه‌تیره‌که‌ی 5. ئەو بازنه‌یه‌ی بکێشه.

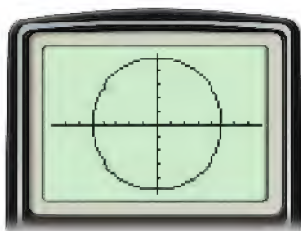
خال له‌سه‌ر هیلەکه	y	x
(3, -4) و (3, 4)	± 4	3
(-3, -4) و (-3, 4)	± 4	-3
(4, -3) و (4, 3)	± 3	4
(-4, -3) و (-4, 3)	± 3	-4

چۆن وینه‌ی پروونکردنه‌وه‌که ده‌گۆریت ئەگەر له جیاتی ژماره 25 ژماره‌کانی 49 و 81 و 51 له هاوکێشه‌که‌یدا دابنرێن.

سه‌ره‌نجی ره‌خنه‌گرانه

Using Graphing Technology

به‌کاره‌ینانی بژمیره‌ی پروونکردنه‌وه‌ی



ده‌توانیت بژمیره‌ی پروونکردنه‌وه به‌کاربه‌ی‌نینت بۆ

کێشانی هیلە پروونکردنه‌وه‌ی. بژمیره‌که داوات لی

ده‌کات که هاوکێشه‌که به‌خه‌يته ناو بژمیره‌که‌وه له‌سه‌ر

شیوه‌ی $y = \dots$ پێویسته له‌سه‌رت هاوکێشه‌که شیکار

بکه‌یت بۆ دۆزینه‌وه‌ی y به‌پێی x .

$$x^2 + y^2 = 25$$

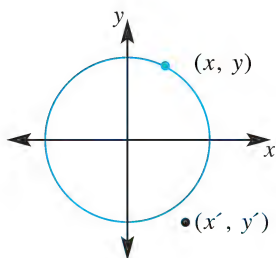
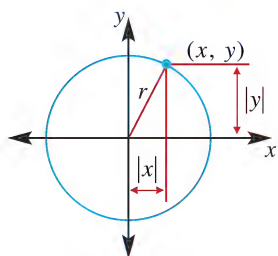
$$y^2 = 25 - x^2$$

$$y = \pm \sqrt{25 - x^2}$$

به‌م شیوه‌یه ده‌توانیت وینه‌ی هیلە پروونکردنه‌وه‌ی بۆ

هاوکێشه‌ی $y = \sqrt{25 - x^2}$ و $y = -\sqrt{25 - x^2}$ بکێشیت.

چه‌بر



بازنه کۆمه‌له‌خالیکه به‌دووری یه‌کسان نت (نیوه‌تیره) له خالیکه دیاری کراوه‌وه (چه‌قی بازنه). به‌ساده‌ترین شیوه ده‌ستپیکه ئه‌ویش که خالی بنه‌په‌ت بپیته چه‌قی بازنه.

خالی (x, y) هه‌لبێژیه له‌سه‌ر بازنه‌که که ناکه‌وێته سه‌ر هه‌ردوو ته‌هره‌کان سی‌گۆشه‌یه‌کی گۆشه‌وه‌ستاو بکێشه له‌و خاله‌وه ده‌ستپیکه بکات. هه‌روه‌ک له‌م وێنه‌ی به‌رامبه‌ر پونکراوه‌ته‌وه. درێژی

دوولای گۆشه‌وه‌ستاوه‌که بریتیه له $|x|$ و $|y|$ و درێژی ژێیه‌که‌ی

بریتیه له درێژی نیوه‌تیره‌که‌ی که درێژی‌وتیه‌وه له نیوان خاله

هه‌لبێژاردیه‌که‌ی سه‌ربازنه‌که و خالی بنه‌په‌ت. به‌وشیوه‌یه ده‌بینیت

پۆتانی خاله هه‌لبێژاردیه‌که له سه‌ر بازنه‌که پاسادانی ئه‌م

هاوکیشه‌یه ده‌کات

$$x^2 + y^2 = r^2 \quad \text{هاوکیشه‌ی 1}$$

ده‌توانیت پاسه‌دانی ئه‌وه بکه‌یت که پۆتانی خاله‌کانی یه‌کتربیرینی بازنه‌که له‌گه‌ڵ هه‌ردوو ته‌هره‌کان پاسادانی ئه‌م هاوکیشه‌یه ده‌کاته. به‌رامبه‌ر ئه‌وه ئه‌گه‌ر (x', y') خالیک بێت له ده‌ره‌وه‌ی بازنه‌که، دووری ئه‌و خاله له بنه‌په‌ته‌وه یه‌کسان نیه به r ، له‌م ئه‌نجامه‌وه بۆمان ده‌رده‌که‌وێت که پۆتانی ئه‌و خاله پاسادانی هاوکیشه‌یه‌ی پێشوو ناکات. که‌واته $(x')^2 + (y')^2 \neq r^2$

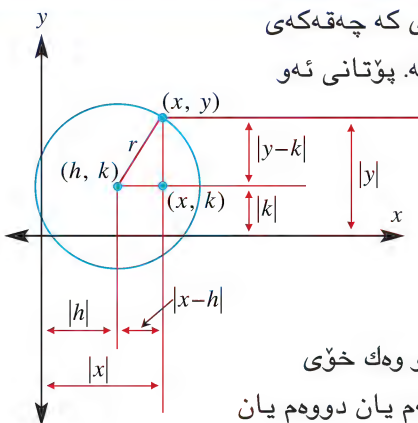
بۆچی $(x')^2 + (y')^2 \neq r^2$ کاتیک (x', y') ناکه‌وێته سه‌ربازنه‌که؟ تێبینیکه که هاوکیشه‌ی 1 ئه‌م دوو سیفه‌ته‌ی تێدایه:

هه‌ر خالیک بکه‌وێته سه‌ربازنه‌که پاسادانی ئه‌و هاوکیشه‌یه ده‌کات.

هه‌ر خالیک نه‌که‌وێته سه‌ربازنه‌که پاسادانی ئه‌و هاوکیشه‌یه ناکات.

له‌وه‌ی پێشه‌وه بۆمان ده‌رده‌که‌وێت که هاوکیشه‌ی $x^2 + y^2 = r^2$ هاوکیشه‌ی بازنه‌یه‌که نیوه‌تیره‌که‌ی (نت) یه و چه‌قه‌که‌ی خالی بنه‌په‌ته.

بیرکردنه‌وه‌ی په‌خنه‌گرانه



بۆ دۆزینه‌وه‌ی شیوه‌ی گشتی هاوکیشه‌ی ئه‌و بازنه‌یه‌ی که چه‌قه‌که‌ی

ناکه‌وێته خالی بنه‌په‌ته‌وه. سه‌یری شیوه‌ی به‌رامبه‌ربه‌که. پۆتانی ئه‌و

خاله‌ی ده‌که‌وێته سه‌ربازنه‌که که پاسادانی

هاوکیشه‌ی بازنه‌که ده‌کات.

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2 \quad \text{هاوکیشه‌ی 2}$$

چۆن پرونده‌که‌یه‌وه که په‌یه‌وه‌نده‌یه‌کان له شیوه‌ی پێشو وه‌ک خۆی ده‌مینته‌وه ئه‌گه‌ر خالی (h, k) بکه‌وێته چاره‌کی یه‌که‌م یان دووهم یان سییه‌م یان چواره‌م.

بیرکردنه‌وه‌ی په‌خنه‌گرانه

چہقی ئەم بازنہیە دیاریبکە کە ھاوکێشەکە ی $(x-7)^2 + (y+3)^2 = 36$ لە دوایدا نیوەتیرەکە ی دیاریبکە.

شیکار

ئەگەر ھاوکێشە ی دراو لەگەڵ شیۆە ی گشتی ھاوکێشە ی بازنە بەراوردبکەین. ئەم لیکچوونانە ی خوارەو دەبینی .

لە ھاوکێشە ی دراو	لە شیۆە ی گشتی ھاوکێشە ی بازنە یی
$(x-7)^2$	$(x-h)^2$
$(y+3)^2 = ((y-(-3)))^2$	$(y-k)^2$
36	r^2

ئەم بەراوردکردنە پێگات پێدەدات کە بلیت $r=6$ $k=-3$ $h=7$ چەقی بازنەکە بریتیە لە خالی $(7, -3)$ یە و نیوەتیرەکە ی یەکسانە بە 6 یەکە ی درێژی.

هەولبە چەق و نیوەتیرە ی هەربازنە یە لەم بازنانە ی خوارەو دیاریبکە. وینە ی هەر بازنە یەکیان بکێشە و وینەکە لەگەڵ ئەوانە ی دۆزیوتەو بەراوردبکە.

ب $(x-3)^2 + (y+3)^2 = 49$

ا $(x+3)^2 + (y-3)^2 = 49$

د $(x+2)^2 + (y-5)^2 = 50$

ج $(x-4)^2 + (y-5)^2 = 30$

راھێنان

بەردەوامبوون لە بیرکاریدا

1 چۆن خالەکانی یەکتەبرینی ئەو بازنە ی ھاوکێشەکە ی $x^2 + y^2 = 4$ بێت لەگەڵ هەردوو تەوەرەکە دیاریدەکەیت؟

2 چۆن خالەکانی یەکتەبرینی ئەو بازنە ی ھاوکێشەکە ی $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 4$ بێت لەگەڵ هەردوو تەوەرەکە دیاریدەکەیت.

3 ئایا بازنە یەکە هەیه هەردوو تەوەرەکە نەبێت؟ وینەکە ی چۆن دەردەکەویت لەم بارەدا؟

4 یاسای دووری نیوان دووخال بەکاربەینە بۆ نووسینی دووری نیوان دوو خالی (x, y) و (h, k) چ شتێک ئەم برە و شیۆە ی گشتی ھاوکێشە ی بازنەکە بەیەکدەبەستیتەو؟

5 تەکنەلۆجیا زۆر جار کاری بژمیری پوونکردنەو، بۆ کێشانی وینە ی ھاوکێشە دراوەکان لە سەر شیۆە ی $y = \dots$ دەبێت. چۆن شیۆە ی گشتی ھاوکێشە ی بازنە یەکە شیکاردەکات بە پێی گۆراوی x ؟

راڻياني ٿاڙا سته ڪراو

هاوڪيشي $x^2 + y^2 = 100$ به ڪاربهڻه له پرسياره ڪاني 6 بؤ 8 .

6 خالي يه ڪتربرپيني بازنه ڪه له گهل هردوو تهوهری پؤتانه ڪان دياريبكه.

7 ٽه خشته يهي خواروه تهواوبكه.

x	y	خال له سهر بازنه ڪه
0	?	?
?	0	?
6	?	?
-6	?	?
8	?	?
-8	?	?

8 ٽه خالانه ي له خشته ي پيشو دهستكه وتوه له پروتهختي پؤتانه ڪان دياريبكه له دواييدا ويڻه ي بازنه ڪه بڪيشه.

هاوڪيشي $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 25$ به ڪاربهڻه بؤ شيڪار ڪردني پرسياره ڪان له 9 بؤ 11 .

9 چهي بازنه ڪه دياريبكه.

10 خالنه ڪاني يه ڪتربرپيني بازنه ڪه له گهل هريه ڪه له دوو تهوهری پؤتان دياريبكه.

11 ٽه خشته يهي خواروه تهواوبكه.

x	y	خال له سهر بازنه ڪه
0	?	?
?	0	?
1	?	?
-1	?	?
4	?	?
7	?	?
8	?	?
9	?	?

12 ٽه خالانه ي له خشته ي پيشو دهستكه وتوه له پروتهختي پؤتانه ڪان دياريبكه له دواييدا ويڻه ي بازنه ڪه بڪيشه

راڻيان و جيه جيڪردن

خاله ڪاني يه ڪتربرپيني هه بازنه يه ڪ لهم بازانه ي خواروه له گهل هردوو تهوهری پؤتانه ڪان دياريبكه.

$$x^2 + y^2 = 50 \quad 14 \quad x^2 + y^2 = 64 \quad 13$$

$$(x-2)^2 + y^2 = 9 \quad 16 \quad x^2 + (y-4)^2 = 25 \quad 15$$

$$(x-6)^2 + (y-8)^2 = 100 \quad 17$$

جهبر

هاوكيشه‌ى بازنه‌كه بنووسه نه‌گه‌ر جه‌ق و نيوه‌تيره‌كه‌ى بزانيت

نيوه‌تيره	جه‌ق
2.5	(0, 0)
4	(2, 3)
7	(4, -5)
$\sqrt{7}$	(4, -3)

19

21

23

25

نيوه‌تيره	جه‌ق
6	(0, 0)
$\sqrt{13}$	(0, 0)
5	(0, 6)
10	(1, -7)

18

20

22

24

جه‌بر

جه‌ق و نيوه‌تيره‌ى هه‌ر يه‌ك له‌م بازنانه‌ى خواره‌وه بدۆزه‌وه.

$$x^2 + y^2 = 36 \quad 27$$

$$x^2 + y^2 = 100 \quad 26$$

$$(x-6)^2 + y^2 = 9 \quad 29$$

$$x^2 + y^2 = 101 \quad 28$$

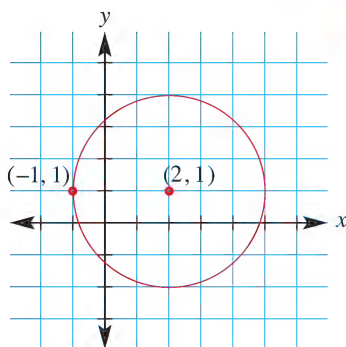
$$(x+5)^2 + (y-2)^2 = 16 \quad 31$$

$$x^2 + (y-3) = 4 \quad 30$$

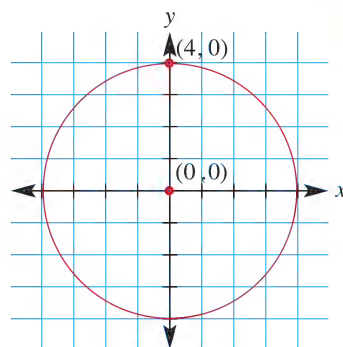
$$(x+1)^2 + (y+3)^2 = 19 \quad 33$$

$$x^2 + (y+3) = 49 \quad 32$$

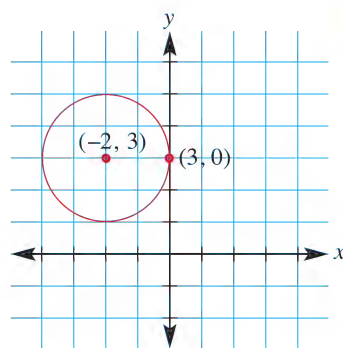
هاوكيشه‌ى نه‌و بازنه‌يه بدۆزه‌وه كه له‌م ويئانه‌ى خواره‌وه پوونكراوته‌وه



35



34



36

خاله‌كانى يه‌كتريپى نه‌م بازنه له‌گه‌ل هه‌ردوو ته‌وه‌ره‌كان وه‌ك له‌م خسته‌يه‌دا دراوه بدۆزه‌وه به پيى نه‌و خالانه بو هه‌ريه‌كيكيان ويئنه‌ى بازنه‌كه بكيشه و هاوكيشه‌كه‌ى بدۆزه‌وه .

جه‌بر

يه‌كتريپى له‌گه‌ل ته‌وه‌رى سيني	يه‌كتريپى له‌گه‌ل ته‌وه‌رى صادى
3 و -3	3 و -3
2 و 6	يه‌كتريپى نيه‌يه
سفر	8 و 0
يه‌كتريپى نيه‌يه	5
يه‌كتريپى نيه‌يه	يه‌كتريپى نيه‌يه

37

38

39

40

41

ھاوکیڭشەي ئەو بازنانە بدۆزەو بەپېي ئەم

زانباريانەي دراو، باشتر وایە وینەکە بکیشیت.

42 چەقەکەي $(2, 3)$ ؛ و لیکەوتە بۆ تەوهری سینهکان.

43 چەقەکەي $(2, 3)$ ؛ و لیکەوتە بۆ تەوهری صادەکان.

44 چەق: $(0, 1)$ ؛ بەخالی $(4, 4)$ دا دەپوات

45 چەق: $(2, 3)$ ؛ بەخالی $(8, 3)$ دا دەپوات

46 چەق: $(2, 3)$ ؛ بەخالی $(8, 11)$ دا دەپوات

47 $(1, 3)$ و $(5, 3)$ دووسەری یەککە لە تیرەکانیەتی

بژمیرەي پروونکردنەوہیي یان کاغەزی پروونکردنەوہ بەکاربەینە بۆ شیکاری پرسیارەکان لە 48 تا 54 .

48 بە پروونکردنەوہیي ھاوکیڭشەي $(x-3)^2 + (y-5)^2 = 4$ بنوینە. وینەي ئەوہی دەستکەوتوہ

بە دەوری تەوهری سینی بکیشە. ھاوکیڭشەي ئەم وینەیش بنووسە.

49 بە پروونکردنەوہیي ھاوکیڭشەي $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 1$ بنوینە. وینەي ئەوہی دەستکەوتوہ

بە دەوری تەوهری سینی بکیشە. ھاوکیڭشەي ئەم وینەیش بنووسە.

50 بە پروونکردنەوہیي ھاوکیڭشەي $(x-2)^2 + y^2 = 9$ بنوینە. وینەي ئەوہی دەستکەوتوہ بە

کشانەوہی 6 یەکە بۆلای راست بکیشە. ھاوکیڭشەي ئەم وینەیش بنووسە.

51 بە پروونکردنەوہیي ھاوکیڭشەي $(x-6)^2 + (y-4)^2 = 9$ بنوینە. وینەي ئەوہی دەستکەوتوہ

بە کشانەوہی 2 یەکە بۆلای راست بکیشە. ھاوکیڭشەي وینەکە بنووسە.

52 بە پروونکردنەوہیي ھاوکیڭشەي $(x-5)^2 + (y-4)^2 = 9$ بنوینە. وینەي ئەوہی دەستکەوتوہ

بە خولانەوہی گۆشەکەي بە 180 بکیشە لە دەوری خالی بنەرەت بکیشە. ھاوکیڭشەي ئەم

وینەکە بنووسە.

53 ھاوکیڭشەي لیکەوتی بازنەي $x^2 + y^2 = 100$ لە خالی $A(-6, 8)$ بدۆزەرەو.

54 ئەو سینگۆشەيەي کە سەرەکانی $(0, 0)$ ، $(0, 6)$ ، $(8, 0)$ بن بکیشە لە دوايیدا ھاوکیڭشەي ئەو

بازنەيە بدۆزەرەو کە بەسەرەکانیدا پۆیشتوہ.

بەرەنگاری

روانین بۆ دواوہ



55 پاوان تیریکي ھەلدا بۆ سەر وینەي بازنەيە کە ھاوکیڭشەي $x^2 + y^2 = 100$ ئەگەری

ئەوہی تیرەکە بکەویتە ناو بازنەي $x^2 + y^2 = 25$ چەند؟



56 گەردوون ئارام پلیتیکي بەکارھینا کونیکی

بچووکي تیدا بوو تیشکی خۆری پیدا دەپۆیشت بۆ

بینینی پۆژگیران. شاشەيەکی سپی لە دووری

50cm لە کۆنەکەوہ دانا. وینەي خۆرەکەي

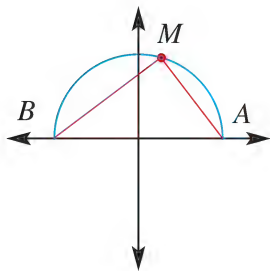
دەستکەوت کە تیرەکەي x mm تیری وینەي

خۆرەکە چەند دەبێت ئەگەر ئارام شاشەکە دابنێ لە

دووری 100cm 25cm 45cm



بە ھۆى شىكارکردنى پىرسىيارەكانى 57 تا 59 دەيسەلمىيىت كە ئەو چۆۋەگۆشەيەى لە نيوەى بازىيەكدا كىشراۋە گۆشە ۋەستائە، ۋىنەى بەرامبەر بەكاربەيىنە.



57 ھاۋكىشەى ئەو بازىيەى كە چەقەكەى خالىى بنەپتە ۋ

نيۋەتيرەكەى r ، بەكاربەيىنە بۆ پوونكرىنەۋەى ئەۋەى كە پۆتانى خالىك m لە خالەكان برىتييە لە $(a, \sqrt{r^2 - a^2})$.

58 لارى ھەريەك لە دوو راستەھيلى MA ، MB ،

بدۆزەۋە.

59 بيسەلمىنە كە چۆۋەگۆشە ۋەستائە (لە بىرت بىت:

ئەگەر دوو راستەھيلى ئەستوون بن ئەۋا ئەنجامى

لىكدانى لارييەكانيان يەكسانە بە $\frac{5}{4}$ ؟

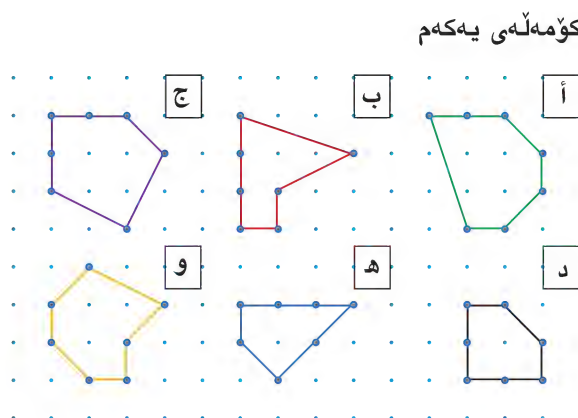
بىر كارى سەر سامكەر

ئەم پروژەى ھانت دەدات بۇگەشتىن بەرپىسايەك كە يارمەتت دەدات پروبەرى چەند لايەكى كىشراو لە سەر كاغەزىكى خالدار (بيانى) بدۆزىتەو. بە دانانى ئەو كە ھەموو سەرەكانى چەندلا كە دەكەونە سەر خالەكانى كاغەزەكە. لە دوايدا سەرسام دەبىت بەبوونى تەنھا رپىسايەك كە دەگونجىت بۇ ھەموو چەندلايەك. لە دوايدا كارەكە ئەنجام بدە بەكارى ھەرەوزى لەگەل برادەرەكانت لە گرۇپى كاركردندا. باشتروايە كارەكە لە نىوان خوتاندا دابەش بكەن.

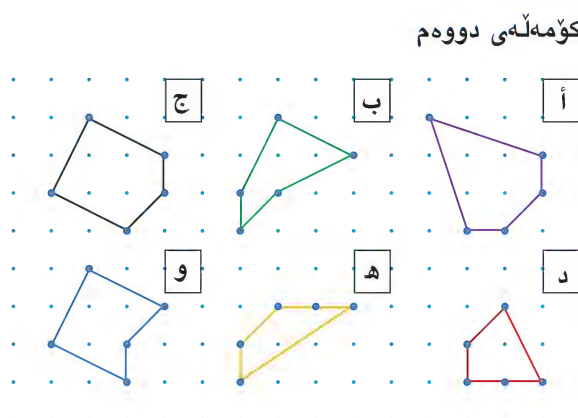
چالاكى 1

پروبەرى ھەريەك لەم چەندلايەنەى خوارەو بدۆزەو. ھەستە بەم كارە بە دروستكردىن خشتەكە و تەواوكردى. N_b ھىمايەكە بۇ ئەو خالانەى كە دەكەونە سەر چىوئى چەندلايەك N_i ھىمايەكە بۇ ئەو خالانەى كە دەكەونە ناو چەندلايەكە A ھىمايەكە بۇ پروبەرى چەندلايەكە.

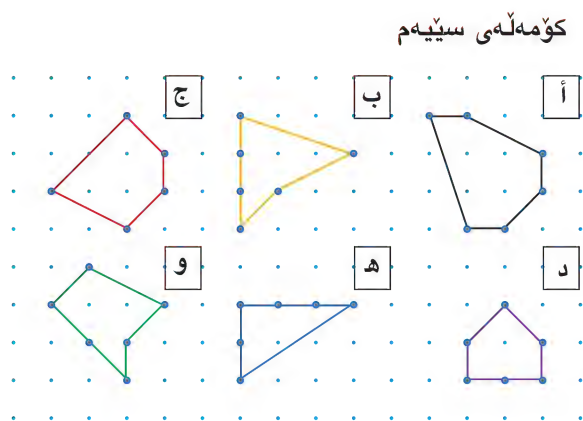
كۆمەلەى يەكەم			
A	N_i	N_b	
6.5	4	7	(أ)
			(ب)
			(ج)
			(د)
			(هـ)
			(و)



كۆمەلەى دووهم			
A	N_i	N_b	
			(أ)
			(ب)
			(ج)
			(د)
			(هـ)
			(و)



كۆمەلەى سىيەم			
A	N_i	N_b	
			(أ)
			(ب)
			(ج)
			(د)
			(ه)
			(و)



چالاكى 2

بۇ دۆزىنەۋدى ياسايەك پاسادانى ئەۋە بىكە كە ژمارەى ھەموو ئەۋ خالانەى دەكەۋنە سەر چىۋەى ھەموو چەندلاكان ھەمان ژمارەىيە.

1 ئەۋ شىۋازە چىيە كە يارمەتتە دەدات بۇ دۆزىنەۋى پروبەرەكە؟

2 ئەۋ شىۋازە بنووسە، كە دۆزىوتەۋە، بە شىۋەى ياسايەك.

3 ئەۋ ياسايەى نوسىۋوتە پاسادان بىكە بە پىگاي كىشانى ژمارەىيەك چەندلا لەسەر كاغەزى خالدار (بەيانى) ۋ ھەژمىرى پروبەرەكانيان بىكە.

تۆيەكەم كەس نىت ئەۋ ياسايە بدۆزىتەۋە. پىش تۆزانا جۇرچ پىك سالى 1899 ز دۆزىۋىيەتەۋە.

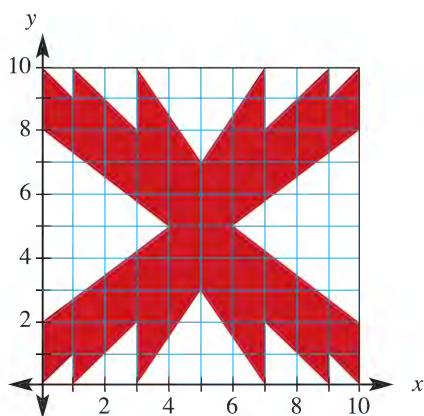
چالاكى 3

شىۋەى بەرامبەر بەكاربەينە

بەشىۋەى پەمەكى ئەگەر خالىك لەسەر كاغەزى

بەيانى ھەلېزىرى ئەگەرى ئەۋەى ئەۋ خالە لە

خالە پەنگراۋەكان بىت چەندە؟



پیداچوونەوہی بەش

بۆ شیکارکردنی پرسیارەکانی 15 تا 18 ، پێوانەى
گۆشەکانى ھەرسىگۆشەىەك دیاریبکە.

15 سیگۆشەى RST 16 سیگۆشەى PST

17 سیگۆشەى PQR 18 سیگۆشەى PQT

19 سەرچەمى پێوانەى گۆشەکانى ھەشت لایەك چەندە؟

20 پێوانەى چەقە گۆشەىەك لە ھەشت لایەكى رێك
چەندە؟

21 پێوانەى گۆشەىەكى ناوہە لە ھەشت لایەكى رێك
چەندە؟

22 پێوانەى دەرە گۆشەىەك لە ھەشت لایەكى رێك چەندە؟

وینەى ئەو پارچە راستەھێلەى كە دوو سەرەكانى دوو
خالى $(-2, 1)$ و $(3, 4)$ بن دیاریبکە بە ھاوڕێژەى
ئەندازەى كە چەقەكەى خالى بنەرەتە و رێژەكەى.

23 3 24 -1

شیوہەكە دروستبکەو و وینەكەى بکێشە بە ھاوڕێژەى
ئەندازەى كە چەقەكەى خالى دیاریکراو و رێژەكەى n :

25 $n = 3$

26 $n = \frac{1}{2}$

وینەى ئەم بازنانەى خواروہ لە پروتەختى پۆتاندا
بکێشە.

27 $x^2 + y^2 = 49$

28 $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 25$

29 چەقى ئەم بازنەىە $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 25$ ؟

ھاوکیشەى ئەم بازنەىە بدۆزەرەوہ كە چەقەكەیان M و
نیوہتیرەكەیان r بێت.

30 $r = 1 : M(0, 0)$

31 $r = 8 : M(6, -2)$

ئەم بۆشایانەى خواروہ بە دەستەواژەى گونجاو پرېکەوہ.

1 یەکتەرپىنى دوو راستەھێل پیکدیت لایەك ؟

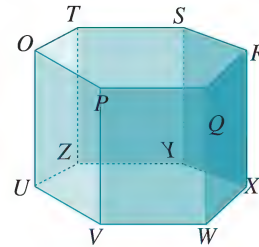
2 یەکتەرپىنى دوو پروتەخت پیکدیت لایەك ؟

3 بە دوو خالى جیاوازا تەنھا یەك ؟ دەرپوات.

4 بەسێ خال كە لەرێكى یەكترنەبن تەنھا یەك
؟ دەرپوات.

5 ئەگەر دوو خالى جیاواز بکەوہ پروتەختێك، ئەوا
ئەو راستەھێلەى بەو دوو خالە دادەرپوات ؟

ئەو پوازكە وەستاوہ بەكاربھێنە بۆ شیکارى پرسیارەكان
لە 6 بۆ 9 .



6 دوو پرووى تەریب ناوینى

7 دوو پرووى ئەستون ناوینى

8 دوو لای تەكولۆ ناوینى

9 لایەك و پروویەكى ئەستون ناوینى

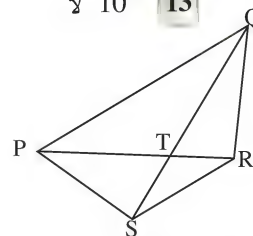
10 وینەىەكى بینراو بۆ پوازكێكى وەستاو كە بنكەكەى
لاكێشە بێت دروست بكە بەمەرچێك خالى پوكانەوہ
بکەویتە لای راستى پوازكەكە.

11 وینەىەكى بینراو بۆ پوازكێكى وەستاو كە بنكەكەى
لاكێشە بێت دروست بكە بەمەرچێك خالى
پوكانەوہى لە پشت پوازكەكە بێت

ناوى ئەم چەندلایانە چیه؟

12 $\sphericalangle 8$ 13 $\sphericalangle 10$

14 $\sphericalangle 12$



شیوہەكەى سەرەوہ بەكاربھێنە كاتێك:

$\widehat{RQR}=57^\circ$ $\widehat{PTQ}=125^\circ$ $\widehat{PRQ}=90^\circ$

$\widehat{RSQ}=30^\circ$ $\widehat{PSQ}=83^\circ$

تاقىکردنەۋەى بەش

سەرەكانى سىڭۆشەيەك برىتتيە لە (4, 1) و (2, 2) و (3, 0) پۇتانی سەرەكانى وینەكەى بەم جیگۆركیانیە دیاریبەكە.

۷ وینەدانەۋە بە پىی تەۋەردى سینی

۸ كشانەۋە 3 يەكە بەلای چەپ و يەكە يەكە بۆ خوارەۋە.

نەمانە تەۋابەكە

۹ يەكتىرپىنى دوو راستەھیل پىكدىت لە ۵

۱۰ يەكتىرپىنى دوو پروتەخت پىكدىت لە ۵

۱۱ ئەۋ راستەھیلەى بە دوو خالى جياۋازدا لەناو

پروتەختىكدا دەپرات ۵

سىڭۆشەى ABC بەكاربەينە كاتىك $A(-1, 8)$ $B(4, 3)$ $C(1, 2)$ بۆ شىكارى پرسىيارەكان لە 12 بۆ 15.

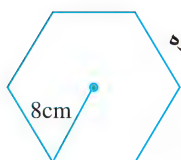
۱۲ لارى ھەر لايەك لە لاكانى بدۆزەۋە

۱۳ بيسەلمېنە سىڭۆشەكە ۋەستاۋە.

۱۴ پۇتانی خالەكانى ناۋەپراستى لاكانى بدۆزەۋە.

۱۵ درىژى لاكانى بدۆزەۋە ھەموو ۋەلامەكانت

نزيككەۋە لە نزيكتىرین بەش لە سەد.



۱۶ پروبەرى چەند لای بەرامبەر بدۆزەۋە

۱۷ پۇتانی وینەى خالى (3, 3) بە

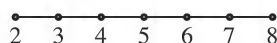
خولانەۋە چەقەكەى خالى بنەپەت و

گۆشەكەى 45° بدۆزەۋە؟

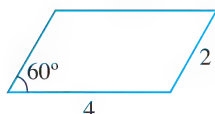
۱۸ ئاۋات لە سەر ئەم پارچە راستەھیلەى خوارەۋە

بەشىۋەيەكى ھەرپەمەكى خالىكى ھەلپژارد. ئەگەرى

ئەۋەى ئەۋ خالە بکەۋیتە نپوان 2 و 2.5 بىت چەندە.



۱۹ پپوانەى چەقە گۆشە لە سىزدەلايەكى رپك بدۆزەۋە؟

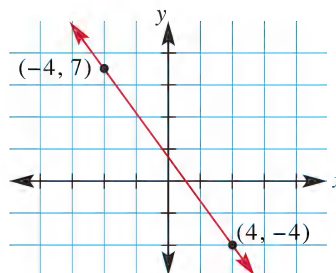


۲۰ پروبەرى ئەم لاتەربىبە بدۆزەۋە؟

۱ كام جوت لە خالەكان راستەھیلەى ستوون
ديارىدەكات لەگەل ئەۋ راستەھیلەى لە وینەى
خوارەۋە كىشراۋە؟

ا (0, 7) و (8, -4) ب (4, -7) و (-4, 4)

ج (-7, 0) و (4, 8) د (7, -4) و (-4, 4)



۲ كام لەم پپوانانەى خوارەۋە سىڭۆشە ديارى ناكات؟

ا $A=50^\circ$; $B=85^\circ$; $C=45^\circ$

ب $AB=12$; $BC=7$; $CA=9$

ج $A=90^\circ$; $B=65^\circ$; $C=15^\circ$

د $A=18$; $BC=6$; $CA=10$

۳ كام پپوانەى خوارەۋە پپوانەى گۆشەى نۆلايەكى رپكە؟

ا 40° ب 100°

ج 140° د 160°

۴ پۇژان دوو راستەھیلەى كىشا لارى يەكەم = -5 و

لارى دوۋەم = 0.2 بىت ئايا ئەم دوو راستەھیلە.

ا تەربىن ب ستوون

ج ئاسۋىي د بىجگە لەۋانە

۵ جىگۆركىي ئەندازەيى كە خالى (x, y) دەگۆرپىت بۆ

خالى (-x, -y) برىتتيە لە:

ا كشانەۋە ب وینەدانەۋەى تەۋەردى

ج خولانەۋە د ھاۋرپژەى ئەندازەيى

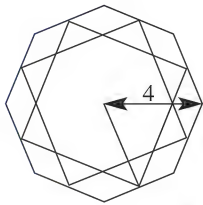
۶ بسەلمېنە ئەۋ چوار لايەى سەرەكانى

$A(3, -1)$ $B(9, -5)$ $C(7, -8)$ $D(1, -4)$

لاكىشەيە؟

تاقىکردنەۋەى كەلەكەبوو

ۋىنەى بەرامبەر بەكاربەيئە بۇ شىكارىرىنى پىرسىيارەكان
لە 18 بۇ 21 .



18 ژمارەى چەندلا پىكەكان لە

شېۋەى بەرامبەر چەندە؟ جۆرى
ھەر شېۋەىكە دىارىبەكە.

19

بۇ ھەر چەندلايەكى پىكە كە
دۆزىتەۋە لەپىرسىيارەكەى پېشۋو
پېۋانەكانى گۆشەى ناۋەۋە و چەقە گۆشە و
گۆشەكانى دەرەۋە دىارىبەكە؟

20 ئەستۋىندەكى ھەشت لاکە بدۆزەرەۋە.

21 پوۋبەرى ئەۋ چەند لا پىكەكانە بدۆزەرەۋە لەپىرسىيارى
18 دا.

پارچەى	پوۋى مېزەكە
زىيادىكراۋ	

22 دىزايىن دارتاشىك ھەستا بە

گەرەكەردىنى مېزىكى چوارگۆشە
بە زىيادىكردىنى پارچە تەختەيەكى

لاكىشەيى بۇ پوۋەكەى. ئايا مېزە تازەكە
پىكە؟ لايەكسانە؟ گۆشەكانى يەكسان؟

ۋىنەى ئەۋ پارچە راستەھىلەى كە سەرەكانى (6, -1)
(-4, 2) دىارىبەكە؟ بەم دوو ھاورپىزە ئەندازەيىيە.

23 ھاورپىزە ئەندازەيىيەكە چەقەكەى خالىى بنەرەتە و
پىزەرەكەى = -2

24 ھاورپىزە ئەندازەيىيەكە چەقەكەى خالىى بنەرەتە و
پىزەرەكەى = 0.5



25 شېۋەى بەرامبەر بىكىشە و ۋىنەى
سىگۆشەكە دروستىكە بە ھاورپىزەى
ئەندازەيىيە چەقەكەى خالىى دراۋە و
پىزەرەكەى = 2 .

ۋىنەى ھەرىكە لەم بازنانە بىكىشە كە ھاۋكىشەكانىيان
ئەمانەن.

$$x^2 + y^2 = 36 \quad 26$$

$$x^2 + y^2 = 64 \quad 27$$

$$(x+2)^2 + (y-3)^2 = 9 \quad 28$$

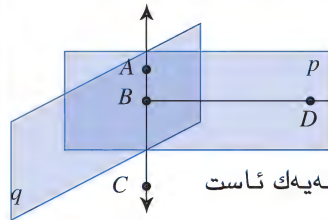
ھاۋكىشەى ھەرىكە لەم بازنانە بدۆزەرەۋە.

29 چەقەكەى خالىى بنەرەتەۋە نت = 2

30 چەقەكەى خالىى (1, -5) ۋە نت = 4

ئەم ۋىنەى ھوارەۋە بەكاربەيئە بۇ شىكارىرى پىرسىيارەكان
لە 1 بۇ 9 .

1 يەكتىرپىنى ھەردوۋ پوۋتەختى p و q ناۋىنى



2 سى خال كە

لەپىكى يەكتىرى
بن ناۋىنى

3 سى خال ناۋىنى كە لەيەك ئاست

دابن و لەپىكى يەكتىرى نەبن

4 سى پارچە راستەھىل ناۋىنى.

5 تىشكىك ناۋىنى.

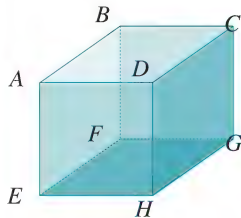
6 دووگۆشەى تەۋاۋەكەرى يەكتىرى دىارىبەكە.

7 راستەھىلەك دىارىبەكە كە بىكەۋىتە پوۋتەختى p

8 راستەھىلەك دىارىبەكە نەكەۋىتە پوۋتەختى q

9 پوۋتەختى p بە پىگايەكى تر ناۋىنى.

ئەم شېۋەىيەى ھوارەۋە بەكاربەيئە بۇ شىكارىرى
پىرسىيارەكان لە 10 بۇ 17



10 جوۋتىك لە پوۋەكانى

تەرىب بەيەكتىر ناۋىنى

11 دوو لاي تەكولۇ ناۋىنى

12 لايەك و پوۋىەك ناۋىنى بەمەرجىك لايەكە

ئەستۋىن بىت لەگەل پوۋەكە.

13 لايەك و پوۋىك ناۋىنى بەمەرجىك لايەكە تەرىب
بىت بەپوۋەكە.

14 دوۋتۋى گۆشەيەك ناۋىنى و پېۋانەكەى دىارىبەكە

15 ۋىنەيەكى بىنراۋ دروستىكە كە يەك خالىى پوكانەۋەى

ھەبىت بۇ خشتەكىك ئەگەر بزانى خالە پوكانەۋەكە
بىكەۋىتە پىشت خشتەكەكە.

16 ۋىنەيەكى بىنراۋ دروست بىكە دوو خالىى پوكانەۋەى

بۇ خشتەكىك ھەبىت ئەگەر بزانى ئاسۋ دەكەۋىتە
پىشت خشتەكەكەۋە.

17 ۋىنەيەكى بىنراۋ دروستىكە كە دوو خالىى پوكانەۋە

بۇ خشتەكىك ھەبىت ئەگەر بزانى ئاسۋبىكەۋىتە
پىش خشتەكەكە.

بهشی ههشتم

سیگۆشه زانی

Trigonometry

1. شیکاری سیگۆشه و هستاو.

2. گۆشهکانی خولانهوه.

3. پێوانه ی بازنه یی و درێژی کهوانه.

4. هاوئهنجامه سیگۆشه ییه بنه رته ییه کان.

پرۆژه ی به شه که

پیداچوونه وه

تاقیکردنه وه ی بهش

تاقیکردنه وه ی که له که بوو

Trigonometry سىگوشەزانی

بەشى

8

لە نىوان پىوانەكانى لاكانى سىگوشە و گۆشەكانى پەيوەندى
گرنگ ھەيە كە زانستىكى كۆن نوئى لىيدەكۆلئىتەو ۋە ئويش
سىگوشەزانيە.

لە دىر زەمانەو ۋە مېرۆف گرنگى داو ۋە سىگوشەكان. لەم دوو
لاپەرە وئەكان ئاماژە بۆ ۋە دەكەن. سىگوشەزانی
بەكارھىنانەكانى زۆر فراوانە لە فېزىيا و زانستى گەردوون و
تەلارسازى و ئەندازە و ئەوانى تر.

وانەكان

1. شىكارکردنى

سىگوشەى ۋە ستاۋ.

2. گۆشەكانى خولانەو ۋە

3. پىوانەى بازەىيى و

درىژى كەوانە.

4. ھاوئەنجامە

سىگوشەىيە

بنەرەتییەكان.

پروژەى بەش

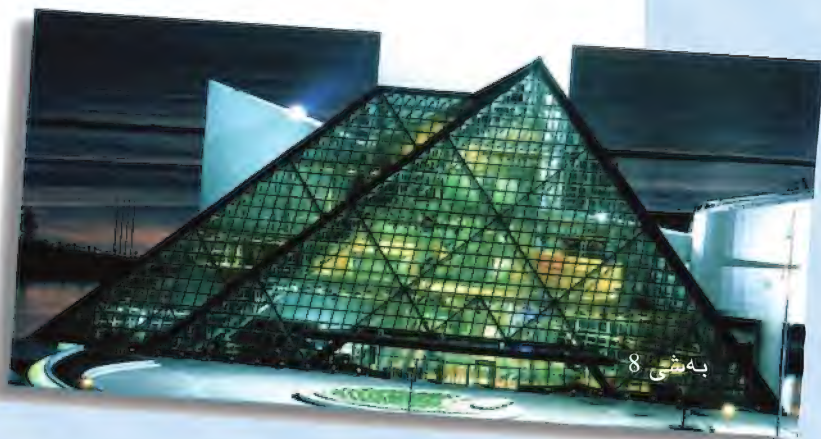




دەربارەى پروژەى بەش

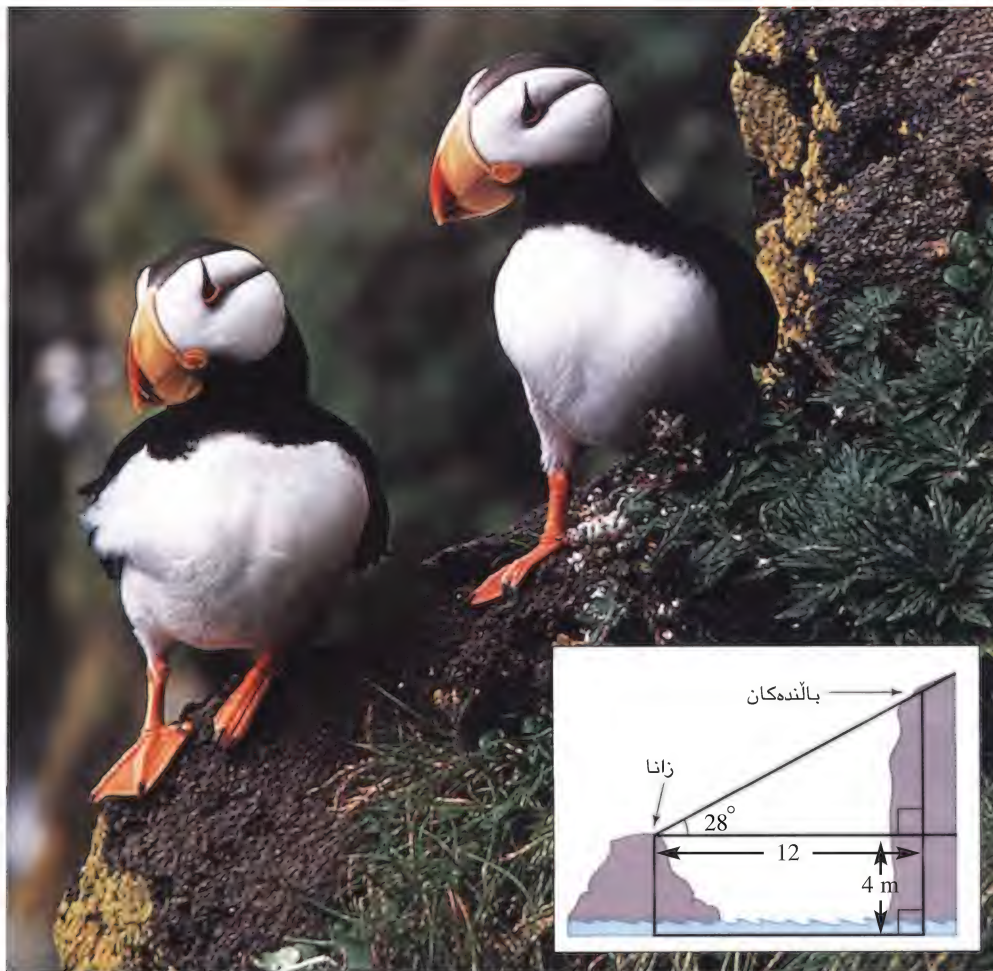
بەبۆنەى كردنەوەى پېشانگای جیهانی لە شارى شيكاگوئى ئەمرىكى سالى 1893 ، جۆرج فيريس چەرخىكى گەورەى دروستکرد، كە بە ناوى خۆيەو ناسراو، چەرخەكە خانەخانە كراو، ھەر خانەيەك جيگای چەند كەسێكى لیدەبیتەو، بە خولانەوەى دۆلا بەكە «چەرخەكە» ئەو نەفەرانەى دەگواستەو لە خوارەو بۆ سەرەو و بە پېچەوانەو. لە ماوەى كارکردنت لە بەشەكە، ھەلدەستیت بە پېشخستنى ئەم سامپلە (نموونە) بۆ لېكۆلینەوەى گۆرانی بەرزبوونەوەى نەفەرەكەى خانەكە بە تېپەرپوونى كات. دواى تەواوبوونت لە بەشەكە دەتوانیت:

- سامپلێكى بىركارىانە دابنیت بۆ بەرزى خالێك كە دەكەوێتە سەر چپووى چەرخەكە بەپێى كات.
- پوونكردنەوەى ھەر پېكەينەرێك لەپېكەينەرەكانى سامپلەكە چى دەگەيەنى لەژيانى رۆژانە.
- دیاریكردنى خێراى خالێك لەسەر چپووى چەرخەكە.



شىكارىردى سىگۇشەسى ۋەستىۋ

Solving Right Triangle



ئامانجەكان

- رېژە سىگۇشەبىيەكانى گۇشەسى تىژ ھەژماردەكات و جىا دەكاتەۋە.
- سىگۇشەسى ۋەستىۋ بەبەكارھىنانى رېژە سىگۇشەبىيەكان شىكارىدەكات.

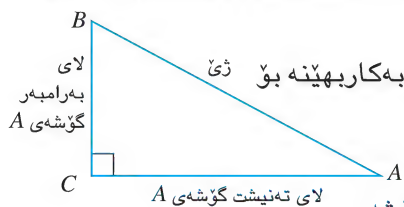
بۇجى

دەتوانىت رېژە سىگۇشەبىيەكانى سىگۇشەبىيەكى ۋەستىۋ بەكاربەيىنىت بۇ شىكارى ۋە پىرسىيارەنى لە زىانى پۇزانەدا دىتە پىكامان ۋەك لە دىارىكىردى بەرزى ۋە بىلەندەنى لە ۋىنەكەدا دەرگەۋتوون لە پۇۋى ئاۋەكەۋە.

جىيەجىكىردەكان

بىلەندەكان

بىكەك لە زاناکان ھەستى بەگرتى ۋىنەكى كۆمەلە بىلەندەبەك لەقەدپالى شاخىكدا ۋەستىۋون. بۇ دۇزىنەۋەى بەرزى ۋە بىلەندەنە لە پۇۋى ئاۋەكەۋە. زاناکە ھەستى بە پىۋانى ۋە گۇشەسى دروست بۈۋە لە ئەنجامى ھىللى سەيركىردى بۇ بىلەندەكان لەگەل ھىللى ئاسۋى، بىنى پىۋانەى گۇشەكە 28° زاناکە چۆن ئەم كارەى ئەنجامدا. ئەگەر بزانىت ۋە لە بەرزى 4 m ۋەستىۋە دۈۋرى نىۋان ۋە قەدپالى شاخەكە 12m بۈۋ؟



بۇ ۋەۋەى بەرزى شۋىنى بىلەندەكان دىارىبىكەيت سىگۇشەزانى بەكاربەيىنە بۇ زى دۇزىنەۋەى پىۋانەى گۇشەبەك لە گۇشەكانى سىگۇشە ۋەستىۋەكە يان درىژى لايەك لە لاكانى. بىرىكەۋە كە زى سىگۇشەسى ۋەستىۋ ۋەلايەيە كە بەرامبەر گۇشە ۋەستىۋەكەيە. لەۋ سىگۇشەسى لە لاي چەپ كىشراۋە، دەبىنىن \overline{AB} زىيەۋ و \overline{AC} تەنىشت گۇشەسى A و \overline{BC} لاي بەرامبەر گۇشەسى A. لاي تەنىشت و بەرامبەر گۇشەسى B دىارىبىكە.

✓ خالى چاۋدىرى

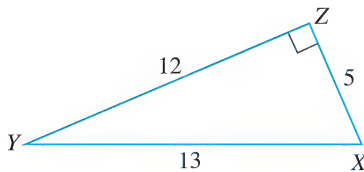
Trigonometric Ratios \hat{A} رېژە سىگۇشەبىيەكانى گۇشەسى \hat{A}

$$\tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{\text{بەرامبەر}}{\text{تەنىشت}} \quad \cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{\text{تەنىشت}}{\text{زى}} \quad \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{\text{بەرامبەر}}{\text{زى}}$$

سەرنج بەد: $\sin A = \text{sine } A$, $\cos A = \text{cosine } A$, $\tan A = \text{tangent } A$

نمونە

ھەرسى رېژە سىڭۇشەيەكان بۇ گۆشەى X لە سىڭۇشەى بەرامبەر ھەژمارىكە.



شىكار

$$\sin \hat{X} = \frac{YZ}{XY} = \frac{12}{13} = 0.9231$$

$$\tan \hat{X} = \frac{YZ}{XZ} = \frac{12}{5} = 2.4$$

$$\cos \hat{X} = \frac{XZ}{XY} = \frac{5}{13} = 0.3846$$

ھەرسى رېژە سىڭۇشەيەكان بۇ گۆشەى Y لە سىڭۇشەكەى سەرۋە ھەژمارىكە ۋەلامى تەۋاىى بىدەۋە ۋەلامەكانت لە نىكتىرەن بەش لە دەھەزار نىكتىكەرەۋە.

ھەۋلەدە

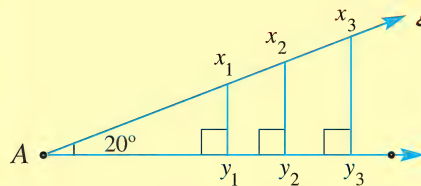
چالاقى

Exploring Trigonometric Ratios

دۆزىنەۋەى رېژەى سىڭۇشەكان

پىۋىستىت بە پرگاللىك ۋ راستەيەك ۋ بىژمىرلىك ھەيە.

خىشتەيەك دروستىكە ۋەك خىشتەكەى خوارەۋە.



1. ئەۋەى لە خىشتەكەدایە بىنۋوسەۋە. لەدۋايدا تەۋاۋىيەكە

لە رېڭاى پىۋانى لایە دىارىكارۋەكان لەگەل

دۆزىنەۋەى رېژە سىڭۇشەيەكانى گۆشەى A .

2. ئاىا ئەۋ بەھايانەى نۋوسىۋتە لە ستونى $\sin A$

بە نىكتەيى يەكسان؟ كارەكە لە ستونى $\cos A$ ۋايە؟ لە ستونى $\tan A$ ۋايە؟

سىڭۇشە	بەرامبەر \hat{A}	تەنىشت \hat{A}	ژى	$\sin \hat{A} = \frac{\text{بەرامبەر}}{\text{ژى}}$	$\cos \hat{A} = \frac{\text{تەنىشت}}{\text{ژى}}$	$\tan \hat{A} = \frac{\text{بەرامبەر}}{\text{تەنىشت}}$
Ax_1y_1						
Ax_2y_2						
Ax_3y_3						

3. ئەۋ ئەنجامانەى دەستىكەۋتۋە بەراۋردى بىكە لەگەل ئەنجامەكانى ھاورپىكانت لە پۆلەكەدا.

4. ئاىا دەتۋانىت گرىمانەيەك دابرىژىت دەربارەى ھەرسى رېژە سىڭۇشەيەكانى گۆشەى A ؟

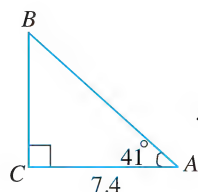
خالى چاۋدىرى ✓

بەھاكانى رېژەى سىڭۇشەيى گۆشەيەكى تىژ ناگورپىت بە گۆرپانى سىڭۇشە ۋەستاۋە بەكارھاتۋەكە، ھەرۋەك لە چالاقى سەرۋە بۆت دەرەكەۋت، بەھاكانى ئەم رېژانە تەنھا بە پىۋانەى گۆشەكە دىارى دەكرىت.

دەتۋانىت بەھاكانى رېژە سىڭۇشەيەكانى گۆشەكە دەست بىكەۋىت بەزانىنى پىۋانەكەى بەبەكارھىنانى بىژمىرى زانستى. ۋ دەتۋانىت رېژە سىڭۇشەيەكان بەكاربەھىنىت بۇ دۆزىنەۋەى ھەندىك لە لاكانى سىڭۇشەى ۋەستاۋ ھەرۋەك نمونەى 2 پۋونىدەكاتەۋە.

نمونە

دریژی لاکانی سیڭۆشەى بەرامبەر بدۆزەرەو.



شیکار

لە بەر ئەوەى دریژی AC زانراوە پێویستە دریژی ھەریەک لە \overline{AB} و \overline{BC} بدۆزینەو.

$\cos A$ بەکاربھێنە بۆ دۆزینەوێ دریژی AB

$\tan A$ بەکاربھێنە بۆ دۆزینەوێ دریژی BC

$$\tan A = \frac{BC}{AC}$$

$$\cos A = \frac{AC}{AB}$$

$$\tan 41^\circ = \frac{BC}{7.4}$$

$$\cos 41^\circ = \frac{7.4}{AB}$$

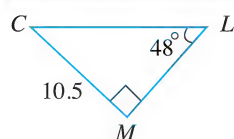
$$BC = 7.4 \times \tan 41^\circ$$

$$AB = \frac{7.4}{\cos 41^\circ}$$

$$BC \approx 7.4 \times 0.8693$$

$$BC \approx 6.4$$

$$AB \approx \frac{7.4}{0.7547} \approx 9.8$$



ھەولبەدە دریژی لاکانی سیڭۆشەى بەرامبەر بدۆزەرەو

بەرزە گۆشە Angle of Elevation ئەو گۆشەىە کە

دەکەوێتە نیوان ھێلێ ئاسۆیی لەگەڵ ھێلێ بینینی خاڵێکی بەرزتر لە خۆی.

نزمە گۆشە Angle of Depression ئەو گۆشەىە کە

دەکەوێتە نیوان ھێلێ ئاسۆیی لەگەڵ ھێلێ بینینی خاڵێکی نزمتر لە خۆی.



بەگەرانیوە بۆ پرسىارى باسکراو لە سەرەتایى وانەکە بەرزى شوینی بالندەکان لە سەر پروی ئاوەکە بدۆزەرەو.

شیکار

\overline{BE} بەرزى شوینی بالندەکانە لە پروی ئاوەکەو.

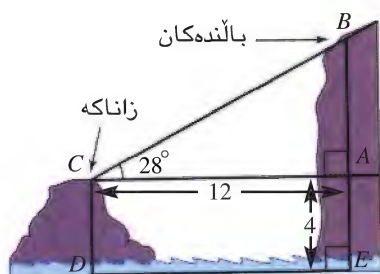
لەبەرئەوێ $BE = BA + AE$

و لەبەر ئەوەى $AE = CD = 4\text{m}$ ، کەواتە $\tan 28^\circ = \frac{AB}{12}$

$$AB = 12 \times \tan 28^\circ$$

$$AB \approx 6.38$$

$$BE = BA + AE = 6.38 + 4 = 10.38\text{m}$$



نمونە

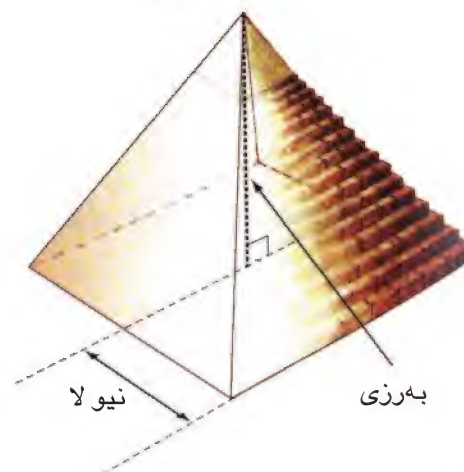
جێبەجێکردنەکان

بالندەکان

دەروازەىەك لەسەر پۆشنیبرى فیرعەونییەکان فیرعەونییەکان پەيوەندیەکی سیڭۆشەىیان بەکارھێناوە ناویان ناوە سیکد کە لاری پروی ھەرەمەکە دەگەىەنیت.

سیکد $\text{Cotangent} = \frac{\text{دو ئەوئەندەى پێوانى لای بئەکەى ھەرەم}}{7 \text{ ئەوئەندەى بەرزى ھەرەمەکە}}$

تیبینی ئەو بەکە کە سیکد ھەلگەراوێ سایەى (ھەلگەراوێ \tan) گۆشەکەىە کە پێی دەوتریت سایەتەواوێ گۆشەکە Cotangent یان \cot گۆشەکە بەکورتکراوێی.

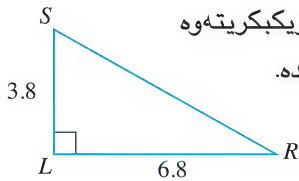




ئەگەر بمانه‌وێت سیگۆشەیه‌کی وه‌ستاو شیکاریکه‌ین پێویسته‌ پێوانه‌ی گۆشه‌کانی سیگۆشه‌که‌ بدۆزینه‌وه‌ له‌گه‌ڵ درێژی لا نه‌زانراوه‌کانی سیگۆشه‌که‌. له‌ کاره‌که‌تا بژمیری زانستی به‌کاربه‌ێنه‌، بۆ دۆزینه‌وه‌ی پێوانه‌ی ئەو گۆشه‌ی که‌یه‌کێک له‌ پێژه سیگۆشەیه‌کانی ده‌زانیت. ئەو راستیه‌ به‌کاربه‌ێنه‌ که‌: کۆی گۆشه‌کانی ناوه‌وه‌ی سیگۆشه‌که‌ ده‌کاته 180° واته‌ کۆی هه‌ردوو گۆشه‌ تیزه‌که‌ له‌ سیگۆشه‌ وه‌ستاوه‌که‌ 90° .

نموونه

4



سیگۆشه‌ی به‌رامبه‌ر شیکاریکه‌ به‌ دۆزینه‌وه‌ی پێوانه‌ی گۆشه‌کانی که‌ نزیکه‌ریته‌وه‌ له‌ نزیکه‌ترین پله‌ و درێژی ژێیه‌که‌ی نزیکه‌ریته‌وه‌ بۆ نزیکه‌ترین به‌ش له‌ ده‌.

$$\tan 28^\circ = 0.55$$

شیکار

$$\tan R = \frac{3.8}{6.8} \cdot 1$$

$$R = \tan^{-1} \frac{3.8}{6.8} \approx 29^\circ$$

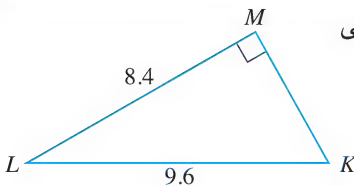
2. له‌ به‌رئه‌وه‌ی کۆی پێوانه‌ی دوو گۆشه‌ تیزه‌که‌ 90° ئەوا $90^\circ - 29^\circ = 61^\circ$

3. بێردۆزی فیثاگۆرس به‌کاربه‌ێنه‌ بۆ دۆزینه‌وه‌ی درێژی ژێیه‌که‌.

$$(RS)^2 = (6.8)^2 + (3.8)^2$$

$$RS = \sqrt{(6.8)^2 + (3.8)^2}$$

$$RS \approx 7.8$$



سیگۆشه‌ی به‌رامبه‌ر شیکاریکه‌ به‌ دۆزینه‌وه‌ی پێوانه‌ی گۆشه‌کانی به‌ نزیکه‌کردنه‌وه‌ی بۆ نزیکه‌ترین پله‌ و درێژی لایه‌که‌ی بۆ نزیکه‌ترین به‌ش له‌ ده‌.

هه‌ولبده

1. چون سیگۆشه‌که‌ شیکارده‌که‌یت له‌ نمونه‌ی 4 به‌ ده‌ستپێکردن به‌

دۆزینه‌وه‌ی ژێیه‌که‌ی، له‌ دوایدا به‌ به‌کاره‌ینانی \cos یا \sin بۆ

دۆزینه‌وه‌ی پێوانه‌ی گۆشه‌کان؟

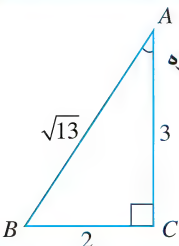
2. له‌ دوا‌ی دۆزینه‌وه‌ی پێوانه‌ی R° ئایا ده‌توانی درێژی ژێیه‌که‌

بدۆزیته‌وه‌ به‌بێ به‌کاره‌ینانی بێردۆزی فیثاگۆرس؟

بیکردنه‌وه‌ی په‌خنه‌گرانه

راهی‌نان

به‌رده‌وامبوون له‌ بیر کاریدا

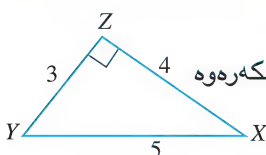


1. چون پێژه سیگۆشه‌یه‌یه‌کان بۆ گۆشه‌ی A له‌ سیگۆشه‌ی به‌رامبه‌ر ده‌دۆزیته‌وه‌

2. چون پێوانه‌ی دوو گۆشه‌ی A و B له‌ سیگۆشه‌ی به‌رامبه‌ر دیاریده‌که‌یت.

3. جیاوازی نیوان $\sin^{-1} A$ و $\frac{1}{\sin A}$ چییه‌؟

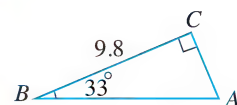
راهی‌نانی ئاراسته‌کراو



4. پێژه سیگۆشه‌یه‌یه‌کانی گۆشه‌ی X له‌ سیگۆشه‌ی لای چه‌پ بدۆزهره‌وه‌،

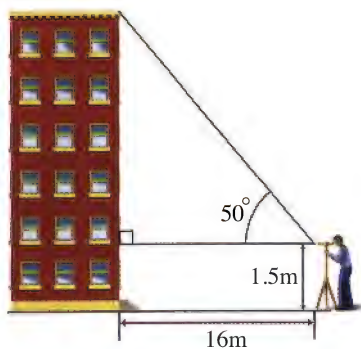
وه‌لا مه‌که‌ت به‌ ته‌واوی به‌ده‌ره‌وه‌، بۆ نزیکه‌ترین به‌ش له‌ ده‌هه‌زار نزیکه‌یکه‌ره‌وه‌

5. درێژی هه‌ردوو لای AC و BA له‌ سیگۆشه‌ی لای راست بدۆزهره‌وه‌.



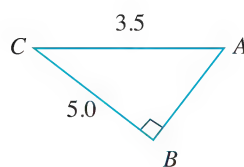
6

ئەندازە ئەندازىارىك لە دوورى 16m لە تەلارىكەو. وەستاو سەيرى بەرزترىن خالى تەلارىكەى دەکرد بە دووربىنىك لەبەرزى 1.5 m لەزەوىو دانبوو بەرزى تەلارىكە چەندە ئەگەر پىوانەى بەرزە گۆشەكە 50° بىت؟



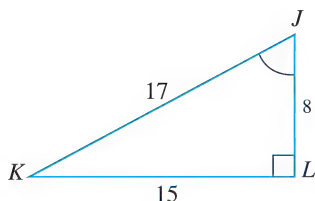
7

ئەم سىگۆشەى خوارو شىكارىكە. پىوانەى گۆشەكان بدۆزەرەو بە نزىكى بۆ نىكترىن پلە و درىژى لای AB بەنزىكى بۆ نىكترىن دە.



راھىنان و جیبە جیکردن

سىگۆشەى JKL بەكاربەيتە بۆ دۆزىنەوئى بەھای داواکراو. با وەلامەكان تەواوبن. لە دوايدا بۆ نىكترىن بەش لە دەھەزار نىكتىكەو.



$\sin \hat{J}$ 9

$\sin \hat{K}$ 8

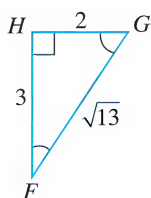
$\cos \hat{K}$ 11

$\cos \hat{J}$ 10

$\tan \hat{J}$ 13

$\tan \hat{K}$ 12

سىگۆشەى $F GH$ بەكاربەيتە بۆ دۆزىنەوئى بەھای داواکراو. با وەلامەكان تەواوبن. لە دوايدا بۆ نىكترىن بەش لە دەھەزار نىكتىكەو.



$\sin \hat{F}$ 15

$\sin \hat{G}$ 14

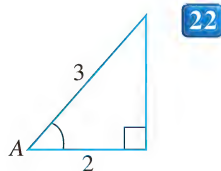
$\cos \hat{F}$ 17

$\cos \hat{G}$ 16

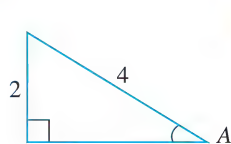
$\tan \hat{F}$ 19

$\tan \hat{G}$ 18

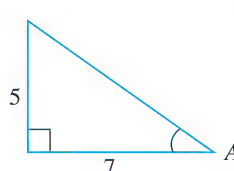
پىوانەى گۆشەى A بەبەكاربەيتە بۆ دۆزىنەوئى بەھای داواکراو. با وەلامەكان تەواوبن. لە دوايدا بۆ نىكترىن بەش لە دەھەزار نىكتىكەو.



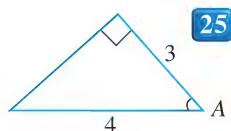
22



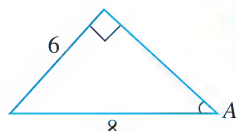
21



20



25

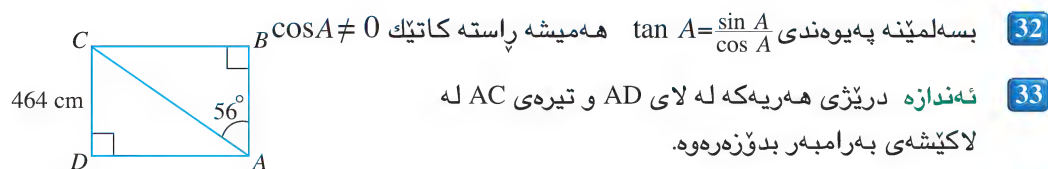
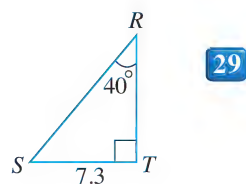
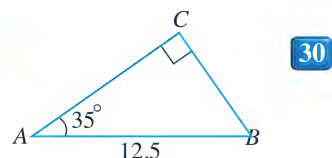
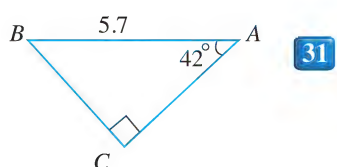
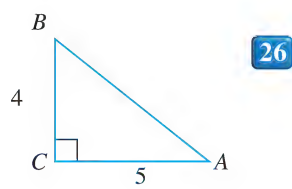
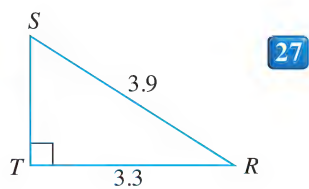
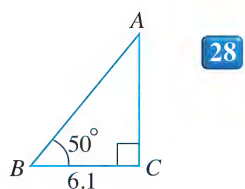


24



23

ئەم سىڭۇشانە شىكار بىكە. پىۋانەى گۆشەكە بدۆزەرەوۋە بە نىزىكى بۇ نىزىكتىن پىلە و درىژى لايەكى بۇ نىزىكتىن بەش لە دەھزار نىزىكەوۋە.



34

جوانكارى مالەكان باوكى گول بەھار وىستى (بالەكونىك) دروستىكات كە شىۋەى سىڭۇشە وەستاۋى ھەبىت وىستى ژىي سىڭۇشەكە 6m بىت و دوو لاي گۆشە وەستاۋەكە لە درىژىدا يەكسان بن.

درىژى ھەرىكە لە دوو لاي گۆشە وەستاۋەكە بدۆزەرەوۋە.

ا درىژى ھەرىكە لە دوو لاي گۆشە وەستاۋەكە بدۆزەرەوۋە.

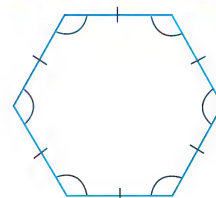
ب پروبەرى بالەكونەكە بدۆزەرەوۋە.



35

بىنا بەرپۆبەرى باخچەى گشتى وىستى ھۆلىك بۇ پشودان دروست بىكات بىكەكەى بە شىۋەى شەشلايەكى پىك بىت و درىژى لايەكى 10 m بىت، ئەگەر تىچوونى دارشتنى بىكەكە 170 ھەزار دىنار بىت بۇ ھەرمەترە چوارگۆشەيەك. پىژە سىڭۇشەيەكان بەكاربەينە بۇ دۆزىنەوۋەى برى تىچونى دارپشتنى بىكەكە.

بەرەنگارى



روانیتیک بۆدواوه

پلهی هەریهك لهم زۆر پادهدارانه دیاریبكه.

$$3x^2 - 5x^8 + 4x^3 + 2 \quad 36 \quad (x^2 - 9)(x^3 + 4) \quad 37$$

شینهل بكه

$$2x^3 - 18x \quad 38 \quad 3x^3 - 7x^2 + 2x \quad 39$$

هەریهك لهم برانهی خوارهوه به سادهترین شیوه بنووسه، دواى پێژەکردنى ژێره.

$$\frac{5}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} \quad 43 \quad \frac{5}{1-\sqrt{2}} \quad 42 \quad \frac{1}{\sqrt{3}} \quad 41 \quad \frac{3}{\sqrt{2}} \quad 40$$

ناوەنده ژمێرهیی هەریهكه لهم به‌هایانهی خوارهوه بدۆزەرەوه له دوایدا لادانی پێوانه‌كه‌یان بدۆزەرەوه

$$110; 119; 125; 130; 78; 100; 113; 121; 103; 99; 122; 107; 102 \quad 44$$

$$22; 26; 28; 17; 19; 24; 36; 25; 14; 17; 46; 53; 25; 18; 34; 12 \quad 45$$

روانیتیک بۆپیشهوه

46 ئەندازه ئەگەر خالێك بخولیته‌وه به دەوری چهقی خولانه‌وه 360° ، ئەوا پێپه‌وه‌كه‌ی بازنه‌یه‌كى ته‌واو ده‌بێت. ئەو گۆشه‌ خولانه‌وه‌ بدۆزەرەوه‌ كه‌وا له‌ پێپه‌وى خالێكه‌ ده‌كات بپێته‌ نیوه‌ بازنه‌یه‌كه‌؟ چاره‌كه‌ بازنه‌یه‌كه‌؟

گۆشەكانى خولانەوہ Angles of Rotation



نامانجەكان

- گۆشەى گەرەنەوہ بۆ گۆشەىەك دياريدەكات.
- پۆژە سىگۆشەىەكانى گۆشەىەك لە بارى پۆوانەىيدا دياريدەكات.

جىبەجىكرەنەكان

فرۆكەوانى



بۆجى
دەتوانىت گۆشەكانى
خولانەوہ بەكاربەنىت بۆ
باسكردى تىكرای خولانەوہى
بزوينەرى فرۆكەىەكى پەرۋانەدار.

پەرۋانەى يەككە لە فرۆكەكان 1100 خول دەخولیتەوہ لە خولەككدا، ئەو خالەى لەسەر پەرۋانەى فرۆكەكەىە چەند پلە دەخولیتەوہ لە چركەىەكدا؟

ئەگەر پېناسەى گۆشە لە ئەندازەدا برىتى بىت لەو شۆەى كە دروست دەبىت لە ئەنجامى بەىەكگەىشتنى دوو تىشك ھاوبەشبن لە خالى بنەرەتدا. ئەوا پېناسەكەى لە سىگۆشەزانىدا برىتىيە لە خولانەوہى تىشكك بەدەورى خالى بنەرەتدا لە شۆىنكەوہ بۆ شۆىنكەى تر. ھەر شۆىنكەى تىشكەكە كە دەخولیتەوہ لەگەل شۆىنى دەستپېكردى گۆشەكە، گۆشەىەك دياريدەكات پېى دەوترىت گۆشەى خولانەوہ.



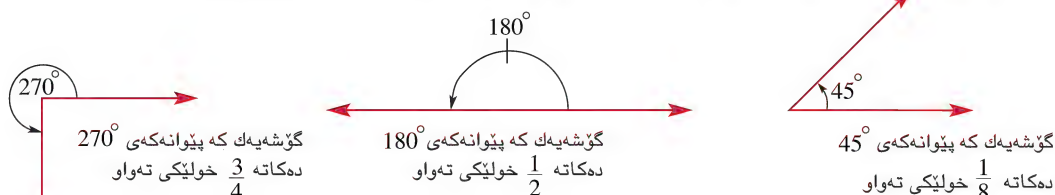
Angle of Rotation بىركارىزانەكان ھەندى جار پىتى يۆنانى θ «تیتا» بەكاردەھىنن بۆ ناولپنانى گۆشەى خولانەوہ.

جىگای دەستپېكردى تىشكەكە پېى دەوترىت لای يەكەمى **Initial side** گۆشەو شۆىنى وەستانەكەى پېى دەوترىت **Terminal side** گۆشەكە لە

بارى پۆوانەىيدا دەبىت كاتك سەرەكەى لە خالى بنەرەتدا دەبىت لە پروتەختى پۆتاندا و لای يەكەمى دەكەویتە سەر نىوہى موجەب لە تەوہرەى سىنى.

ئەگەر خولانەوہكە بە ئاراستەى پېچەوانەى جولانەوہى مىلى كاترەمىر رويدا ئەوا پۆوانەى گۆشەكە موجەب **Positive** دەبىت. وپۆوانەى گۆشەكە سالب **Negative** دەبىت ئەگەر خولانەوہكە بە ئاراستەى جولانەوہى مىلى كاترەمىر بىت.

(پلە) دادەنرىت بەگرنگترین پۆوانەى گۆشە و ئاماژەى بۆ دەكرىت بەھىماى (°). و لەبەر ئەوہى ئەو گۆشەىەى دەستمان دەكەویت لە خولكەى تەواو تىشكەكە دەكاتە 360° ئەوا پلە پېناسە دەكرىت بەوہى پۆوانەى گۆشەى پەيدا بوو لە خولانەوہى تىشكەكە لە $\frac{1}{360}$ لە خولكەى تەواو.



خالی چاودیڙی ✓

ئاراسته‌ی خولانه‌وه‌یه‌ک که گۆشه‌کە‌ی 90° و 120° چیه؟ ئەو بەشە‌ی که هەریه‌کە لەم دوو خولانه‌وه‌یه‌ له خولیک‌ی ته‌واو پیکیدینیت چەندە؟



نۆونه

بەگەرانه‌وه‌ بۆ پرسیاره‌کە‌ی سه‌ره‌تای وانه‌که‌.
خالی‌ک له‌سه‌ر په‌روانه‌ی ئەو فرۆکه‌یه‌ له چرکه‌یه‌کدا چەند پله ده‌خولینه‌وه‌.
شیکار

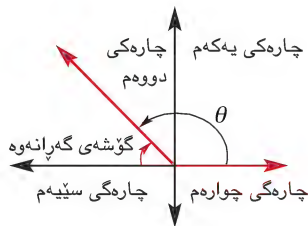
په‌روانه‌که‌ 1100 خول له‌ خوله‌کێکدا ده‌سوڕپته‌وه‌، له‌به‌ر ئەوه‌ خاله‌که‌ له‌سه‌ر په‌روانه‌ی فرۆکه‌که‌ $397000^\circ = 1100 \times 360^\circ$ ده‌خولپته‌وه‌ له‌ خوله‌کێکدا. و به‌م شیوه‌یه‌ خولانه‌وه‌ی خاله‌که‌ له‌سه‌ر په‌روانه‌ی فرۆکه‌که‌ له‌یه‌ک چرکه‌دا $6600^\circ = \frac{397000^\circ}{60}$

هەولبده

په‌پکه‌کانی مۆسیقا 33.3 خول له‌ خوله‌کێکدا ده‌خولپته‌وه‌. خالی‌ک له‌سه‌ر په‌پکه‌که‌ له‌ یه‌ک چرکه‌دا چەند پله ده‌خولپته‌وه‌؟

له‌وانه‌ی سییه‌مدا فی‌رده‌بی‌ت چۆن هه‌ژمۆری رێژه سی‌گۆشه‌یه‌یه‌کانی گۆشه‌یه‌ک له‌باری پێوانه‌یی بکه‌یت. کاتی‌ک پێوانه‌کە‌ی له 90° زیاتر ده‌بی‌ت (یان که‌متر ده‌بی‌ت له‌ سفر) بۆ ئەوه‌ی بتوانیت ئەمه بکه‌یت له‌ مه‌ودوا پێویستت به‌ دیاریکردنی پێوانه‌ی گۆشه‌ی گه‌رانه‌وه‌ ده‌بی‌ت بۆ گۆشه‌که‌ له‌باری پێوانه‌یی‌دا.

ئەگەر θ گۆشه‌یه‌ک بی‌ت له‌ باری پێوانه‌یی‌دا ئەوا (گۆشه‌ی گه‌رانه‌وه‌ی) ئەو گۆشه‌ تیزه‌ موجه‌یه‌یه‌ که پیکدیت له‌ کۆتالا گۆشه‌که‌ و به‌شیک له‌ ته‌وه‌ره‌ی سینی



(موجه‌ب یان سالب) که‌ نزیکتره‌ لی‌یه‌وه‌. ئەگەر بزانی که‌ به‌شی موجه‌ب له‌ ته‌وه‌ره‌ی سینی له‌ هه‌ردوو چاریگی یه‌که‌م و چواره‌م دایه‌. و به‌شی سالب له‌ دوو چاریگی دووهم و سییه‌م دایه‌.

نۆونه

گۆشه‌ی گه‌رانه‌وه‌ بۆ هەریه‌ک له‌م گۆشانه‌ چەندە!

ب $\theta = 245^\circ$

ا $\theta = 94^\circ$

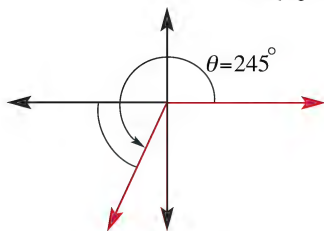
د $\theta = -110^\circ$

ج $\theta = 290^\circ$

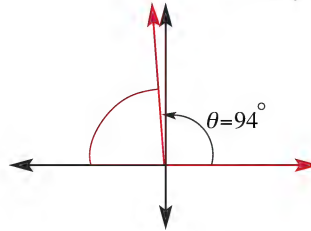
شیکار

ب کۆتالا گۆشه‌ی $\theta = 245^\circ$ له‌ چاریگی دووهم دایه‌ به‌شی سالی‌ب له‌ ته‌وه‌ره‌ی سینی به‌کاربه‌یینه‌.

ا کۆتالا گۆشه‌ی $\theta = 94^\circ$ له‌ چاریگی دووهم دایه‌. به‌شی سالی‌ب له‌ ته‌وه‌ره‌ی سینی به‌کاربه‌یینه‌.

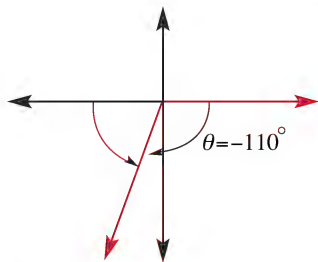


پێوانه‌ی گۆشه‌ی گه‌رانه‌وه‌ $180^\circ - 245^\circ = 65^\circ$



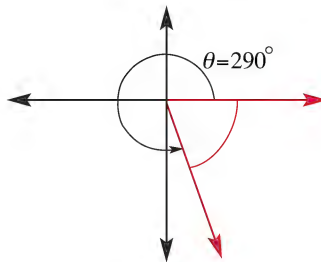
پێوانه‌ی گۆشه‌ی گه‌رانه‌وه‌ $180^\circ - 94^\circ = 86^\circ$

د كۆتالا گۆشە $\theta = -110^\circ$ دەكەوئتە چارېگى سېيەم بەشى سالىب لە تەوهرەى سىنى بەكاربھيئە.



پيوانەى گۆشەى گەرانەو $|180^\circ - 110^\circ| = 70^\circ$

ج كۆتالا گۆشەى $\theta = 290^\circ$ دەكەوئتە چارېگى چوارەم. بەشى مەجبە لە تەوهرەى سىنى بەكاربھيئە.



پيوانەى گۆشەى گەرانەو $|360^\circ - 290^\circ| = 70^\circ$

هەولبەدە گۆشەى گەرانەو چەندە بۆ گۆشەى $\theta = 315^\circ$ و گۆشەى $\theta = -235^\circ$ لەبارى پيوانەىيەد؟

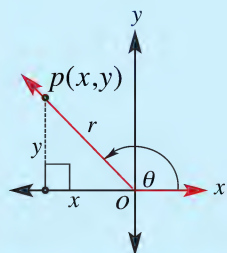
ژمارەى ئەو گۆشانەى دەكەونە نيوان 0° و 360° چەندە كە لە هەمان گۆشەى گەرانەو دە بەشدارى دەكەن.

ئەگەر واتدانا كە x و y پۇتانى خاڵىكەن لەسەر كۆتالا گۆشەىك لەبارى پيوانەىيەى. ئەوا لە توانات دەبىت نيشانەى هەر پيژدەىكى سىگۆشەىيە كە دەگەرپتەو بۆ گۆشەىك ديارىبەكەيت.

پيژدە سىگۆشەىيەكانى گۆشە θ

ئەگەر $P(x, y)$ خاڵىكە بىت لە سەر كۆتالا گۆشەى θ لەبارى پيوانەىيەد.

ئەوا دوورى نيوان P و خاڵى بنەپەت لەپوتەختى پۇتاندا دەكاتە:

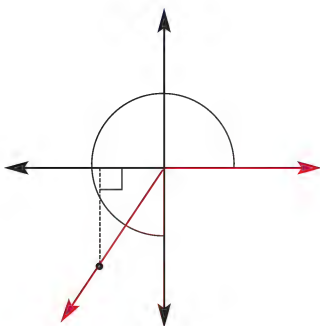


$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$x \neq 0 \quad \tan \theta = \frac{y}{x} \quad \cos \theta = \frac{x}{r} \quad \sin \theta = \frac{y}{r}$$

خاڵى $P(-2, -3)$ دەكەوئتە سەر كۆتالا گۆشەى θ لەبارى پيوانەىيەى. هەژمىرى پيژدە سىگۆشەىيەكانى بكە

شىكار



$$y = -3 \quad x = -2 \quad \text{ويئەيهكى بۆ بكيشە}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-2)^2 + (-3)^2} = \sqrt{13}$$

$$\cos \theta = \frac{x}{r} = \frac{-2}{\sqrt{13}} \quad \sin \theta = \frac{y}{r} = \frac{-3}{\sqrt{13}}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2}$$

هەولبەدە خاڵى $P(3, -5)$ دەكەوئتە سەر كۆتالا گۆشەى θ لەبارى پيوانەىيەى، هەژمىرى پيژدە سىگۆشەىيەكانى بكە.

نمونە

دۆزینەوێی نیشانەکانی ریژە سیگۆشییەکان لە چارێگەکانی ڕووتەختی پۆتاندا

Exploring the Sign of Trigonometric Ratios

چارێکی				ریژە سیگۆشییە
یەكەم	دووهم	سێهەم	چوارەم	
		+		$\sin \theta$
				$\cos \theta$
				$\tan \theta$

1. خستە ی بەرامبەر دروستبکە و تەواوی بکە و نیشانە ی هەر ریژەیهکی سیگۆشیی بۆ گۆشە ی θ دیاریبکە لە باری پێوانەیییدا. بەپێی ئەو چارێگە ی کۆتالا دەکەوێتە ناویەوه.

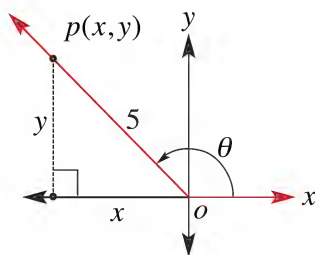
2. کۆتالا گۆشە ی θ دەکەوێتە کام چارێگەوه، ئەگەر $\sin \theta = -\frac{2}{7}$ ؟ $\cos \theta = -\frac{2}{7}$ ؟ $\tan \theta = -\frac{1}{5}$ ؟ هەموو وەلامەکانی کە لە توانادایە باسبکە.

3. ئایا r (ژێ) کار دەکاتە سەر نیشانە ی هەریەک لە ریژە سیگۆشییەکان؟ هۆی وەلامەکە ت ڕوونبکەوه.

4. کام لە دوو گۆڕاوی x یان y نیشانە ی $\sin \theta$ ، $\cos \theta$ ، $\tan \theta$ دیاریدەکەن؟

✓ خالی چاودیژی

ئەگەر زانیت کۆتالا گۆشە ی θ لە باری پێوانەیییدا دەکەوێتە کام چارێگەوه و بەهای ریژەیهک لە سی ریژە سیگۆشەکان ت زانی. دەتوانیت هەژمێری دوو ریژەکە ی ت بکەیت.



$\sin \theta$ ، $\tan \theta$ هەژماریکە ئەگەر بزانی گۆشە ی θ لە باری پێوانەیییدا و کۆتالاکە ی دەکەوێتە چارەگی دووهم $\cos \theta = -\frac{3}{5}$.

شیکار

وێنەکە بکێشە و هەژمێری پۆتانی خالی P بکە لەبەرئەوه ی $\cos \theta = -\frac{3}{5} < 0$ ئەوا x سالبە کەواتە $x = -3$ و $r = 5$ بۆ هەژمێرکردنی y بیردۆزی فیثاگۆرس بەکاربهێنە.

$$5^2 = (-3)^2 + y^2$$

$$y^2 = 25 - 9 = 16$$

$$y = \pm\sqrt{16} = \pm 4$$

$P(x, y)$ دەکەوێتە چارەگی دووهم

$$y > 0$$

$$y = 4$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{4}{-3} = -\frac{4}{3}$$

$$\sin \theta = \frac{y}{r} = \frac{4}{5}$$

هەولبە $\cos \theta$ و $\tan \theta$ هەژمێریکە ئەگەر بزانی گۆشە ی θ لەباری پێوانەیییدا و کۆتالاکە ی دەکەوێتە چارەگی سێهەم و $\sin \theta = -\frac{4}{5}$.

ئەگەر کۆتالاکە ی گۆشە ی θ لەباری پێوانەیییدا لەگەڵ تەوهری صادی ($x = 0$) جووت بێت ئەوا $\tan \theta$ پێناسە نەکراوه.

هەژمێری ریژە سیگۆشییەکانی گۆشە ی $\theta = 90^\circ$ بکە.

✓ خالی چاودیژی

راھێنان

بەردەوامبوون لە بیرکاریدا

1 جیاوازی چیبە لەنیوان گۆشەکانی سیگۆشی وەستاو و گۆشەکانی خولانەوه؟

جیبہ جیکردن

2. ئەو جیاوازییانەى ھەيە لە نێوان پێژە سیگۆشەییەکانى گۆشەيەك و پێژە سیگۆشەییەکانى گۆشەى گەرانهوەكەى چيیە؟ ھۆيەکانى ئەم جیاوازییانە چيیە؟
3. ئایا پێويستیت بە زانینى پێوانەى گۆشەيەك ھەيە بۆ ئەوھى ھەژمیری پێژە سیگۆشەییەکانى بکەیت؟ ھۆى وەلامەكەت پرونبکەو.

راھینانى ئاراستە کراو

4. **فرۆکەوانى** پەروانە گەرەكەى فرۆکەى ھەلیکۆپتەرێك 430 خول لە خولێكدا دەخولیتەو. خالێك لەسەر پەروانەى ئەو فرۆکەيە لە چرکەيەكدا چەند پلە دەخولیتەو.
5. گۆشەى گەرانهوە بۆ ھەريەك لەم گۆشانە 93° ، 280° ، -36° دیاریکە.
6. خالى $P(3, -2)$ دەرکەوێتە سەر کۆتالای گۆشەى θ لەبارى پێوانەيیدا. ھەژمیری پێژە سیگۆشەییەکانى ئەو گۆشەيە بکە.
7. ھەژمیری $\cos \theta$ و $\tan \theta$ بکە ئەگەر بزانی گۆشەى θ لەبارى پێوانەيیدا. و کۆتالاکەى دەرکەوێتە چاریگی سییەم و $\sin \theta = -\frac{12}{13}$

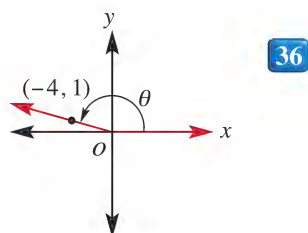
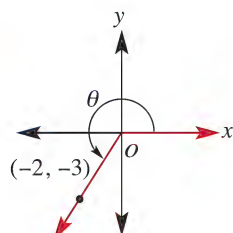
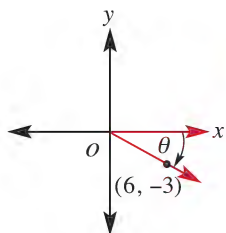


راھینان و جیبە جیکردن

ھەر گۆشەيەك لەبارى پێوانەيى بکێشە.

11	-130°	10	-300°	9	280°	8	115°
12	35°	13	23°	14	112°	15	160°
16	612°	17	478°	18	-135°	19	-315°
20	90°	21	-180°	22	-450°	23	-485°
24	540°	25	270°	26	225°	27	195°
28	410°	29	560°	30	-120°	31	-280°
32	-175°	33	-295°	34	-395°	35	-540°

ھەژمیری پێژە سیگۆشەییەکانى گۆشەى θ بکە.



پێژە سیگۆشەییەکانى گۆشەى θ ھەژمار بکە لە بارى پێوانەيیدا ئەگەر زانیت ئەم خالە دراوانە دەرکەونە سەر کۆتالاکانى.

39	$(3, 4)$	40	$(5, 2)$	41	$(-4, 2)$	42	$(-4, 6)$
43	$(\sqrt{3}, -3)$	44	$(2\sqrt{5}, -1)$	45	$(-4, -3)$	46	$(-1, -8)$

ئەگەر رېژىمى سىڭۇشەيى ئەو چارىگە كۆتالاكەي گۆشەكە بزانىت لەبارى پېۋانەييدا ئەوا بەھاي ھەر رېژەيەكى سىڭۇشەيى داواكراو ھەژمارىكە.

47 چارىگى يەكەم؛ $\tan \theta : \cos \theta = 0.25$ 48 چارىگى سېيەم؛ $\tan \theta : \cos \theta = -0.50$

49 چارىگى چوارەم؛ $\sin \theta : \tan \theta = -1$ 50 چارىگى يەكەم؛ $\sin \theta : \tan \theta = 2$

51 چارىگى سېيەم؛ $\cos \theta : \sin \theta = -0.50$ 52 چارىگى دووۋەم؛ $\cos \theta : \sin \theta = 0.40$

ژمارەى خولە تەواۋەكان يان ئەو بەشانەى كە گۆشەكە دەياننويىت ديارىيكە ئاراستەى خولانەۋە ديارىيكە لەگەل مىلى كاتژمىر يان بە پېچەوانەۋە.

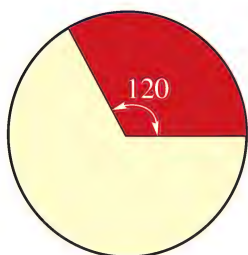
53 45° 54 90° 55 -180° 56 -270

57 450° 58 720° 59 -420° 60 -640

61 ھەژمىرى $\cos \theta$ بکە ئەگەر بزانى $\tan \theta < 0$ $\sin \theta = 0.375$

62 ھەژمىرى $\tan \theta$ بکە ئەگەر بزانى $\sin \theta < 0$ $\cos \theta = 0.809$

63 ئەگەر ئەۋەرى ئازاد تيرەكەى بچەقیتە بەشە سورەكەۋە چەندە؟



64 ئەندازە پەرۋانەى يەككە لە فرۆكەكان 900 خول لە خولەككەدا دەخولیتەۋە. خاللىك لەسەر

ئەم پەرۋانەىە لە چركەيەكەدا چەند پلە دەخولیتەۋە؟

65 دەريۋانى كاپتنەكانى پاپۆرەكان و فرۆكەكان يەكەيەكى درىژى بەكاردەھيىنن كە پىي دەللىن

(مىلى دەريايى) بۇ پېۋانەى دوورەكە. مىلى دەريايى بەنزيكەي يەكسانە بە درىژى كەۋانەيەك

لەسەر گۆى زەۋى كە ديارىكرايىت بە چەقە گۆشەيەك كە پېۋانەكەى يەك خولەك بىت (ھەر 60

خولەك يەكسانە بە يەك پلە) تيرەى زەۋى لەھىلى كەمەربەند 12756 km كەم بەنزيكەي.

ا چۆۋەى زەۋى ھەژمىرىكە لە ھىلى كەمەربەند.

ب چەند خولەك يەكسانە بە چۆۋەى زەۋى؟

ج چەند كىلومەتر يەكسانە بە مىلى دەريايى؟

بەرەنگارى

بەستەۋە

جېيەجىكرىن

رواين بۆدواۋە

66 $x^2 - 8 = 188$ شىكارىكە.

67 چەند رېگا ھەيە بۇ ھەلېژاردنى 4 كەس لە 10 كەس؟

رواين بۆپېشەۋە

رېژە سگۆشەيەكانى گۆشەى θ لە بارى پېۋانەييدا ھەژمار بکە، ئەگەر بزانى ئەم خالە دراۋانە دەكەۋنە سەر لای كۆتايى گۆشەكە.

68 $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 69 $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ 70 $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$



نامانجەكان

- پيوانەى شەستى دەگۆرپ بۇ پيوانەى بازىنەى و بە پيچەوانەشەو
- دريژى كەوانەىەك لەسەر بازىنە ھەژماردەكات.

بۆچى

پيوانەى بازىنەى بەكاردينىت بۇ باسكردنى رۆوداوە خولىيەكان وەك شەپۆلەكانى بۆملەرزە و گۆرانكارىيەكانى كەش و ھەوا و جولاڻەوەى بازىنەى تەنەكان وەك مانگە دەستكردەكان

بازىنەى يەكە

ئەو مانگە دەستكردەى كە كەش و ھەوا دەستنيشانەكات لەبەرزى 35 750 كەم بەنزيكەى لە گۆى زەويە دەسورپتەو. ئايا خيڤايى ھيلى **Linear Speed** مانگەكە چەندە؟ ئەگەر ھەر 24 كاترەم جارێك بەدەورى زەويدا بسورپتەو گۆشەخيڤايەكەى چەندە؟ لەپۆلەكانى پيشوودا فيربوويت كە گۆشەكان بە پلە بپيويت بەلام لەم وانەيدا پيوانەىەكى نوێ فيربوويت بۇ پيوانى گۆشە پي دەوتریت پيوانەى بازىنەى كە يەكەى پيوانەكەى برىتيە لە رادىان. بەلام سىستىمى پيوانە بە پلە پي دەوتریت پيوانەى شەستى.

چالاكى

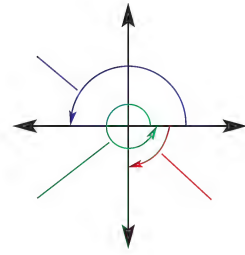
Exploring Radian Ratio

دۆزىنەوەى ريزەى بازىنەى

پيويستىت بە شريتكي سەنتيمەترى و چەند قووتويەكى لولەكى ھەيە.

1. تيرەى بنكەى ژمارەيەك لەو قووتوانە كە پيوانەكانيان جياوازە بپيوە و چپووە ھەر يەككيان بپيوە. ئەم ئەنجامانەى دەستكەوتووە لە خشتەيەك دابنى.
2. ھەژمىرى ريزەى چپووە بۇ تيرەى بنكەى ھەر قووتويەك بكە و ئەوانە لە خشتەكەدا بنووسە.
3. بەھاكانى ھەموو ئەو ريزانە نزيكەبنەو لە بەھايەك كە ژمارەيەكى بەناوبانگە و دەيزانين. ئەو ژمارەيە چپيە؟

✓ خالى چاودىرى



چيۋەى بازىنە $2\pi r =$ ، لەبەر ئەۋەى نيوەتيرەى بازىنەى يەكە يەك
يەكەيە ئەۋا چيۋەى بازىنەكە 2π .

پادىان (گۆشەى نيوەتيرەى) بەۋە پىناسە دەرگىت كە پىۋانەى چەقە
گۆشەيەكە لە بازىنەيەك نيوەتيرەكەى r و كەۋانەيەك دەرگىيەكەى
 r ديارىدەكات ئەگەر بازىنەى يەكەت بەكارهين. ئەۋا گۆشەى
نيوەتيرەى پىۋانەى چەقە گۆشەيەك لە بازىنەيەكەى يەكەيەدا
كەۋانەيەك ديارىدەكات كە دەرگىيەكەى 1 بىت. لەم پىناسەيەۋە
ئەۋەمان دەستدەكەۋىت كە پىۋانەى بازىنەى بۆ گۆشەيەكەى ۋەستائە
دەكاتە چارىگى چيۋەى بازىنەى يەكە. كەۋاتە $\frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$ گۆشە
نيوەتيرەيە، و پىۋانەى گۆشەيەكەى خول تەۋاۋ دەكاتە 2π گۆشە
نيوەتيرەى بەۋاتايەكى تر:
يەك گۆشەى نيوەتيرەى $\frac{1}{2\pi} \times 360^\circ \approx 57^\circ$

گۆرىنى پىۋانە گۆشەيەك

لەپلەك بۆ گۆشەى نيوەتيرەى لە گۆشەى نيوەتيرەى بۆ پلەك

لە $\frac{180}{\pi}$ ى بدە لە $\frac{\pi}{180}$ ى بدە

نمونە 1

ئەمانە بگۆرە لە پلەۋە بۆ گۆشەى نيوەتيرەى يان لە گۆشەى نيوەتيرەى بۆ پلە.

ب 3π گۆشەى نيوەتيرەى 40°

شيكار

ب $3\pi \times \frac{180^\circ}{\pi} = 540^\circ$ ا $40^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{2\pi}{9}$

هەولبەدە

-120° بگۆرە بۆ گۆشەى نيوەتيرەى و $-\frac{2}{3}\pi$ بگۆرە بۆ پلەك.

گۆشەيەك پىۋانەكەى 1. پىۋانەكەى بەگۆشەى نيوەتيرەى چەندە؟

خالى جاۋدېرى ✓

نمونە 2

هەژمىرى ئەم رېژە سىگۇشايانە بكة.

ا $\sin \frac{\pi}{3}$ ب $\cos \frac{3\pi}{4}$ ج $\tan \frac{4\pi}{3}$

شيكار

دەستبەكە بە گۆرپىن لە گۆشەى نيوەتيرەيەۋە بۆ پلەك پاشان هەژمارى رېژە سىگۇشايەكان بكة.

ا $\frac{\pi}{3} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 60^\circ$ ب $\frac{3\pi}{4} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 135^\circ$ ج $\frac{4\pi}{3} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 240^\circ$

$\sin \frac{\pi}{3} = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\cos \frac{3\pi}{4} = \cos 135^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\tan \frac{4\pi}{3} = \tan 240^\circ = \sqrt{3}$

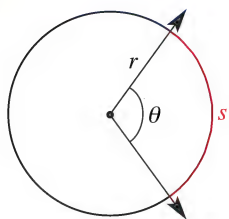
هەولبەدە

ئەمانە هەژمىرىكە: $\sin \frac{3\pi}{2}$, $\cos \frac{2\pi}{3}$, $\tan \frac{5\pi}{4}$

گۆشە تايىبەتتەيەكان ئەم گۆشانەن $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$.

بازىنەيەكە يەكە بكيۋەشە و گۆشە تايىبەتتەيەكانى لەسەر بكيۋەشە، پىۋانەى هەريەككىيان بنوسە
بەگۆشەى نيوەتيرەى.

خالى جاۋدېرى ✓



شیوهی بهرامبەر بازنهیهك ڕووندهكاتهوه كه نیوهتیرهكهی r و پێوانهی چهقه گۆشهكهی θ گۆشه نیوهتیرهیه. دهتوانیت هاوڕێژه بهكاربهێنیت بۆ دۆزینهوهی ڕیسایهك بۆ ههژمیارکردنی دریژی کهوانهكهی s . كه چهقه گۆشهكه دیاریدهكات:

پێوانهی θ بهگۆشهی نیوهتیره ← $s = r\theta$ → دریژی کهوانهكه
پێوانهی بازنهكه بهگۆشهی نیوهتیره $\frac{s}{2\pi r} = \frac{\theta}{2\pi}$ چۆوهی بازنه

Arc Length دریژی کهوانه

بۆ ههژمیارکردنی دریژی کهوانهیهك s كه چهقی گۆشهیهك دیاریکردوه پێوانهكهی θ گۆشهی نیوهتیرهیه له بازنهیهك كه نیوهتیرهكهی r . ئهم ڕیسایه بهكاربهێنه. $s = r\theta$

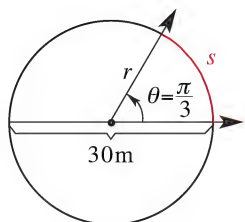
ئایا دهتوانیت ئهو پێناسهیهی بۆ گۆشهی نیوهتیرهیی (رادیان) ت کردوه لهوانهی یهكهم لێکبدتهوه؟

سهرهنجیکی رهخنهگرانه

ههژمیری دریژی ئهو کهوانه بکه كه چهقه گۆشهیهك دیاریکردوه پێوانهكهی $\frac{\pi}{4}$ گۆشهی نیوهتیرهیه له بازنهیهكدا كه تیرهكهی 30m بێت

3 نوونه

شیکار



لهبهر ئهوهی تیره ی بارنهكه 30 m ئهوا.
نیوهتیرهكهی یهكسانه به 15.

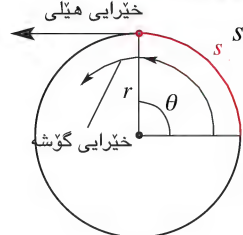
$$s = r\theta = 15 \times \frac{\pi}{3} = 5\pi$$

کهواته دریژی کهوانهكه 5π m یان 15.7m بهنزیکهیی.

ههژماری دریژی ئهو کهوانهیه بکه كه ئهو چهقهگۆشهیه دیاریدهكات كه پێوانهكهی 0.6 گۆشهی نیوهتیرهیه له بازنهیهك نیوه تیرهكهی 1.25m.

ههولبده

کاتیك تهنيك به خیرایهکی نهگۆر له پڕپهویکی بازنه ی كه نیوهتیرهكهی r دهجولیت ئهوا خیرایی هێلی **Linear Speed** بۆ ئهو تهنه دهکاته ڕێژهی دریژی کهوانهیهك s كه تهنهكه دهیبریت بۆ کات t واته $\frac{s}{t}$ یان $\frac{r\theta}{t}$ کاتیك θ گۆشه ی خولانهوهی تهنهكه دهنوینیت به گۆشه ی نیوهتیرهیی.
(گۆشه خیرایی) (السرعه الزاویه) بۆ تهنيك بریتییه له ڕێژه ی پێوانه گۆشه ی خولانهوهكه ی θ بهگۆشه ی نیوهتیرهیی بۆ کات t واته $\frac{\theta}{t}$.

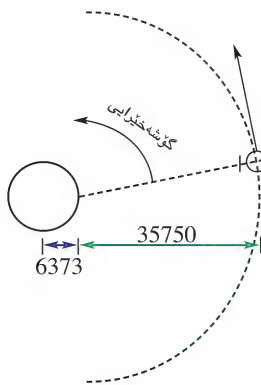


به گه پانه وه بۆ پرسپاری باسکراو له وانه ی به کهم. هه ژمیری خیرایی هیلی (السرعه الخطیه) وگۆشه خیرایی بۆ مانگیکی دهستکرد بکه ئه گهر بزانی نیوه تیره که ی به کسانه به 6 373 کم به نزیکه یی.

شیکار

دهستبه که به دۆزینه وه ی نیوه تیره ی مانگه دهستکرده که.

کەش ناسی



$$\begin{aligned} \text{نیوه تیره ی مانگی دهستکرد} &= \text{نیوه تیره ی زهوی} + \text{به رزی مانگه که} \\ 42\ 123 &= 6\ 373 + 35\ 750 \end{aligned}$$

خیرایی هیلی بۆ مانگه که کاتی که هه لدهستیت به خولیکی ته و او (2π گۆشه نیوه تیره یی) له 24 کاتژمیر خیرایی هیلی

$$\frac{r\theta}{t} = \frac{42123 \times 2\pi}{24} \approx 11028$$

که واته خیرایی هیلی مانگه دهستکرده که هیلیه 11 208 km / کاتژمیر به نزیکه یی.

ئێستا هه ژماری گۆشه خیرایی بۆ مانگه دهستکرده که بکه به به کاره یانی پرسی $\frac{\theta}{t}$.

$$\frac{\theta}{t} = \frac{2\pi}{24} = \frac{\pi}{12}$$

که واته گۆشه خیرایی مانگه دهستکرده که $\frac{\pi}{12}$ گۆشه ی نیوه تیره یی به له کاتژمیری که.

هه ولبده هه ژمیری خیرایی هیلی و گۆشه خیرایی بکه بۆ که سیک له سه ر زهوی که 6373 کلم دووره له چه که وه.

راهیانان

به رده وامبوون له بیر کاریدا

- 1 پێوانه ی بازنه یی بۆ گۆشه چیه؟ به چی جیاوازه له پێوانه ی شهستیه که ی؟
- 2 چۆن گۆرانکاری ده که یته له گۆشه ی نیوه تیره یی بۆ پله و به پێچه وانه شه وه؟
- 3 چۆن درێژی که وانه یه که سنوور دراوه به چه که گۆشه له بازنه یه که ده گۆریت ئه گه ر نیوه تیره ی بازنه که چه ندجاره بکریته؟
- 4 خیرایی هیلی و گۆشه خیرایی بۆ ته نیک که له سه ر پێره ویک جیاوازی چیه؟ و جیاوازی چیه له نیوانیاندا؟

راهیانانی ئاراسته کراو

نه مانه بگۆره له پله بۆ گۆشه ی نیوه تیره یی یان به پێچه وانه شه.

$$120^\circ \quad 6 \quad \frac{\pi}{4} \text{ گۆشه ی نیوه تیره}$$

هه ژمیری هه ریه که له م رێژه سیکۆشه ییانه بکه.

$$\tan \frac{5\pi}{3} \quad 9 \quad \cos \frac{5\pi}{4} \quad 8 \quad \sin \frac{2\pi}{3} \quad 7$$



10 ههژمپری درپژى ئه و كه وانه يه بكه كه چهقه گۆشه يه ك دياريدى كه پيوانه كى $\frac{4\pi}{3}$ له بازنه يه كدا تيره كى 90cm بپت.

11 **بوخوشى** تيره ي چيشخانه يه كى خولا وه له لوتكه ي تاوهرى كدا يه 60 مهتره و ئهم چيشخانه يه سورپكى ته و او دهخولنه وه به 58 خوله ك. خپرايى هيلى و گۆشه خپرايى پياويك كه دانيشتوه له نزيك په نجه ره يه ك له په نجه ره كانى چيشخانه كه بدوزه وه.

راهبينان و جيبه جيكردن

ئهمانه بگۆره له پيوانه ي شهستى بو پيوانه ي بازنه ي.

12	180°	13	90°	14	360°	15	270°
16	-30°	17	-120°	18	-240°	19	-240°
20	720°	21	930°	22	80°	23	160°

ئهمانه بگۆره له گۆشه ي نيوه تيره يى بو پله. وه لامه كه ت نزيك كه وه بو نزيكترين بهش له سه د له پله.

24	2π	25	π	26	$\frac{\pi}{2}$	27	$\frac{\pi}{4}$
28	$\frac{\pi}{3}$	29	$\frac{\pi}{6}$	30	$-\frac{\pi}{2}$	31	$-\frac{\pi}{4}$
32	-3.91	33	-9.799	34	9.27	35	4.96

ههژمارى ههريه ك له م رپژه سيگۆشه ييانه بكه .

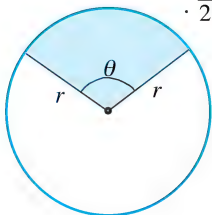
36	$\sin \pi$	37	$\cos \pi$	38	$\cos \frac{\pi}{3}$	39	$\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)$
40	$\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$	41	$\cos\left(-\frac{5\pi}{3}\right)$	42	$\tan \pi$	43	$\tan \frac{\pi}{4}$
44	$\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$	45	$\cos\left(-\frac{7\pi}{4}\right)$	46	$\sin\left(\frac{11\pi}{2}\right)$	47	$\cos 5\pi$

ههژمپرى درپژى ئه و كه وانه يه بكه كه ههريه ك له م چهقه گۆشانه له بازنه يه كدان كه نيوه تيره كى 10 مهتره

48	3.8 گۆشه ي نيوه تيره يى	49	2.4 گۆشه ي نيوه تيره يى	50	45 گۆشه ي نيوه تيره يى
51	72 گۆشه ي نيوه تيره يى	52	4.28 گۆشه ي نيوه تيره يى	53	0.67 گۆشه ي نيوه تيره يى
54	$\frac{\pi}{3}$ گۆشه ي نيوه تيره يى	55	$\frac{2\pi}{3}$ گۆشه ي نيوه تيره يى	56	$\frac{\pi}{4}$ گۆشه ي نيوه تيره يى
57	$\frac{\pi}{2}$ گۆشه ي نيوه تيره يى	58	$\frac{7\pi}{4}$ گۆشه ي نيوه تيره يى	59	$\frac{7\pi}{6}$ گۆشه ي نيوه تيره يى

ئهندازه رووبه رى كه رته بازنه يه ي كه ديارى كراوه به چهقه گۆشه يه ك كه پيوانه كى θ گۆشه نيوه تيره يه به شيكه له به هاى πr^2 له رووبه رى بازنه ك $\frac{\theta}{2\pi}$.

$$A = \frac{\theta}{2\pi} \times \pi r^2 = \frac{\theta r^2}{2}$$



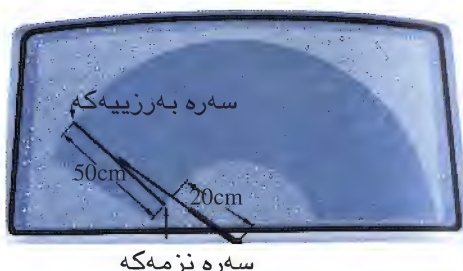
60 ههژمپرى رووبه رى كه رته بازنه يه ك بكه كه ديارى كراوه به چهقه گۆشه يه ك پيوانه كى $\frac{7\pi}{6}$ له بازنه يه كدا نيوه تيره كى 20 بپت.

61 ههژمپرى پيوانه ي چهقه گۆشه يه ك بكه له بازنه يه كدا نيوه تيره كى 12 cm بپت ئه گه ر بزاني رووبه رى كه رته بازنه يه يه كى گۆشه كى ديارى كراوه ده كاته 55.5 cm^2 .

ئهندازه فلجه ي شوشه ي ئوتومبيليك دهخولته وه

به گۆشه يه ك پيوانه كى $\frac{3\pi}{4}$ گۆشه ي نيوه تيره يى بپت له هه ر 0.9 له چركه دا.

62 ههژمپرى ئه و دوور يه بكه كه خاليك له سه ر كو تا يى به رزيه يه كى و خاليك له سه ر كو تا يى نزميه كى ده بپرت، كاتي ك فلجه كه دهخولته وه به $\frac{3\pi}{4}$ گۆشه ي نيوه تيره يى.



بهستنه وه

جيبه جيكردن

63 خىرايى ھېلى بۇ ھەرىكەتتە دوو خالەكەي پېشوو بە سانتىمەتر لە چركەيەكدا ھەژمىرەكە،

ھەژمىرى ئەو دوو خىرايىيە بە كىلۆمەتر لە كاترۇمىرەكدا بىكە.

تەكنەلۇجىا خوينەرى پەپكە پەستىنراوكان پەپكەكە

دەسووپىننەتەو بە گۆشە خىرايىيەكى نەگۆر، بەلام خىرايى ھېلى بۇ

خالىك لەسەر پەپكەكە دەگۆرپت بە پىي نيوەتيرەي ئەو بازەنەيەي

كە خالەكەي لەسەرە. وا دابنى كە پىدراوكان نوسراون لە سەر

پەپكىك لە ناو بازەنەيەك كەتيرەكەي 6 cm بىت.



64 خىرايى ھېلى بۇ خالىك ھەژمىرەكە كە

دەكەوئتە سەر لاي ئەو بازەنەي كە

زانباريەكەي تىدايە. ئەگەر بزاني كە

پەپكەكە دەسووپىنەتەو لە كاتى خويندەنەو

ئەو خالە بە 200 خول لە خولەكەكدا:

65 خىرايى ھېلى بۇ خالىك ھەژمىرەكە كە

دەكەوئتە دوورى 2cm لە لاي دەرەو

بازەنەك كە زانباريەكەي تىدايە، ئەگەر بزاني

پەپكەكە دەخولتەو لە كاتى خويندەنەو ئەو

خالە بە 240 خول لە خولەكەكدا.

پېشبركىي ئۆتۆمبىلەكان لە گۆرەپانىكى بازەنىي پېشبركىيەك دەكەن كە نيوەتيرەكەي 300m ە.

يەككە لە ئۆتۆمبىلەكان كەوانەيەكى برى كە پىوانەي چەقە گۆشەكەي 120° لە 17.5 چركەدا.

66 خىرايى ھېلى ئەو ئۆتۆمبىلە بە مەتر لە چركەدا ھەژمار بىكە

67 گۆشەخىرايى بۇ ئەو ئۆتۆمبىلە بە گۆشەي نيوەتيرەي لە چركەدا ھەژمار بىكە.

رواين بۇدواو

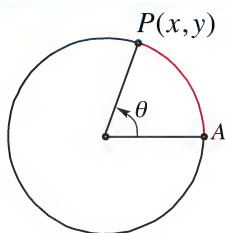
ھەر لاسەنگەيەك شىكارىكە. كۆمەلەي شىكارەكە لەسەر تەوەرى ژمارەكان بنوئتە.

$$|3x+5| < 4 \quad 70 \quad |2-x| > 1 \quad 69 \quad |x-4| \leq -2 \quad 68$$

ھەرىكە لەم ھاوكىشە پىژەپىانە شىكارىكە. و پاسادانى شىكارەكە بىكە بەھەر رىگايەك بىت.

$$\frac{y}{y-4} - \frac{y}{y+2} = \frac{5}{y^2-2y-8} \quad 72 \quad \frac{x-3}{x+5} = \frac{x}{2+1} \quad 71$$

رواين بۇپېشەو



$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta \quad 73$$

هاونئەنجامە سىڭۇشەيە بنەرەتتەكان Fundamental Trigonometric Identities



وانەى
4

نامانجەكان

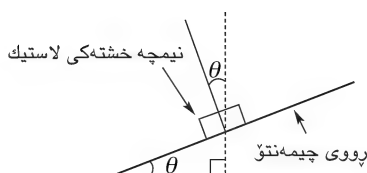
- هاونئەنجامە سىڭۇشەيە بنەرەتتەكان دەسەلمىنى.
- هاونئەنجامە سىڭۇشەيە بنەرەتتەكان بۇ كوركتەنەوۋى برە سىڭۇشەيەكان بەكاردىننىت.

بۇچى

دەتوانىت هاونئەنجامە سىڭۇشەيە بنەرەتتەكان بەكاربەننىت بۇ نوسىنەوۋى برىكى سىڭۇشەيە بەپىي يەك لە رىژە سىڭۇشەيەكان، كە ئەمە بارمەتتە دەدات بۇ شىكارى ژمارەيەكى زۇر لە پرسىارەكان لە ژيانى رۇژانەدا وەك ديارىكردى گۇشەى خزان، كەوا لە نىمچە خستەكىكى لاسىك دەكات كە دائراوۋە لەسەر روويەكى چىمەنتوۋ دەست بەخزاندىن بكات.

لاكىشە تەرىپىكى لاسىك دائرا لەسەر روويەكى چىمەنتوۋى. كە دەتوانىر يەككە لە لاكانى بە ھىواشى بەرزكرىتەوۋە. گۇشەى چەمانەوۋە دەپىتە چەند كاتىك لاكىشە تەرىپەكە دەستدەكات بە خزان؟ زاناكان ئەم گۇشەيان بەكارھىناوۋە بۇ دۇزىنەوۋە ھاوكۆلكەى لىكخشاندىن μ_s Coefficient of Static Friction كەنەگۆرە m لە نىوان لاسىك و چىمەنتوۋىكەدا. ئەو ھاوكۆلكە دەكاتە 1.4.

ئەوۋى لە خزاندىن لاكىشە تەرىپەكە رىگرى دەكات ھىزىكە برىتتە لە برى $\mu_s mg \cos \theta$ كە ھىماى m ھاوكۆلكەى لىك خشاندىن، g بارستايى نىمچە شەشپالوۋەكە μ_s خىرايى پراكىشانە بەلام ئەو ھىزەى پالانەرى خزاندىنەكەيە بەبرى $mg \sin \theta$ دەرەبرى و كاتىك دوو ھىزەكە يەكسان بن ئەوا. ئەوا $4mg \cos \theta = mg \sin \theta$ ئەم ھاوكىشەيە بۇ ھەژمارى گۇشە θ بەكاربەننىتە كە پىي دەوترىت گۇشەى خزان.

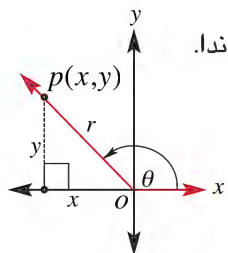


جىبەجىكرەنەكان فىزىيا

هاوئەنجامە سىڭۇشەيىھەكان **Trigonometric Identities** ئەو ھاوكىشانەن كە بەرپاستى دەمىنەيتەو ھەرچەندە گۇرپانكارى لە بەھايەكانى گۇرپاۋەكانياندا بىرئىت، لەبىرت بىت كە پۇتانى خالىك لەسەر كۇتالاكەى گۇشەى θ لەبارى پۇوانەيىدا رىگا دەدات بە ھەژماركردنى رىژەى سىڭۇشەيەكانى ئەو گۇشەى ۋەك خوارەو:

$$x \neq 0, \tan \theta = \frac{y}{x}, \cos \theta = \frac{x}{r}, \sin \theta = \frac{y}{r}$$

كاتىك r دوورى پۇتانى خالەكەيە لە خالى بنەرەت بىت لە پروتەختى پۇتاندا.



$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

شىكار

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\frac{y}{r}}{\frac{x}{r}} = \frac{y}{x} = \tan \theta$$

دەتوانىت ھاوئەنجامەكانى تر بەھەمان رىگا بسەلمىنى يان بە بەكارھىننى سەلمىنراوى فىثاغۇرس

نمونە 1

هاوئەنجامە سىڭۇشەيىھە بنەرەتتەيەكان **Fundamental Trigonometric Identities**

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$$

$$\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

ئەم ھاوئەنجامە بسەلمىنە $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$.

شىكار

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = \left(\frac{y}{r}\right)^2 + \left(\frac{x}{r}\right)^2 = \frac{y^2 + x^2}{r^2} = \frac{r^2}{r^2} = 1$$

نمونە 2

ھەولبە ئەم ھاوئەنجامە بسەلمىنە: $\tan^2 \theta + 1 = \frac{1}{\cos^2 \theta}$ دەتوانىت ھاوئەنجامە سىڭۇشەيىھەكان بۇ سادەكردنەوئى برە سىڭۇشەيىھەكان بەكاربھىنى و بەپىي يەك رىژەى سىڭۇشەيى بىانوسى.

ئەم برە $\frac{\sin^2 \theta}{1 - \cos \theta}$ بەپىي يەك رىژەى سىڭۇشەيى بنوسە .

شىكار

$$\frac{\sin^2 \theta}{1 - \cos \theta} = \frac{1 - \cos^2 \theta}{1 - \cos \theta} = \frac{(1 - \cos \theta)(1 + \cos \theta)}{1 - \cos \theta} = 1 + \cos \theta$$

نمونە 3

ھەولبە ئەم برە $\frac{\cos^2 \theta}{1 - \sin \theta}$ بەپىي يەك لە رىژە سىڭۇشەيىھەكان بنوسە .



نمونە

بەگەپانەوہ بۆ پرسیارەکەى سەرەتای وانەکە، یەكسانبوونی
 $mg \sin \theta = \mu_s mg \cos \theta$ بەکاربەینە بۆ دیاریکردنی
 گۆشەى خزانەن لە ھەر باریکدا.

ا خزانى لاستىك لەسەر چیمەنتۆ، $\mu_s = 1.4$

ب خزانى شووشە لەسەر کانزایەكى چەورەکراو $\mu_s = 0.25$.

شىکار

ب $mg \sin \theta = \mu_s mg \cos \theta$

$mg \sin \theta = 0.25 mg \cos \theta$

$\sin \theta = 0.25 \cos \theta$

$\tan \theta = 0.25$

$\theta \approx 14.0^\circ$

ا $mg \sin \theta = \mu_s mg \cos \theta$

$mg \sin \theta = 1.4 mg \cos \theta$

$\sin \theta = 1.4 \cos \theta$

$\tan \theta = 1.4$

$\theta \approx 54.5^\circ$

راھبەنان

بەردەوامبوون لە بیرکاریدا

1 ئەو پەيوەندىيە چييه كه \sin و \cos و \tan بەیەكەوہ دەبەستیت؟

2 ئەو پەيوەندىيە چييه كه نيوان ھاوئەنجامى $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ و سەلمبەنراوى فيثاگۆرس ھەيە؟

راھبەنانى ئاراستە کراو

3 ئەم ھاوئەنجامە بسەلمبەن $\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$.

4 ئەم برە $\frac{\cos^2 \theta}{1 + \sin \theta}$ بەپێى يەك پێژەى سێگۆشەيى بنوسە.

5 بەپێى $\sin \theta$ بنوسە $\frac{1}{\tan^2 \theta}$.

6 **فيزيا** گۆشەى خزان بۆ جۆرێك لاستىك لەسەر چیمەنتۆ دیاریبکە کاتیك $\mu_s = 1.2$.

جیبەجیکردن

راھبەن و جیھە جیکردن

بەبەکارھێنانی پێناسەى رێژە سیگۆشەییەکان ئەو ھاوئەنجامانە بۆسەلمێتە.

$$\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta \quad 7 \quad \frac{1}{\sin^2 \theta} = 1 + \frac{1}{\tan^2 \theta} \quad 8$$

ئەم بۆرە سیگۆشەییانە بە پێی یەک رێژە سیگۆشەیی بنووسە.

$$\frac{\sin \theta}{\tan \theta} \quad 9 \quad \tan \theta \cos \theta \quad 10 \quad \frac{\tan \theta}{\sin \theta} \quad 11 \quad \frac{\tan \theta}{\cos \theta} \quad 12$$

ئەم بۆرە سیگۆشەییانە بە پێی $\cos \theta$ بنووسە.

$$2 \sin^2 \theta - 1 \quad 13 \quad \left(1 + \frac{1}{\sin^2 \theta}\right) \left(1 - \sin^2 \theta\right) \quad 14$$

$$\left(1 - \frac{1}{\tan^2 \theta}\right) \left(1 + \frac{1}{\tan^2 \theta}\right) \quad 15 \quad \frac{\tan \theta}{\sin \theta} \quad 16$$

ئەم بۆرە سیگۆشەییانە بە پێی $\sin \theta$ بنووسە.

$$\frac{\cos \theta}{\tan \theta} \quad 17 \quad \frac{1}{\tan^2 \theta} \quad 18$$

$$\cos^2 \theta \tan^2 \theta + \frac{1}{\sin \theta} \quad 19 \quad \tan^2 \theta \sin^2 \theta \quad 20$$

ھاوئەنجامە سیگۆشەییەکان بەکاربھێنە بۆ سەلماندنی راستی ھەریەک لەمانە.

$$\frac{\cos \theta}{\sin^2 \theta - 1} = -\frac{1}{\cos} \quad 21 \quad \frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta - 1} = -\frac{1}{\sin \theta} \quad 22$$

ھەریەک لە $\tan \theta$ و $\sin \theta$ بەپێی $\cos \theta$ بنووسە

بەستەنەود

جیھە جیکردن



فیزیا بەگەرانیوە بۆ پرسیارەکە لێک خشانندی

$$mg \sin \theta = \mu_s mg \cos \theta$$

بۆ دیاریکردنی گۆشەى خزان بۆ ھەر تەنێک

بەکاربھێنە.

$$\mu_s = 0.14 \quad 24$$

$$\mu_s = 0.4 \quad 25$$

$$\mu_s = 0.6 \quad 26$$

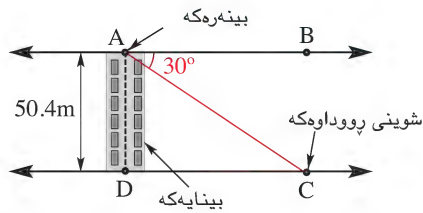
$$\mu_s = 0.25 \quad 27$$

روانين بۆ دواوه

28 ھېلكارى پونكر دنە وھىي نەخشە $y = 2(x - 3)^2 + 5$ بکېشە. پۇتانی سەرپرگە ھاوتاکە کامەيە؟

29 لە ھېلكارى بەرامبەردا گۆشە \widehat{BAC}

نزمە گۆشەيە. خالى A چاوی کەسکە لەسەر
بىنايەك وەستاوه دەروانیتە پروداویکی
ھاتوچۆ لە خالى C دا، شوینی پروداوہکە
چەند لە خالى D بنکەى بىناکەوہ دوورە؟
وہ لامەکەت بۆ نزيکتريں بەشى سەدى لەمەتر
نزيکبکەوہ.



روانين بۆ پيشەوہ

30 لە جياتى $\sin \theta$ نەزانراوى x لە ھاوکیشە $\sin^2 \theta + 2 \sin \theta - 3 = 0$ دا دابنى. ئەو
ھاوکیشە دووجايەى دەستدەکەوئیت شیکاریکە. پاشان بەھای گۆشەى θ بدۆزەرەوہ کە
پاسادانى ھاوکیشە سېگۆشەيیەکە دەکات.

چەرخى شارى يارى

لە گەرتىن يارىيە خوڭشەكانى شارى
يارى سواربۇونى چەرخە گەورەكەپەتى
كە لەوئە لە بەرزى جىاجىا سەيرى
دېمەنى شار دەكەيت بە خولانەوھى
چەرخەكە ئەو بەرزىيە دەگۆرپىت. ئەو
كەسەى يەكەم جار نمونەيەكى لەم
چەرخە دروستكرد پياوئىكى ئەمىرىكى بوو
بەناوى جۆرچ فېرىس ئەوھش بەيۇنەى
پېشانگايەكى نۆودەولەتى بوو لە شارى
شىكاگوئى ئەمىرىكا لە سالى 1893 زاپنىدا
تيرەى چەرخىك. لە يەككە لە شارەكانى
يارىدا 40 مەترە و تەورەكەى لەبەرزى
21 مەتر داپە ئەم چەرخە 40 كورسى
تايپەتى ھەلگرتووھ كە ھەريەكيان 6
كەس دەگرن چەرخەكە خولئىكى تەواو لە
440 چركەدا تەواودەكات.





چالاکى 1

نمونەيەك بۇ چەرخىكى شارى يارى لە پروتەختى پۇتاندا دروستبەكە كە تەوهرى چەرخەكە لە خالى بنەرتدا بىت. خشتەيەك بۇ بەهاكانى دوورى خالىك لە لىواری چەرخەكە لە تەوهرى سىنەكان پىكبهينە، بۇ ھەر سورپانەوھەيەكى چەرخەكە، بەبەكارھىنانى گۆشەكانى سورپانەوھە 0° ، 90° ، 180° ، 270° ، ... 810° لە پروتەختى پۇتاندا، ھەر جوتىكى رىكخراو كە پىكھاتووھ لە گۆشەي سورپانەوھ و بەرزىيەكەي بنوینە، كە گۆشەكانى تەوهرى سىنەكان بگريتەوھ خالەكان بگەيەنە بۇ كىشانی وینەيەكى روونكردنەوھىي گونجاو.

چالاکى 2

خشتەيەك دروستبەكە بۇ بەهاكانى بەرزى سورابوھەك (وای دابنى لەسەر لىواری دانىشتووھ) لە پرووى زەوييەوھ بە گۆرانی گۆشەي سورپانەوھ. گۆشە سورپانەوھى چالاکى 1 بەكاربھينە لە پروتەختى پۇتانەكەدا، ھەر جوتىكى رىكخراو لە گۆشەي سورپانەوھى بەرزى سورابوھەكە لە پروتەختى پۇتانەكەدا پىكھاتووھ بنوینە كە گۆشەكانى تەوهرى سىنەكان بگرنەوھ. خالەكان بگەيەنە بۇ كىشانی وینەيەكى روونكردنەوھىي گونجاو.

چالاکى 3

1 خشتەكەي چالاکى 2 بەكاربھينە كە چەرخەكە خولىك تەواو دەكات لە 440 چركەدا، بۇ گۆرپنى يەكەكانى تەوهرى سىنەكان لە پلەكەوھ بۇ كات بەچركە. لە پروتەختى پۇتانەكەدا ھەر جوتىكى رىكخراوھەكە لەكات بە چركە لە پروتەختى پۇتانەكەدا ھەر جوتىكى رىكخراوھەكە لەكات بە چركە و بەرزىيەكەي پىك ھاتووھ بنوینە كە گۆشەكان تەوهرى سىنەكان بگرنەوھ. خالەكان بگەيەنە بۇ كىشانی وینەيەكى روونكردنەوھىي گونجاو.

2 خىرايى ھىلى سورابوھەكە بە كىلۆمەتر لە كاتزمىرىكدا ھەژماربەكە.

پیداچونەوہی بەش

خالی P دەکەوێتە سەر بازنەپەك چەقەكەى خالی
بنەرەتە و نیوەتیرەكەى r و كۆتالاكەى گۆشەى θ بێت لە
بارى پێوانەپیداى خالی p دیاریكە.

$$r = 1 ; \theta = 60 \quad 24$$

$$r = 2 ; \theta = -30 \quad 25$$

$$r = 5 ; \theta = 240 \quad 26$$

$$r = 3 ; \theta = -240 \quad 27$$

لە پلە بۆ رادیان یان لە رادیان بۆ پلە ئەمانەى خوارەو
بگۆرە وەلامەكان بۆ نزیكترین دە لە پلە نزیكەو.

$$78^\circ \quad 28$$

$$334.61^\circ \quad 29$$

$$-230^\circ \quad 30$$

$$\frac{\pi}{7} \text{ رادیان} \quad 31$$

$$-\frac{15\pi}{16} \text{ رادیان} \quad 32$$

$$8.87 \text{ رادیان} \quad 33$$

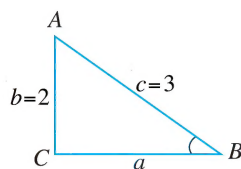
هەژمیری درێژی ئەو كەوانەپەى سنووردراوە بە
چەقەگۆشەپەك پێوانەكەى 30° یە لە بازنەپەكداكە،
كە نیوەتیرەكەى 4.5 مەترە.

هەر برێكى سیگۆشەپەى لەمانەى خوارەودا بەپێى پەكەى
رێژەى سیگۆشەپەى بنوسە.

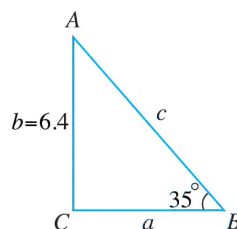
$$\tan^2 \theta \frac{1}{\cos^2 \theta} \quad 36 \quad \cos^2 \theta \tan^2 \theta \quad 35$$

$$\frac{\tan^2 \theta}{\cos^2 \theta - 1} \quad 38 \quad \frac{\cos^2 \theta}{\tan^2 \theta + 1} \quad 37$$

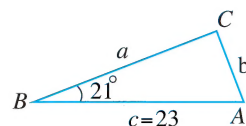
هەریەك لەم سیگۆشە وەستاوانە شیکاریكە



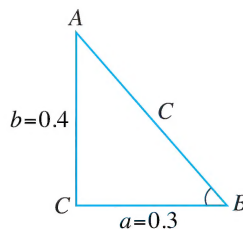
1



2



3



4

گۆشە گەرانەوہى هەریەكە لەم گۆشانە دیاریكە

$$-135^\circ \quad 7 \quad 150^\circ \quad 6 \quad 270^\circ \quad 5$$

$$440^\circ \quad 10 \quad 380^\circ \quad 9 \quad -225^\circ \quad 8$$

$$-515^\circ \quad 13 \quad 973^\circ \quad 12 \quad 1028^\circ \quad 11$$

نەم رێژە سیگۆشەپەیانە هەژماریکە.

$$\sin 315^\circ \quad 15 \quad \cos 135^\circ \quad 14$$

$$\cos 0^\circ \quad 17 \quad \tan 225^\circ \quad 16$$

$$\cos (-180^\circ) \quad 19 \quad \sin (-270^\circ) \quad 18$$

$$\cos 675^\circ \quad 21 \quad \tan (-90^\circ) \quad 20$$

$$\tan 765^\circ \quad 23 \quad \sin 600^\circ \quad 22$$



تاقىكر دىنەۋەى بەش

18 $\theta = -150^\circ$; $r = 4$

19 $\theta = 300^\circ$; $r = 8$

20 **چىا** لىژى چىايەك دەكاتە $\frac{7}{12}$ واتە تا لە چىاكە 7

مەتر بەرزىنەۋە دورى بەرامبەرەكە 12 مەترى

ئاسۋى دەبىت بەرزە گۆشەى چىاكە چەندە؟

لە پلە بۇ رادىيان بگۆرە، و بە پىچەوانە، با وەلامەكان بە تەۋاۋى بن

21 315° 22 -150° 23 495°

24 $\frac{\pi}{12}$ 25 $\frac{5\pi}{4}$ 26 $-\frac{5\pi}{3}$

27 **پىشەسانى** تىرەى پانكەيەك 12cm، بە خىراىى $33\frac{1}{3}$

لە چركەيەكدا دەخولیتەۋە خىراىى هیللى خالىك

چەندە كە 4cm لە تەۋەرى پانكەكەۋە دورە.

هەموو بەھا گونجاۋەكان بۇ گۆشەى θ ھەژمار بكة ئەگەر بزانىت $0 < \theta < 360^\circ$

28 $\sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 29 $\cos \theta = \frac{1}{2}$

30 $\tan \theta = 1$ 31 $\tan \theta = \sqrt{3}$

ھەريەك لەم بىرپانە بەپىيى يەك رېژە سىگۆشەىى بنووسە.

32 $\frac{1}{\sin \theta} - \frac{1}{\tan \theta} \times \cos \theta$

33 $\frac{1}{\cos^2 \theta} - \tan^2 \theta - \sin^2 \theta$

34 $\frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta}$

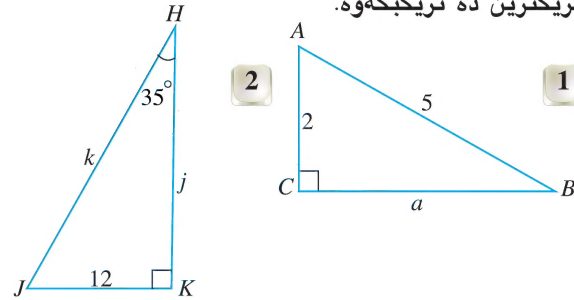
پۇتانى ھەريەك لەو خالانە ھەژمىرېكە بەسورپانەۋە بەدەۋرى خالى بنەرەت و بە گۆشە پىدراۋەكان.

35 (5.8) ; 30° 36 (-2.6) ; -60°

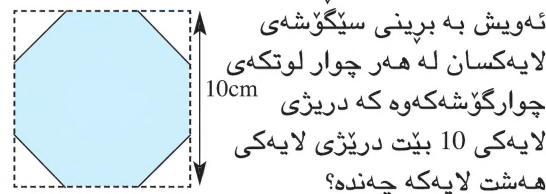
37 درىژى مىلى چركەژمىرېك 3cm . ئەو دورىيە

چەندە كە سەرەكەى لە 5 چركەدا دەبىرپت.

ھەر يەك لەم سىگۆشانە شىكارىكە. باپىۋانەى گۆشەكان نىزىكراۋەبن بۇ نىزىكتىن پلەو و پىۋانەى لاكان بۇ نىزىكتىن دە نىزىككەۋە.



3 رىنۆ ھەشت لايەكى رېكى دروستكر



ئەۋىش بە بىرىنى سىگۆشەى لايەكسان لە ھەر چوار لوتكەى چوارگۆشەكەۋە كە درىژى لايەكى 10 بىت درىژى لايەكى ھەشت لايەكە چەندە؟

بۇ ھەريەك لەم گۆشانە ئەگەر ھەبوو گۆشە گەراۋەكانيان دىاربىكە

4 137° 5 515° 6 38° 7 1729°

ھەژمارى ئەو رېژە سىگۆشەىيە داۋاكرادە بۇ گۆشەى θ بكة بەزانىنى ئەو چارىگەى كۇتالا گۆشەكەى تىكەۋتوۋە لە بارى پىۋانەيىدا و زانىنى بەھاي رېژە سىگۆشەىيە پىدراۋەكان.

8 چارىگى چوارەم $\cos \theta = \frac{5}{13}$; $\sin \theta =$ _____

9 چارىگى دوۋەم $\tan \theta = -\frac{1}{2}$; $\sin \theta =$ _____

ھەريەك لەم رېژەى سىگۆشەىيانە ھەژمارىكە. با وەلامەكەت بە تەۋاۋەتى بى.

10 $\sin 330^\circ$ 11 $\cos(-150^\circ)$ 12 $\sin 720^\circ$

13 $\tan(-765)$ 14 $\cos 300^\circ$ 15 $\tan 270^\circ$

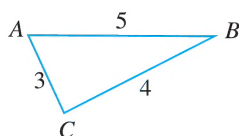
پۇتانى خالى يەكتىرپىنى بازنەيەك ھەژمارىكە. چەقەكەى خالى بنەرەتە و نىۋەتيرەكەى r لەگەل كۇتالا گۆشەى θ لە بارى پىۋانەيىدا. با وەلامەكان بەتەۋاۋى بن.

16 $\theta = 30^\circ$; $r = 5$

17 $\theta = 225^\circ$; $r = 12$

تاقیکردنه‌وه‌ی که‌له‌که‌بوو

ئهم سیگۆشه‌یه به‌کاربه‌یینه بۆ هه‌ژماری پێژهی سیگۆشه‌یه‌کانی.



8 $\sin A$

9 $\cos A$

10 $\tan B$

11 $\sin B$

12 یاسا «دهستور» به‌کاربه‌یینه بۆ شیکاری هاوکی‌شه دووجای $5x^2 + x - 2 = 0$.

13 ئهم لاسه‌نگه پێژیهیه $\frac{6}{x-2} > \frac{5}{x-3}$ شیکاریکه.

14 به‌شیوه‌ی گشتی هاوکی‌شه‌ی ئه‌و راسته‌هێله بدۆزه‌وه که به‌خالی $(-3, 4)$ دا ده‌پوات و له‌سه‌ر راسته‌هێلی $y = 3x - 5$ نه‌ستونه.

15 بری $\frac{x}{x+4} + \frac{6x^2}{3x+12}$ ساده‌بکه.

16 بواری نه‌خشه‌ی $f(x) = \sqrt{2-3x}$ دیاریبکه؟

17 بری $3y(5x+2) - 4(5x+2)$ شیتله‌ بکه.

18 به‌های $\sin \frac{\pi}{2}$ چه‌نده؟

19 گۆشه‌ی گه‌رانه‌وه‌ی سه‌ر به‌گۆشه‌یه‌ک پێوانه‌که‌ی 640° بێت چه‌نده؟

20 ئه‌گه‌ر به‌چه‌ند پێگا ده‌توانیت سه‌روک و جیگری

سه‌روک هه‌لبژێریت له‌ ده‌سته‌یه‌ک که پێکهاتوو له 15 ئه‌ندام

21 دوا ژماره له‌ شیوازی 24، 46، 50، ... کامه‌یه؟

22 له‌ رادیان بگۆره بۆ پله.

23 ئه‌و گۆشه‌یه کامه‌یه که به $\cos 0 = \sin 30^\circ$

24 ئه‌گه‌ر برۆا به‌رده‌زاریکی هه‌لدا. ئه‌گه‌ری

ده‌ستکه‌وتنی ژماره‌ی جووت یان ژماره 1 چه‌نده؟

1 بواری نه‌خشه‌ی $f(x) = \frac{2x-3}{x+1}$ پێکهاتوو له‌گشت ژماره‌ی راستیه‌کان جگه‌ له.

2 $\frac{3}{2}$ $\frac{1}{2}$ 1 -1 $-\frac{3}{2}$ $\frac{3}{2}$

3 کام له‌ زۆرپاده‌کانی خواره‌وه یه‌کسانه به‌ زۆر پاده‌داری.

4 $(2x^3 - x^4) + (3x^2 - 5) - (x^2 - x^4 + 1)$

5 $-2x^4 + 2x^3 + 3x^2 - 6$

6 $2x^3 + 2x^2$

7 $2x^3 + 2x^2 - 4$

8 $2x^3 + 2x^2 + 4$

9 پۆی سینی سه‌ری برکه‌ هاوتای $f(x) = 2x^2 - 4x + 1$ کامه‌یه؟

10 $-\frac{1}{2}$ 2 1 -1

11 کام له‌ ژمارانه‌ ناکریت به‌ شیوه‌ی پێژهی دوو ژماره‌ی ته‌واو بنووسریت.

12 $\frac{1}{2}$ 2 1 -1

13 $\frac{1}{2}$ 2 1 -1

14 شیکاری $|2x+5| = 11$ ده‌کاته.

15 $-8; 8$ $-3; 3$

16 $-3; 8$ $-8; 3$

17 دوو گۆراوی x و y په‌یوه‌ستن به‌یه‌کتیه‌وه به

گۆرانیکی راسته‌وانه. نه‌گۆری گۆرانه‌که له‌م

په‌یوه‌ندییه‌دا کامه‌یه ئه‌گه‌ر بزانی $y = 8$ کاتی $x = 4$

18 -2 32 2 $\frac{1}{2}$

19 به‌های بری $3(\sqrt{45})^2$ چه‌نده؟